

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ВЗАИМОВЛИЯНИЯ ТЕХНИЧЕСКИХ СРЕДСТВ РАСПРЕДЕЛЕННЫХ ПО УРОВНЯМ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ С ОБРАТНЫМИ СВЯЗЯМИ

В.А. Дорошенко, Л.В. Друк, А.Э. Герасимов

МГТУ им. Н.Э. Баумана (Мытищинский филиал), 141005, Московская область, г. Мытищи, ул. 1-я Институтская, д. 1  
gerasimov.anton.rus@gmail.com

При решении задач многокритериального выбора вариантов технических средств для структурного и параметрического синтеза распределенных по уровням систем управления применяется методы на основе: ориентированных графов с переходом к композиции гиперграфов и соответствующих им матриц; представления распределенных систем управления иерархическими структурами с последующим применением метода анализа иерархий. В реальных исходных условиях не всегда имеется возможность с помощью данных методов представить структуру распределенных систем управления в виде ориентированных графов или иерархической структуры, потому что в таких системах могут существовать обратные связи между уровнями. В настоящей работе предлагается математическое описание распределенных по уровням систем сборки изделий в приборостроении с различными зависимостями между уровнями. Уровням соответствуют подсистемы и связи между ними. В каждую подсистему входят компоненты (технические средства), включающие множества элементов. Исходная структура представлена в виде сетевой структуры компонентов с обратными связями. Для выявления влияния компонентов и элементов в сетевой структуре предложено математическое описание в виде квадратичной суперматрицы. Строки и столбцы этих матриц соответствуют элементам компонентов распределенной системы сборки изделий. Суперматрица компонентов является основой для выявления системы влияния технических средств соответствующих уровней и подсистем. Матрицы элементов суперматрицы позволяют определить системы влияния элементов технических средств на одном уровне и влияния на элементы других уровней структуры систем сборки изделий. Проведено сравнение взаимосвязанных компонентов, указанных в суперматрице. Сравнение влияния компонентов выполнено с помощью метода анализа иерархий, основой которого являются матрицы парных сравнений и шкала Саати. В результате вычислительных операций с матрицей парных сравнений выделен вектор приоритетов влияния компонентов. Значения вектора приоритетов являются весовыми коэффициентами, на которые умножаются матрицы элементов компонентов. В результате формируется взвешенная суперматрица. Обработка этой матрицы позволяет определить векторы приоритетов элементов, которые показывают взаимовлияние элементов технических средств в распределенной системе сборки изделий. Дан пример формирования исходной суперматрицы компонентов системы сборки изделий. Приведена вычислительная процедура матрицы парных сравнений компонентов и определения вектора влияния компонентов (технических средств) сетевой структуры сборки изделий в приборостроении. Оценка выделенных приоритетов выполнена с помощью определения индекса согласованности и коэффициента отношения согласованности исходной суперматрицы парных сравнений.

**Ключевые слова:** распределенные по уровням системы, сетевая структура, исходные суперматрицы, взвешенная суперматрица, предельная суперматрица, матрицы парных сравнений, векторы приоритетов, взаимовлияние компонентов, обратные связи компонентов, индекс согласованности, отношение согласованности

**Ссылка для цитирования:** Дорошенко В.А., Друк Л.В., Герасимов А.Э. Математическое описание взаимовлияния технических средств распределенных по уровням систем управления с обратными связями // Лесной вестник / Forestry Bulletin, 2017. Т. 21. № 1. С. 118–124. DOI: 10.18698/2542-1468-2017-1-118-124

При решении задачи многокритериально-го выбора вариантов технических средств для структурного и параметрического синтеза распределенных по уровням систем управления применяются методы на основе:

— ориентированных графов с переходом к композиции гиперграфов и соответствующих им матриц с последующей количественной оценкой структурной избыточности и сложности [1–3]. При этом существующие смежные (горизонтальные) по уровням связи между техническими средствами преобразуются в ориентированную вертикаль с помощью фиктивных вершин;

— представления распределенных систем управления иерархическими структурами с последующим применением метода анализа иерархий [4–7].

В реальных исходных условиях не всегда имеется возможность с помощью данных методов представить структуру распределенных систем в виде ориентированных графов или иерархической структуры, потому что в них существуют зависимости и взаимодействие между техническими средствами различных уровней. Существуют случаи, когда не только важность критериев влияет на приоритеты вариантов, но и важность вариантов влияет на приоритеты критериев. В настоящей работе предлагается математическое описание распределенной по уровням системы сборки изделий в приборостроении. Уровням соответствуют подсистемы и связи между ними. В каждую подсистему входят компоненты, включающие множество элементов (табл. 1). Исходная структура (рис. 1) представлена в виде сетевой струк-

Т а б л и ц а 1

**Подсистемы, компоненты и элементы распределенной системы сборки изделий в приборостроении**  
**Subsystems, components and elements of a distributed product assembly system in instrument engineering**

Подсистема	Компонент	Элементы
1	C <sub>1</sub>	C <sub>11</sub> — Метод полной взаимозаменяемости C <sub>12</sub> — Метод неполной взаимозаменяемости C <sub>13</sub> — Метод групповой взаимозаменяемости (селективная сборка) C <sub>14</sub> — Метод адаптивно-селективной сборки C <sub>15</sub> — Метод регулирования (использование компенсаторов) C <sub>16</sub> — Метод пригонки
	C <sub>2</sub>	C <sub>21</sub> — Сборка с разделением контроля и комплектования сборочных единиц C <sub>22</sub> — Сборка с частично совмещенным контролем и комплектованием сборочных единиц C <sub>23</sub> — Сборка с совмещением контроля и комплектования сборочных единиц C <sub>24</sub> — Сборка с совмещением комплектования деталей сборочных единиц и размерной обработкой C <sub>25</sub> — Сборка на основе роботизированных компонентов
2	C <sub>3</sub>	C <sub>31</sub> — Структура процессорных измерительных средств (ПРИС) C <sub>32</sub> — Первичные преобразователи C <sub>33</sub> — Измерительные преобразователи C <sub>34</sub> — АЦП C <sub>35</sub> — Процессоры
3	C <sub>4</sub>	C <sub>41</sub> — Процессоры C <sub>42</sub> — Модули аналогового ввода C <sub>43</sub> — Модули дискретного ввода C <sub>44</sub> — Модули аналогового вывода C <sub>45</sub> — Модули дискретного вывода C <sub>46</sub> — Специальные модули C <sub>47</sub> — Слоты C <sub>48</sub> — Интерфейсы
	C <sub>5</sub>	C <sub>51</sub> — Коммуникационные процессорные модули C <sub>52</sub> — Ведомые устройства C <sub>53</sub> — Модули аналогового ввода C <sub>54</sub> — Модули дискретного ввода C <sub>55</sub> — Модули аналогового вывода C <sub>56</sub> — Модули дискретного вывода C <sub>57</sub> — Специальные модули
4	C <sub>6</sub>	C <sub>61</sub> — Процессоры C <sub>62</sub> — Слоты расширения C <sub>63</sub> — Слоты C <sub>64</sub> — Шина процессора C <sub>65</sub> — Дисплей C <sub>66</sub> — Клавиатура C <sub>67</sub> — Интерфейс внешних устройств
	C <sub>7</sub>	C <sub>71</sub> — Процессоры C <sub>72</sub> — Дисплей C <sub>73</sub> — Модули расширения C <sub>74</sub> — Клавиатура C <sub>75</sub> — Интерфейс внешних устройств
5	C <sub>8</sub>	C <sub>81</sub> — Серверы C <sub>82</sub> — Компьютеры C <sub>83</sub> — Повторители C <sub>84</sub> — Концентраторы C <sub>85</sub> — Мосты C <sub>86</sub> — Коммутаторы C <sub>87</sub> — Маршрутизаторы C <sub>88</sub> — Шлюзы

туры компонентов с обратными связями (рис. 2). Для выявления влияния компонентов и элементов в сетевой структуре предложено математическое описание в виде квадратичной суперматрицы (рис. 3) [8–10]. Строки и столбцы матрицы

соответствуют компонентам сетевой структуры (см. рис. 2). Элементами суперматрицы являются квадратичные матрицы  $M_{11}, M_{12}, \dots, M_{88}$ . Строки и столбцы этих матриц соответствуют элементам компонентов распределенной системы сборки

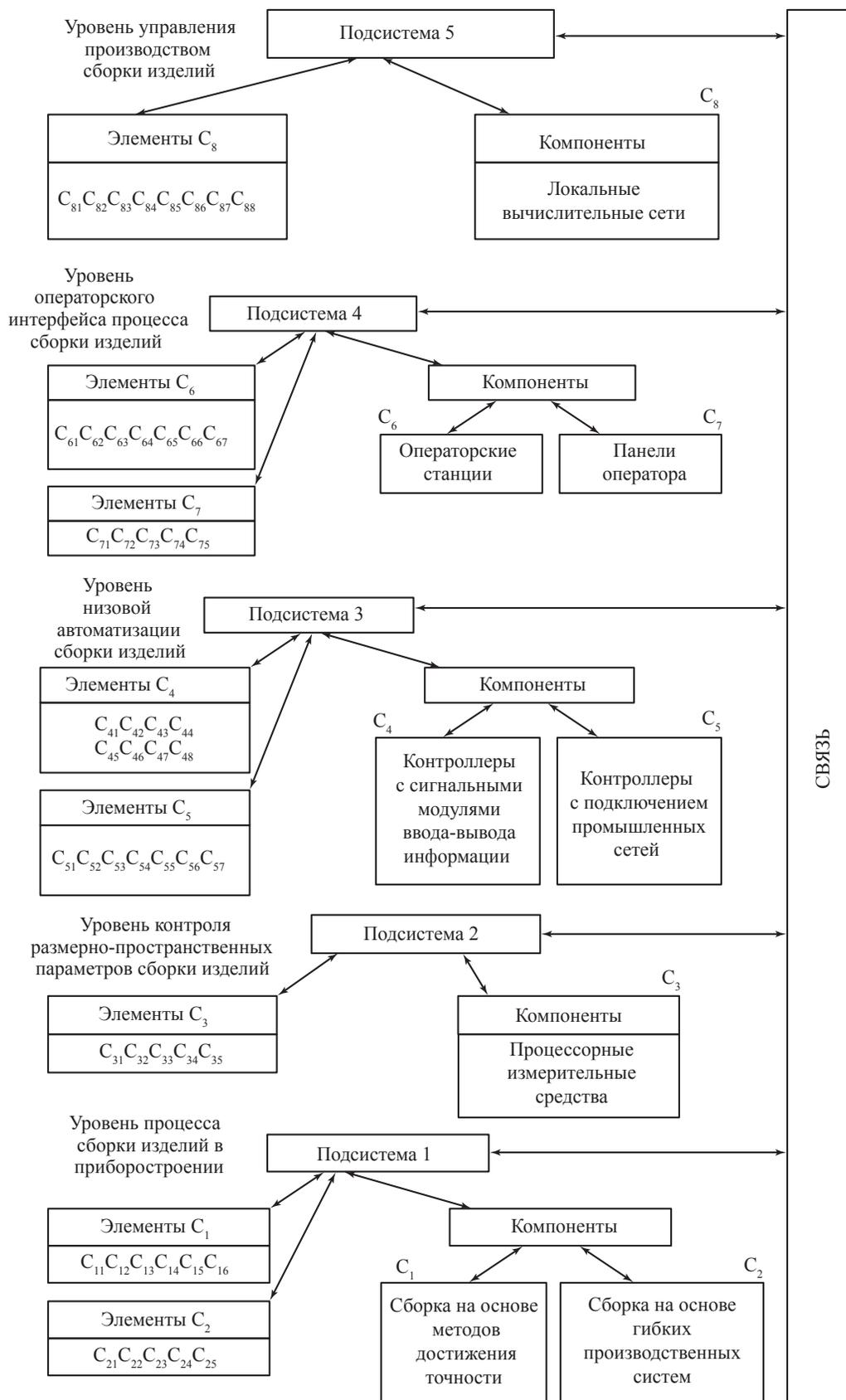
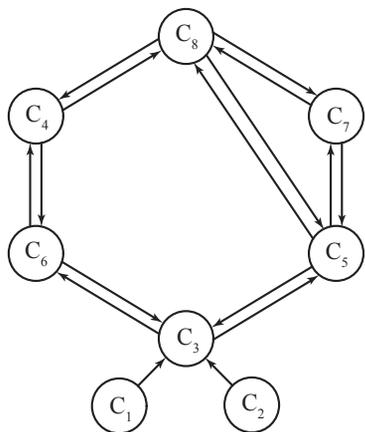


Рис. 1. Подсистемы, компоненты и элементы распределенной системы сборки изделий в приборостроении  
 Fig. 1. Subsystems, components, and elements of a distributed build system products in instrument



**Рис. 2.** Сетевая структура компонентов распределенной системы сборки изделий с обратными связями:  $C_1, C_2$  — компоненты-источники;  $C_3-C_7$  — промежуточные компоненты;  $C_8$  — компоненты-стоки

**Fig. 2.** Network structure of components in a distributed product assembly system with feedback:  $C_1, C_2$  — components of sources;  $C_3-C_7$  — intermediate components;  $C_8$  — sewage-components

$$M = \begin{matrix} & \begin{matrix} C_1 & C_2 & C_3 & & C_8 \end{matrix} \\ \begin{matrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ \vdots \\ C_8 \end{matrix} & \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \dots C_{16} & C_{21} C_{22} \dots C_{25} & C_{31} C_{32} \dots C_{35} & \dots & C_{81} C_{82} \dots C_{88} \\ \vdots & M_{11} & M_{12} & M_{13} & \dots & M_{18} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ C_{21} & M_{21} & M_{22} & M_{23} & \dots & M_{28} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ C_{25} & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ C_{31} & M_{31} & M_{32} & M_{33} & \dots & M_{38} \\ C_{32} & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ C_{35} & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ C_{81} & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ C_{82} & M_{81} & M_{82} & M_{83} & \dots & M_{88} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ C_{88} & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \end{matrix}$$

**Рис. 3.** Суперматрица для распределенной системы сборки изделий с обратными связями

**Fig. 3.** Supermatrices for a distributed product assembly system with feedback

изделий (см. рис. 1, табл. 1). Суперматрица компонентов является основной для выявления степени влияния технических средств соответствующих уровней и подсистем. Матрицы  $M_{11}, M_{12}, \dots, M_{88}$  позволяют определить степень влияния элементов технических средств на одном уровне и влияние на элементы технических средств других уровней структуры системы сборки изделий. На первом этапе работы проведено сравнение взаимосвязанных компонентов (см. рис. 2). Каждое сравнение дает вектор приоритетов влияния всех компонентов, указанных в суперматрице (строки матрицы), на каждый компонент, указанный сверху (столбцы матрицы).

Сравнение влияния компонентов выполнено с помощью метода анализа иерархий [4], основой которого являются матрицы парных сравнений и шкала Саати [4, 8]. Матрица размером  $n \times n$  дает суждение о парных сравнениях компонентов. При этом матрица в общем случае имеет вид:

$$A_k = \begin{matrix} i/j & C_1 & C_2 & \dots & C_n \\ C_1 & 1 & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ C_2 & \frac{1}{a_{12}} & 1 & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_n & \frac{1}{a_{1n}} & \frac{1}{a_{2n}} & \dots & 1 \end{matrix} \quad (1)$$

Элементы матрицы  $A_k$  показывают уровень преимущества компонента  $C_i$  над компонентом  $C_j$  по девятибалльной шкале Саати [4, 8]:

1 — отсутствует преимущество  $C_i$  над  $C_j$ ;  
 3 — имеется слабое преимущество  $C_i$  над  $C_j$ ;  
 5 — имеется существенное преимущество  $C_i$  над  $C_j$ ;  
 7 — есть явное преимущество  $C_i$  над  $C_j$ ;  
 9 — имеется абсолютное преимущество  $C_i$  над  $C_j$ ;  
 2, 4, 6, 8 — промежуточные сравнительные оценки: 2 — почти слабое преимущество; 4 — почти существенное преимущество; 6 — почти явное преимущество; 8 — почти абсолютное преимущество. В результате в соответствии с матрицей (1) сформирована матрица парных сравнений системы сборки изделий в приборостроении:

$$M_C^1 = \begin{matrix} i/j & C_1 & C_2 & C_3 & C_4 & C_5 & C_6 & C_7 & C_8 \\ C_1 & 1 & 2 & 4 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ C_2 & 1/2 & 1 & 4 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ C_3 & 1/4 & 1/4 & 1 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ C_4 & 1/3 & 1/3 & 1/3 & 1 & 1 & 3 & 3 & 3 \\ C_5 & 1/3 & 1/3 & 1/3 & 1 & 1 & 3 & 3 & 3 \\ C_6 & 1/3 & 1/3 & 1/3 & 1/3 & 1/3 & 1 & 1 & 3 \\ C_7 & 1/3 & 1/3 & 1/3 & 1/3 & 1/3 & 1 & 1 & 3 \\ C_8 & 1/3 & 1/3 & 1/3 & 1/3 & 1/3 & 1/3 & 1/3 & 1 \end{matrix} \quad (2)$$

Анализ парных сравнений матрицы  $M_C^1$  позволяет выделить вектор приоритетов влияния компонентов суперматрицы (см. рис. 3). Для

этого необходимо выполнить ряд операций над матрицей (2) [4–7]:

1. Нормализуются столбцы матрицы (2) путем суммирования значения элементов столбцов матрицы  $M_C^1$

$$S_{j_{11}} = \sum_{i=1}^n a_{ij_{11}}, S_{j_{12}} = \sum_{i=1}^n a_{ij_{12}}, \dots, S_{j_{1n}} = \sum_{i=1}^n a_{ij_{1n}}. \quad (3)$$

В результате суммарные значения столбцов матрицы равны.

$$S_{M_C^1} = \begin{matrix} \begin{matrix} C_1 & C_2 & C_3 & C_4 \\ 3,4167 & 4,9167 & 10,6667 & 12,0000 \end{matrix} \\ \begin{matrix} C_5 & C_6 & C_7 & C_8 \\ 12,0000 & 17,3333 & 17,3333 & 22,0000 \end{matrix} \end{matrix} \quad (4)$$

2. Необходимо разделить значения элементов столбцов матрицы (2) на суммарные значения столбцов (4):

$$\begin{aligned} d_{11}^1 &= \frac{a_{11}^1}{S_{j_{11}}^1}, d_{21}^1 = \frac{a_{21}^1}{S_{j_{12}}^1}, \dots, d_{n1}^1 = \frac{a_{n1}^1}{S_{j_{1n}}^1} \\ d_{12}^1 &= \frac{a_{12}^1}{S_{j_{12}}^1}, d_{22}^1 = \frac{a_{22}^1}{S_{j_{12}}^1}, \dots, d_{n2}^1 = \frac{a_{n2}^1}{S_{j_{12}}^1} \\ &\vdots \\ d_{1n}^1 &= \frac{a_{1n}^1}{S_{j_{1n}}^1}, d_{2n}^1 = \frac{a_{2n}^1}{S_{j_{1n}}^1}, \dots, d_{mn}^1 = \frac{a_{mn}^1}{S_{j_{1n}}^1}. \end{aligned} \quad (5)$$

3. На основе элементов (5) формируется матрица, строки и столбцы которой соответствуют анализируемым компонентам  $C_1 \dots C_8$

$$M_C^2 = \begin{matrix} i \setminus j & C_1 & C_2 & C_3 & C_4 & C_5 & C_6 & C_7 & C_8 \\ C_1 & d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} & d_{16} & d_{17} & d_{18} \\ C_2 & d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{24} & d_{25} & d_{26} & d_{27} & d_{28} \\ C_3 & d_{31} & d_{32} & d_{33} & d_{34} & d_{35} & d_{36} & d_{37} & d_{38} \\ C_4 & d_{41} & d_{42} & d_{43} & d_{44} & d_{45} & d_{46} & d_{47} & d_{48} \\ C_5 & d_{51} & d_{52} & d_{53} & d_{54} & d_{55} & d_{56} & d_{57} & d_{58} \\ C_6 & d_{61} & d_{62} & d_{63} & d_{64} & d_{65} & d_{66} & d_{67} & d_{68} \\ C_7 & d_{71} & d_{72} & d_{73} & d_{74} & d_{75} & d_{76} & d_{77} & d_{78} \\ C_8 & d_{81} & d_{82} & d_{83} & d_{84} & d_{85} & d_{86} & d_{87} & d_{88} \end{matrix} \quad (6)$$

4. Суммы значений строк матрицы (6) являются вектором-столбцом данной матрицы

$$\begin{aligned} v_{ст} &= \{S_{i_1}^1, S_{i_2}^1, \dots, S_{i_n}^1\}, S_{i_1}^1 = \sum_{j=1}^n d_{ij_1}^1, \\ S_{i_2}^1 &= \sum_{j=1}^n d_{i_2j_1}^1, \dots, S_{i_n}^1 = \sum_{j=1}^n d_{i_nj_1}^1. \end{aligned} \quad (7)$$

Вектор-столбец матрицы (6) равен

$$v_{ст} = \begin{matrix} \begin{matrix} C_1 & C_2 & C_3 & C_4 \\ 2,05698 & 1,70725 & 1,20029 & 0,84579 \end{matrix} \\ \begin{matrix} C_5 & C_6 & C_7 & C_8 \\ 0,84579 & 0,50391 & 0,50391 & 0,33608 \end{matrix} \end{matrix} \quad (8)$$

5. Вектор-столбец приоритетов компонентов (см. рис. 2) формируется путем деления вектора-столбца (8) на размерность столбцов матрицы  $M_C^2$  (6)

$$v_{np} = v_{ст} / n. \quad (9)$$

В результате вектор-столбец приоритетов равен

$$v_{np} = \begin{matrix} \begin{matrix} C_1 & C_2 & C_3 & C_4 \\ 0,25712 & 0,21341 & 0,15004 & 0,10572 \end{matrix} \\ \begin{matrix} C_5 & C_6 & C_7 & C_8 \\ 0,10572 & 0,06299 & 0,06299 & 0,04201 \end{matrix} \end{matrix}$$

Эффективность выведения вектора-приоритетов компонентов (технических средств) оценивается индексом согласованности матрицы  $M_C^1$  (2) [4]

$$ИС = (\lambda_{max} - n) / (n - 1), \quad (10)$$

где  $\lambda_{max}$  — максимальные собственные числа матрицы (2).

Для определения максимального значения выражения (10) необходимо умножить матрицу парных сравнений (2) на вектор приоритетов (9). В результате формируется вектор-столбец матрицы (2)

$$v_{ст}^1 = M_C^1 v_{np}. \quad (11)$$

$$v_{ст}^1 = \begin{matrix} \begin{matrix} C_1 & C_2 & C_3 & C_4 \\ 2,42238 & 2,08042 & 1,40597 & 0,92227 \end{matrix} \\ \begin{matrix} C_5 & C_6 & C_7 & C_8 \\ 0,92227 & 0,52934 & 0,52934 & 0,36134 \end{matrix} \end{matrix}$$

После деления значений вектора-столбца  $v_{ст}^1$  на соответствующие значения вектор-приоритетов (9) формируются вектор-столбец матрицы (2)

$$v_{ст}^{11} = v_{ст}^1 / v_{np}. \quad (12)$$

$$v_{ст}^{11} = \begin{matrix} \begin{matrix} C_1 & C_2 & C_3 & C_4 \\ 9,42113 & 9,74863 & 9,37094 & 8,72334 \end{matrix} \\ \begin{matrix} C_5 & C_6 & C_7 & C_8 \\ 8,72334 & 8,40378 & 8,40378 & 8,60130 \end{matrix} \end{matrix}$$

Усредненные значения вектора-столбца (12) являются максимальным собственным числом матрицы парных сравнений компонентов (технических средств) (2)

$$\begin{aligned} ИС &= (\lambda_{max} - n) / (n - 1) = \\ &= (8,9245 - 8) / (8 - 1) = 0,1320. \end{aligned}$$

Окончательная оценка эффективности выделения приоритетов влияния компонентов (см. рис. 2) определяется по отношению согласованности

$$ОС = \frac{ИС}{СИ} = \frac{0,1320}{1,41} = 0,0936. \quad (13)$$

Случайный индекс (СИ) определяется порядком матрицы (2) по таблице [4, 9]: СИ = 1,41. Приемлемым считается значение отношения согласованности, меньшее или равное 0,1 [4, 9]. В данном случае в соответствии с формулой (13) ОС = 0,0936.

Выделенные значения вектора-столбца приоритетов влияния компонентов (9) являются весовыми коэффициентами, на которые умножаются матрицы  $M_{11}$ ,  $M_{12}$ , ...,  $M_{88}$  (см. рис. 3). В результате формируется взвешенная суперматрица. Дальнейшая обработка этой матрицы позволяет получить приоритеты элементов матрицы  $M_{11}$ ,  $M_{12}$ , ...,  $M_{88}$  путем вычисления предельной суперматрицы.

Предлагаемое математическое описание может найти широкое применение при структурном и параметрическом синтезе автоматизированных систем сборки изделий в приборостроении и машиностроении, а также в других отраслях промышленности, в том числе при разработке систем управления производством и предприятиями.

## Список литературы

- [1] Усачев М.С., Дорошенко В.А. Математическое описание компоновки распределенных систем управления с оценкой структурной избыточности и сложности // Вестник МГУЛ – Лесной вестник, 2013. № 3 (95). С. 196–202.
- [2] Герасимов А.Э., Дорошенко В.А., Друк Л.В. Методы формирования и оценки множества исходных вариантов для синтеза распределенных систем управления // Технология и оборудование для переработки древесины: сб. науч. тр. М.: МГУЛ, 2014. Вып. 370. С. 153–161.
- [3] Семенов С.С., Воронов Е.М., Полтавский А.В., Крынев А.В. Методы принятия решений в задачах оценки качества и технического уровня сложных технических систем. М.: ЛЕНАНД, 2016. 520 с.
- [4] Саати Т. Принятие решений, методы анализа иерархий. М.: Радиосвязь, 1993. 278 с.
- [5] Дорошенко В.А., Друк Л.В., Герасимов А.Э. Формирование и многокритериальная оценка исходных вариантов технических средств для синтеза распределенных систем управления на основе анализа иерархий // Вестник МГУЛ – Лесной вестник, 2015. № 6. С. 174–179.
- [6] Герасимов А.Э., Усачев М.С., Друк Л.В., Дорошенко В.А. Анализ вариантов технических средств распределенных систем управления с применением парных сравнений и нечетких множеств // Технология и оборудование для переработки древесины: сб. науч. тр. М.: МГУЛ, 2015. Вып. 377. С. 184–195.
- [7] Черноруцкий Н.Г. Методы принятия решений. СПб.: БХВ Петербург, 2005. 416 с.
- [8] Саати Т. Принятие решений при зависимостях и обратных связях. Аналитические сети. М.: Изд-во ЛКН, 2008. 360 с.; М.: ЛЕНАНД, 2015. 360 с.
- [9] Андрейчиков А.В., Андрейчикова О.Н. Системный анализ и синтез стратегических решений в инноватике: математические, эвристические и интеллектуальные методы системного анализа и синтеза инноваций: учеб. пособие. М.: ЛЕНАНД, 2015. 306 с.
- [10] Аверченков В.И., Подвесовский А.Г., Брундасов С.М. Автоматизация многокритериального выбора программно-технических решений на основе семантического расширения иерархических и сетевых моделей // Вестник Волгоградского государственного технического университета, 2004. № 5. С. 105–111.

## Сведения об авторах

**Дорошенко Виктор Андреевич** — д-р техн. наук, профессор, МГТУ им. Н.Э. Баумана (Мытищинский филиал), e-mail: gerasimov.anton.rus@gmail.com

**Друк Лариса Викторовна** — канд. техн. наук, доцент, МГТУ им. Н.Э. Баумана (Мытищинский филиал), e-mail: gerasimov.anton.rus@gmail.com

**Герасимов Антон Эдуардович** — аспирант, МГТУ им. Н.Э. Баумана (Мытищинский филиал), e-mail: gerasimov.anton.rus@gmail.com

Статья поступила в редакцию 23.05.2016 г.

## THE MATHEMATICAL DESCRIPTION OF THE INTERACTION OF TECHNICAL MEANS DISTRIBUTED ACCORDING TO THE CONTROL SYSTEM LEVELS WITH FEEDBACK

V.A. Doroshenko, L.V. Druk, A.E. Gerasimov

BMSTU (Mytishchi branch), 1 st. Institutskaya, 141005, Mytishchi, Moscow reg., Russia  
gerasimov.anton.rus@gmail.com

When solving multi-criteria choice of hardware options for the problems of structural and parametric synthesis which are distributed according their control level, the following methods can be used: techniques based on directed graphs and hypergraphs transition to compositions and their respective matrices, methods based on the idea of distributed hierarchical structures of control systems and then applying the analytic hierarchy process. The actual baseline is not always possible using these methods to present the structure of distributed control systems in the form of directed graphs and hierarchical structure because feedbacks between the levels may exist in such systems. In this paper we have proposed a mathematical description of the product assembly systems distributed according their level, the above systems being used in instrument engineering with various dependencies between levels. The level of the respective sub-systems and the links between them are considered. Each subsystem includes some components (hardware) comprising a plurality of elements. The

original structure is a network structure of components with feedback. To determine the effect of the components and elements in the network structure, the mathematical description of quadratic supermatrices has been suggested. The rows and the columns of the matrix correspond to the elements of components of a distributed product assembly system. The component supermatrices are the basis for identifying the system of impact of technical means of the corresponding levels and subsystems. The matrices of the supermatrix elements allow the system to determine the impact of items of technical means on the same level and the impact on other elements of the structure of the above product assembly systems. The first stage of research was to carry out the comparison of related components indicated in supermatrices. The comparison of the component influence was made by using the analytic hierarchy process which is based on the matrix of pairwise comparisons and on the Saaty scale. As a result of computational operations with a matrix of pairwise comparisons, the vector of component influence priorities has been found. The influence priorities vector values are weighting coefficients by which the element component matrices are multiplied. The result is a weighted supermatrix. Processing of this matrix allows to determine the element priority vectors that show the interaction of hardware elements in the distributed product assembly system. This work gives an example of the formation of the original component supermatrices of a product assembly system. It also shows the computational procedure of the matrix of pairwise comparisons of components and that of determining the component (hardware) influence vector within the network product assembly structures in instrument engineering. In this paper the evaluation of the identified priorities has been carried out by determining the compatibility index and the coefficient of the ratio of compatibility of the original pairwise comparison supermatrices.

**Keywords:** a level-distributed system, a network structure, the original supermatrix, weighted supermatrices, limit supermatrices, a matrix of pairwise comparisons, priority vectors, component interaction, component feedback, the consistency index, the ratio of coherence

**Suggested citation:** Doroshenko V.A., Druk L.V., Gerasimov A.E. *Matematicheskoe opisaniye vzaimovliyaniya tekhnicheskikh sredstv raspredelennykh po urovnyam sistem upravleniya s obratnymi svyazyami* [The mathematical description of the interaction of technical means distributed according the control system levels with feedback]. *Lesnoy vestnik / Forestry Bulletin*, 2017, v. 21, no. 1, pp. 118–124. DOI: 10.18698/2542-1468-2017-1-118-124

## References

- [1] Usachev M.S., Doroshenko V.A. *Matematicheskoe opisaniye komponovki raspredelennykh sistem upravleniya s otsenkoy strukturnoy izbytochnosti i slozhnosti* [The mathematical description of the layout of distributed systems, Power Management of the evaluation of the structural redundancy and complexity] *Moscow state forest university bulletin – Lesnoy vestnik*, 2013, № 3 (95), pp. 196-202. (in Russian)
- [2] Gerasimov A.E., Doroshenko V.A., Druk L.V. *Metody formirovaniya i otsenki mnozhestva iskhodnykh variantov dlya sinteza raspredelennykh sistem upravleniya* [Methods of forming and evaluating a variety of source options for the synthesis of distributed control systems]. *Technology and equipment for processing of wood*, v. 370, Moscow: MSFU Publ., 2014, p. 153-161. (in Russian)
- [3] Semenov S.S., Voronov E.M., Poltavskiy A.V., Kryanev A.V. *Metody prinyatiya resheniy v zadachakh otsenki kachestva i tekhnicheskogo urovnya slozhnykh tekhnicheskikh sistem* [Methods of decision making in the problems of assessing the quality and technical level of complex technical systems]. Moscow: LENAND, 2016, 520 p. (in Russian)
- [4] Saati T. *Prinyatie resheniy, metody analiza ierarkhiy* [Decision making, analytic hierarchy process]. Moscow: Radiosvyaz' Publ., 1993, 278 p. (in Russian)
- [5] Doroshenko V.A., Druk L.V., Gerasimov A.E. *Formirovaniye i mnogokriterial'naya otsenka iskhodnykh variantov tekhnicheskikh sredstv dlya sinteza raspredelennykh sistem upravleniya na osnove analiza ierarkhiy* [Formation and multi-criteria evaluation of the initial versions of the technical means for the synthesis of distributed control systems based on the analytic hierarchy] *Moscow state forest university bulletin – Lesnoy vestnik*, 2015, no. 6, pp. 174-179. (in Russian)
- [6] Gerasimov A.E., Usachev M.S., Druk L.V., Doroshenko V.A. *Analiz variantov tekhnicheskikh sredstv raspredelennykh sistem upravleniya s primeneniem parnykh sravneniy i nechetkikh mnozhestv* [Analysis of options for hardware distributed control systems with the use of paired comparisons and fuzzy sets] *Technology and equipment for wood processing: Sat. scientific. tr.*, v. 377, Moscow: MSFU Publ., 2015, p. 184-195. (in Russian)
- [7] Chemorutskiy N.G. *Metody prinyatiya resheniy* [Methods of decision-making]. SPb.: BHV Peterburg, 2005, 416 p. (in Russian)
- [8] Saati T. *Prinyatie resheniy pri zavisimostyakh i obratnykh svyazyakh* [Decision-making at the dependencies and feedbacks]. *Analiticheskie seti*. Moscow: Publisher LCN, 2008, 360 p.; LENAND, 2015, 360 p. (in Russian)
- [9] Andreychikov A.V., Andreychikova O.N. *Sistemnyy analiz i sintez strategicheskikh resheniy v innovatike* [System analysis and synthesis of strategic decisions in Innovation] *Mathematical, heuristic and intelligent methods of system analysis and synthesis of innovations*, Moscow: LENAND Publ., 2015, 306 p. (in Russian)
- [10] Averchenkov V.I., Podvesovskiy A.G., Brundasov S.M. *Avtomatizatsiya mnogokriterial'nogo vybora programmno-tekhnicheskikh resheniy na osnove semanticheskogo ierarkhicheskikh i setevykh modeley* [Automate multi-criteria selection of software and tech-technical solutions based on semantic hierarchical and network models] *Bulletin of the sovereign-governmental Volgograd Technical University*, 2004, v. 5, pp. 105-111. (in Russian)

## Author's information

**Doroshenko Viktor Andreevich** — Dr. Sci. (Tech.), Prof. BMSTU (Mytishchi branch), e-mail: gerasimov.anton.rus@gmail.com

**Druk Larisa Viktorovna** — Cand. Sci. (Tech.), Assoc. Prof. BMSTU (Mytishchi branch), e-mail: gerasimov.anton.rus@gmail.com

**Gerasimov Anton Eduardovich** — pg. BMSTU (Mytishchi branch), e-mail: gerasimov.anton.rus@gmail.com

Received 23.05.2016