ISSN 2542-1468, Лесной вестник / Forestry Bulletin, 2018. Т. 22. № 2. С. 95–103. © МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2018

УДК 674.035 DOI: 10.18698/2542-1468-2018-2-95-103

МОДЕЛЬ ФОРМИРОВАНИЯ НАСЫПНОЙ СТРУКТУРЫ ПАКЕТА КОМПОЗИЦИОННОГО МАТЕРИАЛА ИЗ ИЗМЕЛЬЧЕННЫХ ДРЕВЕСНЫХ ЧАСТИЦ

Д.В. Тулузаков, Б.Л. Спирин

МГТУ им. Н.Э. Баумана (Мытищинский филиал), 141005, Московская область, г. Мытищи, ул. 1-я Институтская, д. 1

tuluzakov@mgul.ac.ru

Определены структурно-механические характеристики пакета композиционного материала из измельченных древесных частиц и параметры режима прессования для получения плит с оптимальными прочностью, жесткостью и стоимостью. Разработана модель формирования насыпной структуры пакета композиционного материала из измельченных древесных частиц. Важной структурной характеристикой плит является распределение плотности по толщине, от которого зависят конечные физические и механические показатели готовых изделий. Определяющие факторы распределения плотности и соответственно, пористости) композита: структура дисперсной фазы, массовая доля связующего и его свойства, компрессионные характеристики дисперсной фаз, включая или не включая какую-либо фракцию в структуре пакета, можно сформулировать математическую модель в терминах моделей целочисленного математического программирования. Вначале проводится квантование (дискретизация): композита по толщине изделия; усилия, развиваемого прессом; фракционного состава частиц и породы древесины, из которой изготовлена стружка. По результатам квантования усилий составляют компрессионную матрицу $|\rho_{jmk}|$, элементом которой является значение плотности j-й фракции m-й породы, сжатой усилием k-й величины. Усилие, развиваемое прессом, не может превышать его конструктивные возможности и, поэтому вводится матрица допустимых усилий в синтезируемой технологии с элементами a_{ijmk}. В результате решения приведенных в работе систем уравнений определяют назначение в каждый i-й слой пакета конкретной фракции, принадлежащей конкретной породе и испытывающей сжатие конкретным усилием со стороны плит пресса. По найденному вектору и известной компрессионной матрице можно определить плотность материала в любой его точке (слое). Далее, пользуясь формулой определения пористости, можно определить пористость пакета, а по ней — насыпную пористость, и насыпную плотность всего пакета. С помощью математических моделей можно обосновывать требования к новым композиционным материалам, а также существенно улучшить структуру уже известных композитов.

Ключевые слова: моделирование, композиционные материалы, прочность, жесткость, плотность, давление

Ссылка для цитирования: Тулузаков Д.В., Спирин Б.Л. Модель формирования насыпной структуры пакета композиционного материала из измельченных древесных частиц // Лесной вестник / Forestry Bulletin, 2018. Т. 22. № 2. С. 95–103. DOI: 10.18698/2542-1468-2018-2-95-103

Физико-механические свойства древесных композитов, в частности древесностружечных плит, можно дифференцировать в соответствии с областями применения данных материалов в той или иной конструкции [1–3]. Одной из основных структурных характеристик плит является распределение плотности по толщине (часто называемое профилем плотности), от которого зависят конечные физические и механические свойства готовых изделий [4–7].

Цель работы

Цель проводимых исследований — определение структурно-механических характеристик пакета композиционного материала из измельченных древесных частиц и параметров режима прессования для получения плит с оптимальными либо заданными значениями характеристик по прочности, жесткости, стоимости изделия.

Материалы и методы исследования

Определяющими факторами распределения плотности (и, соответственно, пористости) композита являются: структура дисперсной фазы (для древесно-стружечных плит это — порода древесины, вид и фракция стружки, масса стружки в конкретном слое), массовая доля связующего и его свойства, компрессионные характеристики дисперсной фазы (стружек) [8, 9].

На стадии моделирования формирования насыпного пакета одним из основных факторов, влияющих на профиль плотности композита, можно принять массовую долю определенной фракции древесных частиц в конкретном слое материала. Включая или не включая какую-либо фракцию в структуру пакета, можно формулировать математические модели этой стадии технологического процесса прессования в терминах задач назначения в некоторый слой композита той или иной фракции, т. е. в терминах моделей целочисленного математического программирования. Данные модели позволяют формировать послойную структуру композита и определять значение максимального усилия прессования — важный параметр диаграммы прессования.

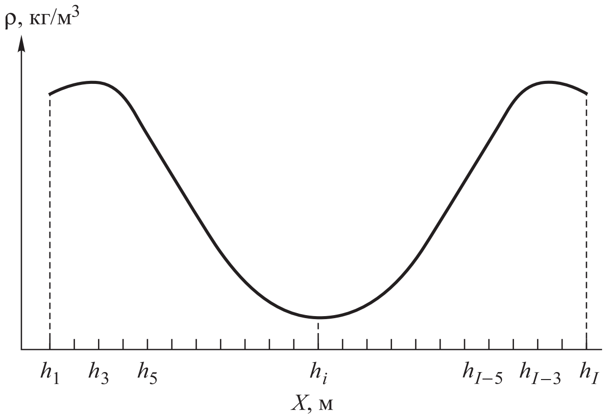

Рис. 1. Распределение плотности пакета по толщине: ρ — плотность, X — толщина (координата слоя)
Fig. 1. The distribution of the packet density along the thickness: ρ — the density, X — the thickness (the coordinate of the layer)

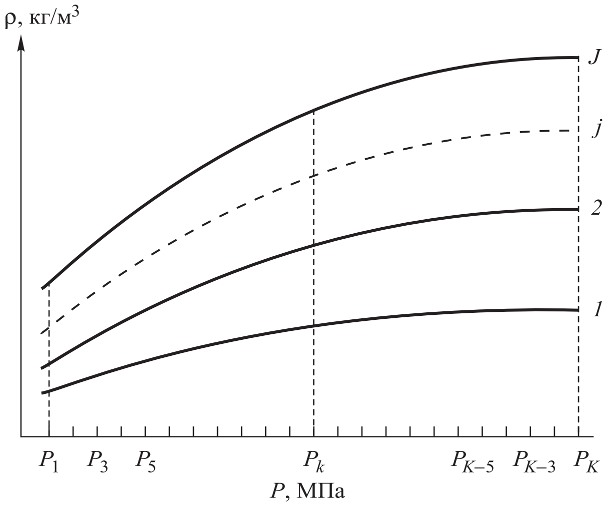

Рис. 2. Компрессионные характеристики фракций: ρ — плотность; P — усилие прессования, развиваемое прессом; *1*, *2*, *j*, *J* — фракции *m*-й породы
Fig. 2. Compression characteristics of fractions: ρ — density; P — pressing force developed by the press; *1*, *2*, *j*, *J* — fractions of the *m* species

При построении модели будем исходить из того факта, что синтезируемый композиционный материал должен иметь заданную (заранее рассчитанную) плотность по толщине (например, приведенную на рис. 1).

Можно сформулировать показатели эффективности моделирования, целевая направленность которых будет приводить к назначению в соответствующие внутренние слои пакета дисперсных частиц с определенной плотностью и размерами в переменных, принимающих значения «0» либо «1».

Математическая модель должна учитывать следующие данные:

– фракционный и породный состав дисперсных частиц;

– заданную зависимость плотности изделия от его толщины (см. рис. 1);

– известные компрессионные характеристики фракций (зависимость плотности фракций от давления прессования) (рис. 2).

Проведем квантование (дискретизацию) композита по толщине изделия с шагом h и обозначим индексом i номер слоя пакета. Величина шага квантования h выбирается исходя из необходимой точности результатов моделирования (см. рис. 1). Аналогичное квантование проведем и по координате P (усилие, развиваемое прессом) и индексом k обозначим уровень усилия (см. рис. 2). Введем индекс j для обозначения компонента фракции, а породный состав фракций пронумеруем с помощью индекса m. Толщина изделия будет разбита на I слоев, а шкала усилий, развиваемых прессом, — на K слоев. Символом J обозначим общее число фракций, а символом M — общее число пород, из которых изготовлены стружки (фракции).

По результатам квантования усилий (см. рис. 2) составим компрессионную трехмерную матрицу ($|\rho_{jmk}|$, j $\{1, ..., J\}$, $m \in \{1, ..., M\}$, $k \in \{1, ..., K\}$), в которой J строк, M столбцов и K слоев и элементом которой является значение плотности j-й фракции m-й породы, сжатой усилием k-й величины.

Проведенное квантование позволяет ввести двоичную переменную, т. е. переменную, значением которой может быть либо ноль, либо единица [10–12]:

$Z_{ijmk} = 1$, если в i-й слой назначена j-я компонента фракции m-й породы, сжатая усилием с уровнем k;

$Z_{ijmk} = 0$, если такого назначения нет.

Поскольку одним из основных параметров технологического процесса является усилие, развиваемое прессом, которое также подлежит определению на этапе моделирования, введем еще одну переменную:

$$q_k = \begin{cases} 1, & \text{если в оптимальном решении значение усилия пресса равно } P_k; \\ 0 & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Введенная система обозначений и переменных позволяют корректно описать процесс формирования структуры пакета композиционных материалов в виде систем линейных уравнений и линейных неравенств [10].

С учетом введенных обозначений условие обязательного назначения в каждый i-й слой только одной фракции m-й породы, сжатой k-м усилием, можно записать в виде системы, состоящей из I уравнений (где I — число слоев, на которое разбита плита по толщине):

$$\sum_{j=1}^{J}\sum_{m=1}^{M}\sum_{k=1}^{K} Z_{ijmk} = 1$$

для любого слоя i, $i \in \{1, ..., I\}$. (1)

Усилие, развиваемое прессом, не может превышать его конструктивные возможности. Эти соображения можно учесть, если ввести матрицу допустимых усилий в технологии прессования с элементами a_{ijmk}, где

$$a_{ijmk} = \begin{cases} 1, & \text{если в } i\text{-й слой допустимо конструкцией пресса назначение } j\text{-й компоненты фракции } m\text{-й породы, сжатой с усилием уровня } k; \\ 0 & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

С помощью этой же матрицы можно разрешить или запретить назначение в i-й слой композита того или иного компонента фракции m-й породы. В этом случае система уравнений (1) будет выглядеть так:

$$\sum_{j=1}^{J}\sum_{m=1}^{M}\sum_{k=1}^{K} a_{ijmk} Z_{ijmk} = 1$$

для каждого слоя i, $i \in \{1, ..., I\}$. (2)

При этом $q_k \leq \sigma_\tau$ (σ_τ – усилие развиваемое прессом) для любого $k \in \{1, ..., K\}$, т. е. ни одно из значений кванта усилия не может превышать усилие, развиваемое прессом данной конструкции.

Физический смысл системы уравнений (2) состоит в том, что в конкретный i-й слой пакета из всего множества пород $\{1, ..., M\}$ и множества компонентов фракции $\{1, ..., J\}$ будет назначен только *один* конкретный компонент конкретной породы, сжатый конкретным усилием.

Таким образом, с помощью матрицы допустимых усилий разрешается или запрещается назначение в i-й слой композита той или иной фракции, а также обеспечивается назначение в допустимое решение усилия пресса с уровнем, равным P_k.

При формулировании постановки задачи были введены две группы переменных, а именно $\{Z_{ijmk}\}$, которая отражает факт назначения в i-й слой j-й фракции m-й породы, сжатой k-м усилием, и $\{q_k\}$, с помощью которой фиксируется уровень усилия пресса. Однако в корректной модели обе группы переменных обязательно должны быть связаны одной системой равенств или неравенств. Во всех рассматриваемых далее моделях эта связь может быть следующей:

$$\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\sum_{m=1}^{M} a_{ijmk} Z_{ijmk} \leq q_k,$$

для каждого усилия k, $k \in \{1, ..., K\}$, (3)

где a_{ijmk} — элемент матрицы, допускающий назначение в i-й слой j-го компонента фракции m-й породы, сжатого с усилием уровня k.

Выражение (3) будет необходимо обеспечивать назначение в допустимое решение усилия пресса с уровнем, равным P_k. Физический смысл системы неравенств (3) состоит в том, что если в конкретный i-й слой пакета из всего множества пород $\{1, ..., M\}$ и множества компонентов фракции $\{1, ..., J\}$ назначен только один конкретный компонент конкретной породы, то обязательно должен быть выбран конкретный уровень усилия k.

В результате решения систем уравнений (1)–(3) находят переменные $\{Z_{ijmk}\}$, значения которых для каждого i-го слоя пакета диктуют выбор конкретного компонента фракции, принадлежащей конкретной породе и испытывающей сжатие σ_τ определенным усилием со стороны плит пресса. По найденному вектору $\{Z_{ijmk}\}$ и известной компрессионной матрице $|\rho_{jmk}|$ можно определить плотность материала в любой его точке (слое) по выражению

$$\rho_i = \sum_{j=1}^{J}\sum_{m=1}^{M}\sum_{k=1}^{K} \rho_{jmk} Z_{ijmk}, \quad (4)$$

где точка i принадлежит одному конкретному элементу ($i \in \{1, ..., I\}$).

С помощью формулы

$$\Pi_i = 1 - \rho_i/\rho_{\text{дв}}, \quad (5)$$

где ρ_i – плотность i-го слоя;

$\rho_{\text{дв}}$ — плотность древесинного вещества,

можно определить пористость пакета, а по известной пористости, согласно компрессионному уравнению, найти насыпную пористость и насыпную плотность всего пакета.

Система выражений (1)–(3) определяет множество допустимых структур пакетов, сформированных при заданных исходных данных.

Одной из основных конструкционных задач по созданию структуры композиционного пакета является получение заданного профиля плотности в направлении нормали к плоскости плиты. Чтобы сравнивать разные по эффективности решения, нужно иметь какой-либо количественный критерий или показатель эффективности (целевую функцию).

Целевая функция, оптимальное значение которой будет определять формирование изделия с *заданным* распределением плотности по толщине, может быть представлена одним из следующих вариантов:

$$\sum_{i=1}^{I}\left(\sum_{j=1}^{J}\sum_{m=1}^{M}\sum_{k=1}^{K}\left(\rho_{jmk}Z_{ijmk}-\rho_{\text{зад}_i}\right)^2\right), \qquad (6)$$

$$\max_{i\in\{1,\ldots,I\}}\left|\sum_{j=1}^{J}\sum_{m=1}^{M}\sum_{k=1}^{K}\left(\rho_{jmk}Z_{ijmk}-\rho_{\text{зад}_i}\right)\right|, \qquad (7)$$

где ρ_{jmk} — плотность j-й фракции m-й породы, сжатой усилием k-й величины;

$\rho_{\text{зад}_i}$ — планируемая плотность i-го слоя в данном профиле.

С помощью критерия (6) задается близость *в среднем* заданной плотности $\rho_{\text{зад}_i}$ и плотности, получаемой в результате решения задачи оптимального распределения фракций по слоям. Поэтому при данном критерии в каком-либо конкретном слое возможно некоторое расхождение заданного и расчетного значений плотности. Критерий (7) определяет равномерную (*поточечную*) близость заданной плотности $\rho_{\text{зад}_i}$ и плотности, получаемой в результате решения задачи оптимального распределения фракций по слоям.

Выбор в качестве целевой функции выражения (6) или (7) определяется необходимой точностью искомого решения и, кроме того, зависит от алгоритмической реализации этой модели [10]. Задача поиска оптимальной структуры предполагает минимизацию либо выражения (6), либо выражения (7).

Таким образом, основная модель будет определяться или критерием (6) и системой условий (2), (3), или критерием (7) и системой условий (2), (3), где в качестве ведущего показателя эффективности выбрана степень близости заданного профиля плотности к тому профилю, который возможен в рамках имеющихся ресурсов. По этому показателю эффективности находят глобальный оптимум аппроксимации известной функции $\rho_{\text{зад}_i}(Z_{ijmk})$.

Расширим возможности предлагаемой модели формирования пакета. Требование, чтобы теплопроводность композита была не выше заданной, можно обеспечить системой неравенств

$$\sum_{j=1}^{J}\sum_{m=1}^{M}\sum_{k=1}^{K}\lambda_{jmk}Z_{ijmk}\le\lambda_{\text{зад}_i}$$

для каждого слоя i, $i\in\{1,\ldots,I\}$, (8)

где λ_{jmk} — теплопроводность j-й фракции m-й породы, сжатой k-м уровнем давления;

$\lambda_{\text{зад}_i}$ — константа, задающая уровень теплопроводности, который в создаваемом материале не может быть превышен.

Система неравенств (8) должна выполняться для каждого слоя. Физический смысл системы неравенств (8) состоит в том, что теплопроводность конкретного слоя не может превышать заданный уровень теплопроводности.

Если же теплопроводность композита выбрать в качестве показателя эффективности, т. е. ориентироваться на создание материалов, обладающих наилучшими теплоизолирующим свойствами, то целевую функцию можно представить выражением

$$\frac{1}{I}\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\sum_{m=1}^{M}\sum_{k=1}^{K}\lambda_{jmk}Z_{ijmk}, \qquad (9)$$

которое должно быть *минимизировано*. Следовательно, если в заданных условиях задача оптимизации имеет решение, то теплопроводность данной плиты — наименьшая.

Экономические интересы можно учесть с помощью целевой функции вида

$$\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\sum_{m=1}^{M}\sum_{k=1}^{K}C_{jm}\rho_{jm}Z_{ijmk}, \qquad (10)$$

где C_{jm} — стоимость единицы массы j-й фракции m-й породы,

либо

$$\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\sum_{m=1}^{M}\sum_{k=1}^{K}C_{jm}\frac{1}{\rho_{jm}}Z_{ijmk}, \qquad (11)$$

где C_{jm} — стоимость единицы объема j-й фракции m-й породы.

Каждое из выражений (10), (11) в задаче оптимизации подлежит *минимизации*.

Массовый показатель эффективности можно ввести через выражение

$$\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\sum_{m=1}^{M}\sum_{k=1}^{K}V_i\rho_{jm}Z_{ijmk}, \qquad (12)$$

где V_i — объем элементарного i-го слоя.

Естественно, что выражение (12) в оптимальной модели должно быть минимизировано, а значит, если в заданных условиях задача оптимизации имеет решение, то масса данной плиты (при условии соблюдения остальных показателей готового изделия не ниже нормативных значений) будет наименьшей.

Решение экологических проблем целесообразно проводить на этапе моделирования прессования с учетом динамики физико-механических процессов, когда существенным фактором механических свойств готовых изделий выступают свойства синтетических смол, применяемых в качестве связующего.

Результаты и обсуждение

Итак, формулирование проблемы оптимального формирования насыпной структуры пакета привело к необходимости учета ряда показателей эффективности. В корректной математической модели критерий оптимальности должен быть единственным, а значит, при наличии ряда показателей эффективности представлять собой свертку (объединение) частных показателей. Поэтому для рассмотрения вопросов формирования структуры пакета можно предложить следующие корректные модели, учитывающие введенные выше показатели эффективности.

1. *Модель формирования пакета, оптимизирующая распределение плотности в композите.*

Найти

$$\min\left(\max_{i\in\{1,\dots,I\}}\left|\sum_{j=1}^{J}\sum_{m=1}^{M}\sum_{k=1}^{K}(\rho_{jmk}Z_{ijmk}-\rho_{\text{зад}_i}(Z_{ijmk}))\right|\right) \quad (13)$$

при следующих условиях:

$$\sum_{j=1}^{J}\sum_{m=1}^{M}\sum_{k=1}^{K}a_{ijmk}Z_{ijmk}=1$$

для каждого слоя i, $i\in\{1,\dots,I\}$, (14)

$$\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\sum_{m=1}^{M}Z_{ijmk}\le q_k$$

для каждого k, $k\in\{1,\dots,K\}$, (15)

$$\sum_{j=1}^{J}\sum_{m=1}^{M}\sum_{k=1}^{K}\lambda_{jmk}Z_{ijmk}\le\lambda_{\text{зад}_i}$$

для каждого слоя i, $i\in\{1,\dots,I\}$ (16)

$$\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\sum_{m=1}^{M}\sum_{k=1}^{K}C_{jm}\frac{1}{\rho_{jm}}Z_{ijmk}\le C_{\text{зад}}, \quad (17)$$

$$\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\sum_{m=1}^{M}\sum_{k=1}^{K}V_i\rho_{jm}Z_{ijmk}\le m_{\text{зад}}, \quad (18)$$

где $Z_{ijmk}\in\{0,1\}$, $q_k\in\{0,1\}$. (19)

Здесь $C_{\text{зад}}$ и $m_{\text{зад}}$ — заданные стоимость и вес изделия соответственно.

При этом $q_k\le\sigma_\tau$ для любого $k\in\{1,\dots,K\}$, т. е. ни одно из значений кванта усилия не может превышать усилие, развиваемое данной конструкции прессом.

Физический смысл системы уравнений (14) состоит в том, что в конкретный i-й слой пакета из всего множества пород $\{1,\dots,M\}$ и множества компонентов фракции $\{1,\dots,J\}$ будет назначен только *один* конкретный компонент конкретной породы, сжатый конкретным усилием.

Физический смысл системы неравенств (15) состоит в том, что если в конкретный i-й слой пакета из всего множества пород $\{1,\dots,M\}$ и множества компонентов фракции $\{1,\dots,J\}$ назначен только один конкретный компонент конкретной породы, то необходимо (обязательно) должен быть выбран конкретный уровень усилия k.

Физический смысл системы неравенств (16) состоит в том, что теплопроводность конкретного слоя не может превышать заданный уровень теплопроводности.

Здесь в качестве ведущего показателя эффективности выбрана степень близости заданного профиля плотности и того профиля, который возможен в рамках имеющихся ресурсов. По этому показателю эффективности находят глобальный оптимум равномерной поточечной аппроксимации известной функции $\rho_{\text{зад}_i}(Z_{ijmk})$.

Критерии эффективности, связанные с весовыми, стоимостными и теплофизическими показателями, реализуются с помощью неравенств (16)–(18), что фактически означает введение качественного показателя, так как система неравенств обеспечивает поиск оптимального назначения фракций в соответствующие слои только среди таких решений, которые безусловно удовлетворяют требуемому уровню качества (для этого и служат системы неравенств (16)–(18)). Применение формул (14), (15) обеспечивает в каждом допустимом (а значит, и в оптимальном) решении обязательное назначение только одной фракции в каждый слой пакета.

2. *Модель формирования пакета, оптимизирующая теплопроводность изделия*.

Найти

$$\min\left(\frac{1}{I}\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\sum_{m=1}^{M}\sum_{k=1}^{K}\lambda_{jmk}Z_{ijmk}\right) \quad (20)$$

при следующих условиях:

$$\sum_{j=1}^{J}\sum_{m=1}^{M}\sum_{k=1}^{K}a_{ijmk}Z_{ijmk}=1$$

для каждого слоя i, $i\in\{1,\dots,I\}$, (21)

$$\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\sum_{m=1}^{M}Z_{ijmk}\le q_k$$

для каждого k, $k\in\{1,\dots,K\}$, (22)

$$\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\sum_{m=1}^{M}\sum_{k=1}^{K}C_{jm}\frac{1}{\rho_{jm}}Z_{ijmk}\le C_{\text{зад}}, \quad (23)$$

$$\sum_{j=1}^{J}\sum_{m=1}^{M}\sum_{k=1}^{K}\rho_{jmk}Z_{ijmk} \le \rho_{\text{зад}_i}$$

$$\sum_{j=1}^{J}\sum_{m=1}^{M}\sum_{k=1}^{K}\rho_{jmk}Z_{ijmk} \le \rho_{\text{зад}_i}$$

для каждого слоя i, $i \in \{1, ..., I\}$, (24)

$$\rho_i^{\min} \le \sum_{j=1}^{J}\sum_{m=1}^{M}\sum_{k=1}^{K}\rho_{jmk}Z_{ijmk} \le \rho_i^{\max}$$

для каждого i, $i \in \{1, ..., I\}$, (25)

где $Z_{ijmk} \in \{0, 1\}, \quad q_k \in \{0, 1\}$. (26)

Здесь $\rho_i^{\min}$, $\rho_i^{\max}$ — возможный диапазон изменения плотности в i-м слое.

Физический смысл системы уравнений (21) состоит в том, что в конкретный i-й слой пакета из всего множества пород $\{1, ..., M\}$ и множества компонентов фракции $\{1, ..., J\}$ будет назначен только *один* конкретный компонент конкретной породы, сжатый конкретным усилием.

Физический смысл системы неравенств (22) состоит в том, что если в конкретный i-й слой пакета из всего множества пород $\{1, ..., M\}$ и множества компонентов фракции $\{1, ..., J\}$ назначен только *один* конкретный компонент конкретной породы, то необходимо (обязательно) должен быть выбран конкретный уровень усилия k.

Физический смысл системы неравенств (25) состоит в том, что для конкретного i-го слоя пакета задан диапазон возможных значений плотностей от $\rho_i^{\min}$ до $\rho_i^{\max}$.

Расчеты, проведенные по этой модели, обеспечат нахождение рецептуры пакета, имеющего наилучшие теплоизолирующие свойства из всех возможных комбинаций имеющихся фракций. При этом формулы (21), (22) задают однозначное назначение только одной фракции в каждый слой, неравенства (23) и (24) позволяют проводить поиск с учетом ограничений стоимости и веса изделий, а система неравенств (25) обеспечивает присутствие в рецептуре наиболее легких в весовом отношении фракций и заданный профиль пакета по плотности. Если профиль пакета по плотности не критичен, то в данной модели можно систему неравенств (25) заменить на систему неравенств (22).

3. *Модель формирования пакета, оптимизирующая стоимость изделия.*

Найти

$$\min\left(\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\sum_{m=1}^{M}\sum_{k=1}^{K}C_{jm}\frac{1}{\rho_{jm}}Z_{ijmk}\right) \quad (27)$$

при следующих условиях:

$$\sum_{j=1}^{J}\sum_{m=1}^{M}\sum_{k=1}^{K}a_{ijmk}Z_{ijmk} = 1$$

для каждого слоя i, $i \in \{1, ..., I\}$, (28)

$$\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\sum_{m=1}^{M}Z_{ijmk} \le q_k$$

для каждого k, $k \in \{1, ..., K\}$, (29)

$$\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\sum_{m=1}^{M}\sum_{k=1}^{K}V_i\rho_{jm}Z_{ijmk} \le m_{\text{зад}}, \quad (30)$$

$$\rho_i^{\min} \le \sum_{j=1}^{J}\sum_{m=1}^{M}\sum_{k=1}^{K}\rho_{jmk}Z_{ijmk} \le \rho_i^{\max}$$

для каждого i, $i \in \{1, ..., I\}$, (31)

$$\sum_{j=1}^{J}\sum_{m=1}^{M}\sum_{k=1}^{K}\lambda_{jmk}Z_{ijmk} \le \lambda_{\text{зад}_i}$$

для каждого слоя i, $i \in \{1, ..., I\}$, (32)

где $Z_{ijmk} \in \{0, 1\}, \quad q_k \in \{0, 1\}$.

Данная модель позволяет определять самый экономичный вариант пакета.

Физический смысл системы уравнений (28) состоит в том, что в конкретный i-й слой пакета из всего множества пород $\{1, ..., M\}$ и множества компонентов фракции $\{1, ..., J\}$ будет назначен только *один* конкретный компонент конкретной породы, сжатый конкретным усилием.

Физический смысл системы неравенств (29) состоит в том, что если в конкретный i-й слой пакета из всего множества пород $\{1, ..., M\}$ и множества компонентов фракции $\{1, ..., J\}$ назначен только *один* конкретный компонент конкретной породы, то обязательно должен быть выбран конкретный уровень усилия k.

Физический смысл системы неравенств (30) состоит в задании весового ограничения.

Физический смысл системы неравенств (31) состоит в том, что для конкретного i-го слоя пакета задан диапазон возможных значений плотности от $\rho_i^{\min}$ до $\rho_i^{\max}$.

Физический смысл системы неравенств (32) состоит в том, что теплопроводность конкретного слоя не может превышать заданный уровень теплопроводности.

4. *Модель формирования пакета, оптимизирующая массу изделия.*

Найти:

$$\min\left(\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\sum_{m=1}^{M}\sum_{k=1}^{K}V_i\rho_{jm}Z_{ijmk}\right) \quad (33)$$

при следующих условиях:

$$\sum_{j=1}^{J}\sum_{m=1}^{M}\sum_{k=1}^{K}a_{ijmk}Z_{ijmk} = 1$$

для каждого слоя i, $i \in \{1, ..., I\}$, (34)

$$\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\sum_{m=1}^{M} Z_{ijmk} \le q_k$$

для каждого k, $k \in \{1, ..., K\}$, (35)

$$\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\sum_{m=1}^{M}\sum_{k=1}^{K} C_{jm}\frac{1}{\rho_{jm}} Z_{ijmk} \le C_{\text{зад}}, \quad (36)$$

$$\rho_i^{\min} \le \sum_{j=1}^{J}\sum_{m=1}^{M}\sum_{k=1}^{K} \rho_{jmk} Z_{ijmk} \le \rho_i^{\max}$$

для каждого i, $i\in \{1, ..., I\}$, (37)

$$\sum_{j=1}^{J}\sum_{m=1}^{M}\sum_{k=1}^{K} \lambda_{jmk} Z_{ijmk} \le \lambda_{\text{зад}_i}$$

для каждого слоя i, $i \in \{1, ..., I\}$, (38)

где $Z_{ijmk} \in \{0, 1\}, \quad q_k \in \{0, 1\}$.

Физический смысл системы уравнений (34) состоит в том, что в конкретный i-й слой пакета из всего множества пород $\{1, ..., M\}$ и множества компонентов фракции $\{1, ..., J\}$ будет назначен только *один* конкретный компонент конкретной породы, сжатый конкретным усилием.

Физический смысл системы неравенств (35) состоит в том, что если в конкретный i-й слой пакета из всего множества пород $\{1, ..., M\}$ и множества компонентов фракции $\{1, ..., J\}$ назначен только *один* конкретный компонент конкретной породы, то обязательно должен быть выбран конкретный уровень усилия k.

Физический смысл системы неравенств (37) состоит в том, что для конкретного i-го слоя пакета задан диапазон возможных значений плотности от $\rho_i^{\min}$ до $\rho_i^{\max}$.

Физический смысл системы неравенств (38) состоит в том, что теплопроводность конкретного слоя не может превышать заданный уровень теплопроводности.

Выводы

С помощью описанных моделей можно строго обосновывать требования к новым композиционным материалам, а также существенно улучшить структуру уже известных композитов, задавая определенные значения характеристик.

Специфика переменных, используемых в данных моделях, а именно их целочисленность и двоичный (булевый) характер, позволяет проводить поиск алгоритмов решения задачи оптимального формирования пакета среди методов неявного перебора. Вопросы алгоритмической реализации предложенных моделей могут быть рассмотрены в рамках целочисленного программирования [10–12].

Список литературы

[1] Тулузаков Д.В., Лапшин Ю.Г., Родионов А.И. Определение оптимальных параметров древесно-стружечных плит в мебельных конструкциях // Вестник МГУЛ — Лесной вестник, 2009. № 3 (66). С. 80–81.

[2] Архипов А.С., Лапшин Ю.Г., Тулузаков Д.В. Прочность древесно-стружечных плит в мебельных конструкциях // Лесной журнал, 2012. № 4. С. 106–108.

[3] Лапшин Ю.Г., Тулузаков Д.В., Архипов А.С. Древесно-стружечные плиты как конструкционный материал для корпусной мебели // Вестник МГУЛ — Лесной вестник, 2015. № 6. С. 104–111.

[4] Тулузаков Д.В. Прочностные показатели древесно-стружечной плиты при изгибе в зависимости от ее профиля плотности // Сб. науч. тр. МЛТИ, 1989. Вып. 215. С. 36–42.

[5] Тулузаков Д.В., Васильев М.И., Осипова В.Н. Влияние распределения плотности и расхода связующего по толщине ДСтП на показатели прочности древесно-стружечной плиты // Сб. тр. МГУЛ, 1998. Вып. 290. С. 44–46.

[6] Лапшин Ю.Г., Тулузаков Д.В., Архипов А.С. Напряжения в элементах структуры древесно-стружечных плит // Вестник МГУЛ — Лесной вестник, 2009. № 2 (65). С. 133–135.

[7] Тулузаков Д.В., Лапшин Ю.Г., Архипов А.С. Прочность при чистом сдвиге анизотропных материалов // Вестник МГУЛ — Лесной вестник, 2015. № 1. С. 28–31.

[8] Тулузаков Д.В., Спирин Б.Л. Реологическая модель ДСтП на этапе прессования // Вестник МГУЛ — Лесной вестник, 2006. № 6 (48). С. 122–127.

[9] Тулузаков Д.В., Спирин Б.Л. Методика определения коэффициентов реологической модели ДСтП на этапе прессования // Вестник МГУЛ — Лесной вестник, 2015. Т. 19. № 1. С. 31–40.

[10] Сергиенко И.В., Лебедева Т.Т., Рощин В.А. Приближенные методы решения дискретных задач оптимизации. Киев: Наукова думка, 1980. 275 с.

[11] Саати Т. Целочисленные методы оптимизации и связанные с ними экстремальные проблемы. М.: Мир, 1973. 302 с.

[12] Ху Т. Целочисленное программирование и потоки в сетях. М.: Мир, 1974. 519 с.

Сведения об авторах

Тулузаков Дмитрий Владимирович — канд. техн. наук, доцент МГТУ им. Н.Э. Баумана (Мытищинский филиал), tuluzakov@mgul.ac.ru

Спирин Борис Леонидович — старший преподаватель МГТУ им. Н.Э. Баумана (Мытищинский филиал), spirin@mgul.ac.ru

Принята к публикации 30.10.2017.
Поступила в редакцию 18.12.2017.

MODEL FOR FORMING THE SHAFT STRUCTURE OF A PACKAGE OF COMPOSITE MATERIAL FROM MILLED WOOD PARTICLES

D.V. Tuluzakov, B.L. Spirin

BMSTU (Mytishchi branch), 1st. Institutskaya, 141005, Mytischi, Moscow reg., Russia

tuluzakov@mgul.ac.ru

The purpose of the conducted researches is definition of structural and mechanical characteristics of a package of composite material from the wood chips and parameters of the mode of pressing for receiving plates with optimum characteristics of durability, rigidity, product cost. The main problem which is solved in the presented work, consists in development of model of formation of bulk structure of a package of composite material of the wood chips. Indicators of physicomechanical properties of wood composites in rather big degree can be differentiated according to areas of their application in this or that design. One of the main structural characteristics of plates is distribution of density on thickness on which final physical and mechanical indicators of finished products in many respects depend. The defining factors of distribution of density, (respectively and porosity) a composite, are: structure of a disperse phase, mass fraction of binding and its property, and also compression characteristics of a disperse phase. Inclusion or not inclusion of any fraction in structure of a package allows to formulate the offered mathematical model in terms of models of integer mathematical programming. Before carrying out calculations quantization (sampling) of a composite on product thickness is carried out; the effort developed by a press; fractional structure of particles and breed of wood of which shaving is made. By results of quantization of efforts the compression matrix $\left|\rho_{jmk}\right|$, which element is value of density of *j*-fractions of *m*-breed squeezed by effort of *k*-sizes is formed. The effort developed by a press cannot exceed it constructive opportunities therefore the matrix of admissible efforts in synthesizable technology with elements a_{ijmk} an is entered. Communication between the presented groups of variables is a need to provide appointment in the optimum solution of effort of a press with the level equal to P_k. As a result of the decision of the systems of the equations presented in work the Z_{ijmk} variables which values define appointment in each *i*-layer of a package of the concrete fraction belonging to concrete breed and experiencing compression by quite certain effort from press plates are defined σ_τ. It is possible to determine material density in any its point (layer) by the found vector of $|Z_{ijmk}|$ and a known compression matrix of $\left|\rho_{jmk}\right|$. Further, using a known formula for determination of porosity, it is possible to determine porosity of a package, and by known porosity, according to the compression equation, and bulk porosity, and the bulk density of all package. Having conducted researches on the offered models it is possible to prove requirements to new composite materials, and also it is essential to improve structure of already known composites, providing the necessary level of characteristics.
Keywords: simulation, composite materials, strength, hardness, density, pressure.

Suggested citation: Tuluzakov D.V., Spirin B.L. *Model' formirovaniya nasypnoy struktury paketa kompozitsionnogo materiala iz izmel'chennykh drevesnykh chastits* [Model for forming the shaft structure of a package of composite material from milled wood particles]. Lesnoy vestnik / Forestry Bulletin, 2018, vol. 22, no. 2, pp. 95–103.
DOI: 10.18698/2542-1468-2018-2-95-103

References

[1] Tuluzakov D.V., Lapshin Yu.G., Rodionov A.I. *Opredelenie optimal'nykh parametrov drevesno-struzhechnykh plit v mebel'nykh konstruktsiyakh* [Determination of optimum parameters of particleboard in furniture designs]. Moscow State Forest University Bulletin — Lesnoy vestnik, 2009, no. 3 (66), pp. 80–81.

[2] Arkhipov A.S., Lapshin Yu.G., Tuluzakov D.V. *Prochnost' drevesno-struzhechnykh plit v mebel'nykh konstruktsiyakh* [The strength of particleboard in furniture designs]. Lesnoy zhurnal [Journal of Forest], 2012, no. 4, pp. 106–108.

[3] Lapshin Yu.G., Tuluzakov D.V., Arkhipov A.S. *Drevesno-struzhechnye plity kak konstruktsionniy material dlia korpusnoy mebeli* [Wood and shaving boards as the construction material for office furniture]. Moscow State Forest University Bulletin — Lesnoy vestnik, 2015, no. 6, pp. 104–111.

[4] Tuluzakov D.V. *Prochnostnye pokazateli drevesno-struzhechnoy plity pri izgibe v zavisimosti ot ee profilya plotnosti* [Strength indicators of a wood chipboard at a bend depending on its profile of density]. [Collection of scientific works MLTI], 1989, no. 215, pp. 36–42.

[5] Tuluzakov D.V., Vasil'ev M.I., Osipova V.N. *Vliyanie raspredeleniya plotnosti i raskhoda svyazuyushchego po tolshchine DStP na pokazateli prochnosti drevesno-struzhechnoy plity* [Influence of distribution of density and an expense binding on DStP thickness on indicators of durability of a wood chipboard]. [Collection of scientific works MGUL], 1998, no. 290, pp. 44–46.
[6] Lapshin Yu.G., Tuluzakov D.V., Arkhipov A.S. *Napryazheniya v elementakh struktury drevesno-struzhechnykh plit* [The stresses in the elements of the structure of chipboard]. Moscow State Forest University Bulletin — Lesnoy vestnik, 2009, no. 2 (65), pp. 133–135.
[7] Tuluzakov D.V., Lapshin Yu.G., Arkhipov A.S. *Prochnost' pri chistom sdvige anizotropniykh materialov* [In pure shear strength of anisotropic materials]. Moscow State Forest University Bulletin — Lesnoy vestnik, 2015, no. 1, pp. 28–31.
[8] Tuluzakov D.V., Spirin B.L. *Reologicheskaya model' DStP na etape pressovaniya* [Rheological model of chipboard on stage compression]. Moscow State Forest University Bulletin — Lesnoy vestnik, 2006, no. 6 (48), pp. 122–127.
[9] Tuluzakov D.V., Spirin B.L. *Metodika opredeleniya koeffitsientov reologicheskoy modeli DStP na etape pressovaniya* [Method for determining factor rheological models of chipboard during press]. Moscow State Forest University Bulletin — Lesnoy vestnik, 2015, no. 1, pp. 31–40.
[10] Sergienko I.V., Lebedeva T.T., Roshchin V.A. *Priblizhennye metody resheniya diskretnykh zadach optimizatsii* [Approximate methods for solving discrete optimization problems]. Kiev: Naukova dumka Publ., 1980, 275 p.
[11] Saati T. *Tselochislennye metody optimizatsii i svyazannye s nimi ekstremal'nye problemy* [Integer optimization methods and related extreme problems]. Moscow: Mir Publ., 1973, 302 p.
[12] Hu T. *Tselochislennoe programmirovanie i potoki v setyakh* [Integer programming and flows in networks]. Moscow: Mir Publ., 1974, 519 p.

Autors' information

Tuluzakov Dmitriy Vladimirovich — Cand. Sci. (Tech.), Associate Professor of BMSTU (Mytishchi branch), tuluzakov@mgul.ac.ru

Spirin Boris Leonidovich — Senior Lecturer of BMSTU (Mytishchi branch), spirin@mgul.ac.ru

Received 30.10.2017.
Accepted for publication 18.12.2017.