

В ЧЮМЕРЕ

- *Фундаментальные и прикладные исследования*
- *Технологии изготовления активных и пассивных микроструктурированных кварцевых волоконных световодов*
- *Волоконно-оптические приборы и системы связи*
- *Волоконно-оптические гироскопы наивысшего класса точности*
- *Проблемы дистанционного зондирования земной поверхности*
- *Спутниковые СВЧ-радиометрические системы высокого разрешения*
- *Статистические алгоритмы для вычисления величины модели элементарных частиц*

СОДЕРЖАНИЕ

Фундаментальные и прикладные исследования

Аксенов В.А., Бурков В.Д., Замятин А.А., Иванов Г.А., Исаев В.А., Маковецкий А.А.	<i>Активные и пассивные микроструктурированные (дырчатые) кварцевые волоконные световоды, полученные методом капиллярной сборки</i>	5
Бурков В.Д., Губин В.П., Сазонов А.И.	<i>Волоконно-оптические гироскопы с эрбиевыми волоконными источниками излучения</i>	8
Бурков В.Д., Коломиец Л.Н.	<i>Дифференциальные волоконно-оптические датчики давления отражательного типа</i>	13
Бурков В.Д., Перминов С.В.	<i>Управление дистантным взаимодействием биологических объектов при помощи кварцевых световозвращателей</i>	17
Бурков В.Д., Перминов С.В., Харитонов Н.А.	<i>Перспективы применения микроструктурных световодов для создания бортовых высокоинформативных систем передачи данных</i>	23
Гусев Г.А., Гуфельд И.Л.	<i>Сейсмический процесс в геологической среде, индуцированный слабыми фоновыми силовыми полями</i>	28
Корольков А.В., Меньшиков В.А., Партола И.С., Сапожников В.Б.	<i>Математическая модель капиллярных заборных устройств торового топливного бака</i>	35
Волков Ю.В.	<i>Об изменении некоторых физических параметров воды в моменты, близкие восходу солнца</i>	40
Дмитриев В.П., Блюмин А.В., Мерзлов Л.Ю., Нуруллаев А.Т., Бобович П.А., Коршунов И.В., Барлыбаев Р.Г.	<i>Качество функционирования оптоэлектронного атмосферного канала передачи информации в вычислительных сетях</i>	43
Короткина М.Р., Зверев М.А., Ярославцева Н.П.	<i>Биосветоводы и фрактальность биологических структур</i>	49
Розгачева И.К.	<i>О стохастических и топологических свойствах вакуума</i>	54
Розгачева И.К., Кувшинова И.Б.	<i>Конвективная модель охлаждающих потоков в богатых скоплениях галактик</i>	59
Розгачева И.К., Чаругин В.М.	<i>Активность галактического ядра как результат взаимодействия излучения звезд галактики и центрального газопылевого облака</i>	65
Конькова Е.Н., Чаругин В.М.	<i>Влияние турбулентной плазмы на спектр синхротронного излучения выбросов активных ядер галактик и квазаров</i>	72
Коноплев А.О.	<i>Вейвлет-анализ двумерных изображений</i>	77

Галкин Ю.С., Гранков А.Г., Мильшин А.А., Харченко В.Н., Шалаев В.С., <u>Шмаленюк А.С.</u>	<i>Возможности спутниковых СВЧ-радиометрических систем высокого разрешения для дистанционного зондирования лесных экосистем</i>	83
Галкин Ю.С., Гранков А.Г., Мильшин А.А., <u>Шмаленюк А.С.</u>	<i>Моделирование ослабления радиоволн лесным пологом в глобальной модели радиоизлучения земной поверхности в L- и P-диапазонах</i>	90
Галкин Ю.С., Харченко В.Н.	<i>Экспериментальная проверка методов координатной привязки снимков ДЗЗ для ГИС-управления лесной инфраструктурой</i>	99
Батырев Ю.П., Полуэктов Н.П., Харченко В.Н., Багдатыев В.Е.	<i>Методы повышения температурной стабильности вихретоковых датчиков</i>	103
Зверев Н.В.	<i>Два статистических алгоритма для $U(1)$ модели элементарных частиц на решетке</i>	109
Зверев Н.В.	<i>Фермионные детерминанты векторной и киральной $U(1)$ моделей SLAC-фермионы на двумерной решетке с регуляризацией по Паули – Вилларсу</i>	122
Зверев Н.В.	<i>Однородные составляющие поля и фермионные функции в кулоновской фазе $U(1)$ модели на четырехмерной решетке</i>	133
Шачнев В.А.	<i>Общее решение уравнений динамики деформируемого тела</i>	138
Носов В.А., Панкратьев А.Е.	<i>О семействах функций, задающих латинские квадраты над абелевыми группами</i>	141
Носов В.А.	<i>О связи периодов состояний и периодов выходов автономных автоматов</i>	144
Леохин Ю.Л., Бондаренко А.Д.	<i>Проектирование интеллектуальных систем управления компьютерными сетями</i>	149
Мельников С.Ю.	<i>Об использовании спектров графов автоматов в задаче определения функции выходов по вероятностям биграмм в выходной последовательности</i>	153
Ветошкин А.М.	<i>Матрицы с эквивалентными системами строк и столбцов</i>	158
Мошкин Н.И., Лагерев А.В.	<i>Повышение эффективности использования специальных промышленных систем за счет автоматизации процессов диагностирования</i>	162
Мошкин Н.И.	<i>Использование информационных технологий при диагностировании сложных подвижных объектов</i>	166

«Вестник Московского государственного университета леса – Лесной вестник» предлагает очередной тематический выпуск, посвященный фундаментальным и прикладным исследованиям в области математики, физики, информатики и систем управления. В нем представлены работы ученых МГУЛ и других учебных и научных организаций. Значительная часть из них – это материалы, представленные на I Международной конференции «Слабые и сильные поля излучения», которая проводилась на базе ЦУП (г. Королев) и МГУЛ. В этом году также проходила конференция МГУЛ, посвященная 100-летию со дня рождения С.П. Королева.

На протяжении многих лет более 150 выпускников МГУ работают в МГУЛ на кафедрах математики, физики, прикладной математики, информационно-измерительных систем, почвоведения, селекции, геодезии, химии и др. Многолетняя история связывает судьбы МГУ и МГУЛ: на кафедре высшей математики преподавал Н.Н. Лузин, на кафедре физики – А.Ф. Иоффе, кафедрой высшей математики заведовал Н.В. Ефимов, в разное время готовили специалистов О.Ю. Шмидт, С.А. Чаплыгин. Этим историческим событиям был посвящен специальный выпуск «Вестника МГУЛ – Лесного вестника» (№ 3, 2005 г.).

В июне 2007 года в ЦУПе (г. Королев) планируется проведение II Международной конференции «Слабые и сильные поля и излучения» и конференции с участием ученых МГУЛ и МГУ «ЗЕМЛЯ – ЧЕЛОВЕК – КОСМОС», посвященной 100-летию со дня рождения С.П. Королева. Инициаторами их проведения являются кафедра физики (зав. кафедрой проф. В.Н. Харченко) и кафедра проектирования и технологии производства приборов (зав. кафедрой проф. В.Д. Бурков).

Вниманию читателей предлагается материалы докладов международных конференций «Слабые и сильные поля и излучения».

АКТИВНЫЕ И ПАССИВНЫЕ МИКРОСТРУКТУРИРОВАННЫЕ (ДЫРЧАТЫЕ) КВАРЦЕВЫЕ ВОЛОКОННЫЕ СВЕТОВОДЫ, ПОЛУЧЕННЫЕ МЕТОДОМ КАПИЛЛЯРНОЙ СБОРКИ

В.А. АКСЕНОВ, *вед. технолог Фрязинского отд. Института радиотехники и электроники РАН*,
 В.Д. БУРКОВ, *проф. каф. проектирования и технологии пр-ва приборов МГУЛ, д-р техн. наук*,
 А.А. ЗАМЯТИН, *науч. сотр. Фрязинского отд. Института радиотехники и электроники РАН*,
 Г.А. ИВАНОВ, *проф. каф. проектирования и технологии пр-ва приборов МГУЛ, д-р хим. наук*,
 В.А. ИСАЕВ, *ст. науч. сотр. Фрязинского отд. Института радиотехники и электроники РАН*,
 А.А. МАКОВЕЦКИЙ, *ст. науч. сотр. Фрязинского отд. Института радиотехники и электроники РАН, канд. физ.-мат. наук*

В последнее время в оптике бурно развивается новое научное направление – фотонные кристаллы. Фотонные кристаллы в подавляющем большинстве представляют собой искусственно создаваемые структуры с периодически изменяющейся в пространстве диэлектрической постоянной. Основным свойством фотонных кристаллов является то, что, будучи прозрачными для широкого спектра электромагнитного излучения, они оказываются непрозрачными для некоторых частотных диапазонов, когда длина волны излучения сравнима с периодом решетки фотонного кристалла. Эти спектральные диапазоны стали называть фотонными запрещенными зонами, аналогично запрещенным зонам в полупроводниках и диэлектриках.

Применительно к волоконным световодам подобные периодические структуры формируют воздушными капиллярами, располагающимися в определенном порядке вдоль оси волокна, и такие световоды называют микроструктурированными. Есть 2 основных типа микроструктурированных волоконных световодов (МСВС) [1]:

- световоды, в центре которых располагается капилляр, выполняющий роль дефекта решетки и формирующий моду, которая локализована в пределах этого дефекта и будет распространяться по волокну;

- световоды, в центре которых располагается материал кварцевого стекла (пассивные световоды) или материал, в состав которого входят ионы элементов, обладающих оптическими переходами (активные световоды). В этих световодах «дырчатая» структура выполняет роль светоотражающей оболочки, поскольку капилляры, заполненные воздухом, имеют эффективный показатель преломления (ПП) меньший ПП материала сердцевины. Несмотря на то, что волноводные характеристики таких МСВС могут быть рас-

смотрены в рамках модели полного внутреннего отражения, применительно к обычным световодам, имеются существенные отличия свойств традиционных световодов и МСВС, а именно:

- разность ПП между сердцевиной и светоотражающей оболочкой может быть значительно (почти на 2 порядка) больше, чем в стандартных ВС;
- эффективный ПП оболочки существенно сильнее зависит от длины волны излучения.

Указанные отличия приводят к появлению уникальных свойств МСВС [6–7]. Например, длина волны нулевой дисперсии может значительно смещаться в сторону коротких длин волн (вплоть до 0,55 мкм вместо 1,3 мкм для чистого кварцевого стекла).

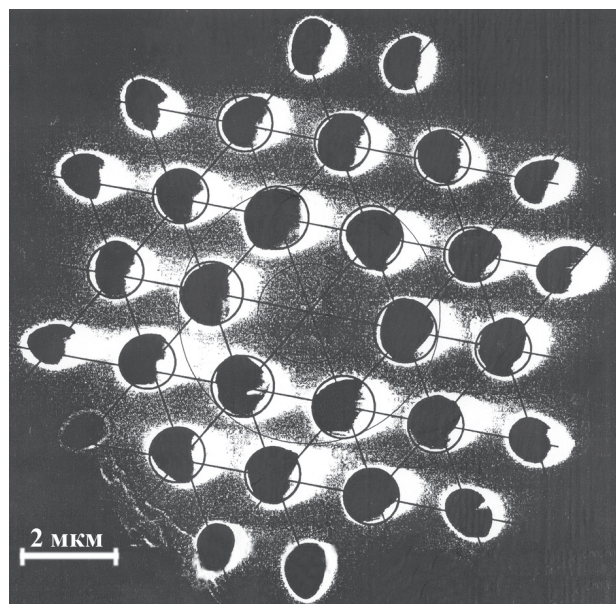


Рис. 1. Фотография и аппроксимация отверстий, полученные на электронном микроскопе для образца пассивного МСВС: наружный диаметр волокна – 125 мкм; диаметр отверстия d 1-го слоя – 1,16 мкм, 2-го слоя – 1,02 мкм; период Λ – 1,82 мкм; отношение d / Λ 1-го слоя – 0,637, 2-го слоя – 0,56

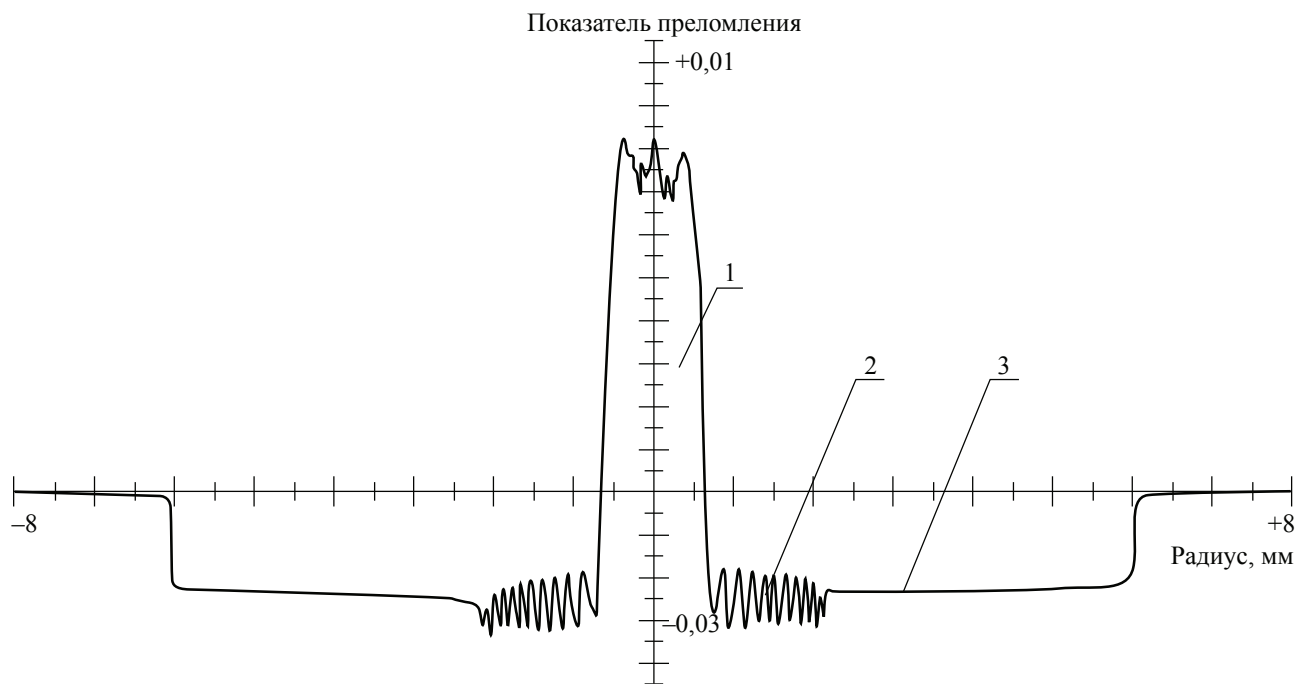


Рис. 2. Профиль показателя преломления в исходной заготовке активного световода, сердцевина которого легирована иттербием и алюминием: 1 – световедущая сердцевина, 2– защитная оболочка

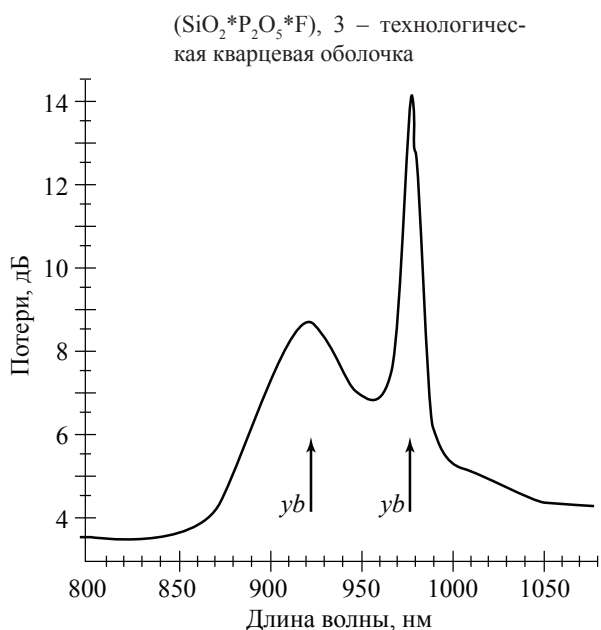


Рис. 3. Спектральная зависимость потерь в световоде, сердцевина которого легирована иттербием и алюминием ($l_{\text{обр.}} \approx 26$ мм, $C_{\text{yb}} \approx 0,8$ % масс.)

При относительно малом размере отверстий ($d/\Lambda \leq 0,2$, где d – диаметр отверстий, а Λ – расстояние между отверстиями) данные волокна являются одномодовыми во всем спектральном диапазоне прозрачности кварцевого стекла. Изменяя конфигурацию отверстий, можно менять не только дисперсионные, но и поляризационные характеристики МСВС. Варьируя размеры и кар-

тину профиля ПП, можно изменять диаметр (площадь) модового пятна на 3 порядка, что приводит к усилению нелинейных эффектов, в частности к генерации широкого континуума излучения – «когерентного белого света» в интервале длин волн 0,55–1,9 мкм [2].

В предыдущем докладе [3] были описаны технология и свойства пассивного кварцевого МСВС, изготовленного методом сверления отверстий в кварцевом штабике. На рис. 1 приведены фотография и аппроксимация отверстий, полученные на электронном микроскопе. Видно, что при диаметре МСВС 125 мкм диаметр отверстий составлял 1,16 мкм для 1-го слоя и 1,02 мкм для 2-го слоя, а расстояние между отверстиями = 1,82 мкм. Потери в данном МСВС составляли $\sim 0,06$ дБ/м на $\lambda = 0,8$ мкм и в значительной степени определялись качеством используемого кварцевого штабика. Рассчитанная длина волны нулевой дисперсии $\sim 0,8$ мкм, интервал длин волн светового континуума 0,8–1,2 мкм, а прочность данных световодов близка к прочности обычных «связных» световодов [4].

В настоящей работе основное внимание уделено получению методом капиллярной сборки активных МСВС, сердцевина которых легирована главным образом ионами иттербия. Изготовление исходных заготовок активных ВС осуществляли на установке MCVD фирмы «SGC» (Англия) при легировании редкоземельными элементами (РЗЭ)

из раствора нитратов РЭЭ. Первоначально на внутреннюю поверхность опорной кварцевой трубки осаждали слои фтор-фосфоросиликатного стекла с ПП, близким к ПП кварцевого стекла, при подаче внутрь нагреваемой трубки паров SiCl_4 , POCl_3 и SF_6 вместе с O_2 . Данные слои формировали защитную оболочку, которая препятствовала загрязнению сердцевины примесями, содержащимися в опорной трубке. Затем осаждали пористый слой чистого кварцевого стекла при окислении паров SiCl_4 , подаваемых в опорную трубку. Степень пористости слоя определялась температурой осаждения и концентрацией SiCl_4 в исходной парогазовой смеси. Трубку снимали с установки MCVD и помещали в кварцевую ампулу с раствором нитратов РЭЭ и алюминия. После пропитки пористого слоя нитратами РЭЭ и алюминия трубку опять помещали на установку MCVD и сушили в потоке чистого и сухого кислорода при постепенном увеличении температуры нагрева трубки. При температурах 600–800°C нитраты разлагались с выделением оксидов РЭЭ и алюминия, которые входили в состав кварцевого стекла. Оксид алюминия как модификатор добавляли для увеличения растворимости РЭЭ в кварцевом стекле и для предотвращения ликвации стекла. Концентрация РЭЭ и алюминия в слое, формирующем сердцевину активного световода, зависела от концентрации нитратов в растворе и степени пористости слоя. Обычно концентрация РЭЭ составляла 0,2 ÷ 1 % масс. Для примера на рис. 2 приведен профиль ПП в одной из исходных заготовок активного световода, сердцевина которого легиро-

вана ионами иттербия и алюминия. Измерения профиля ПП осуществляли на преформ-анализаторе P-101 фирмы «York Technology» (Англия). На рис. 3 приведена спектральная зависимость потерь в «оттяжке», вытянутой из данной заготовки. Видны характерные полосы поглощения ионов иттербия на длинах волн 0,915 и 0,98 мкм. Концентрацию иттербия в сердцевине рассчитывали исходя из спектральной зависимости потерь при использовании коэффициента экстинкции 240 дБ/м на $\lambda = 0,915$ мкм для $C_{\text{Yb}} = 1$ % масс.

Заготовку активного МСВС получали следующим образом. Сначала на вытяжной установке с использованием высокотемпературной печи с графитовым нагревателем исходную заготовку перетянули в штабик диаметром ~ 1,7 мм. Из кварцевой трубки вытянули капилляры с наружным диаметром ~ 420 мкм и внутренним диаметром ~ 360 мкм, плотно расположили их в два слоя вокруг штабика активного волоконного световода. Полученную структуру вставили в опорную кварцевую трубку с наружным диаметром ~ 6 м и внутренним диаметром ~ 3,5 мм, сплывили их на вытяжной установке, после чего из неё вытянули активный МСВС. При вытяжке на волокно нанесли защитное уретан-акрилатное покрытие. При внешнем диаметре волокна ~ 125 мкм внутренний диаметр, сформированный микроструктурированной («дырчатой») оболочкой, составлял обычно 35÷40 мкм, а диаметр сердцевины – 3 ÷ 5 мкм. На рис. 4а и 4б приведены фотографии торца одного из образцов активного иттербиевого МСВС при различной засветке.

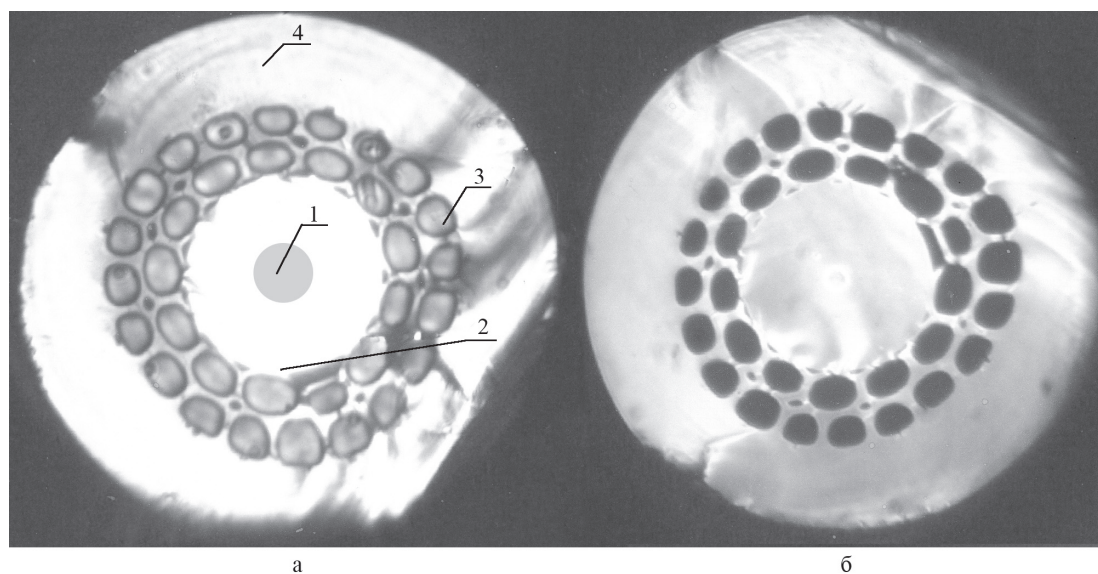


Рис. 4а и 4б. Фотографии торца активного иттербиевого МСВС при различной засветке: 1 – сердцевина; 2 – светотражательная оболочка; 3 – «дырчатая» оболочка; 4 – технологическая квантовая оболочка

На рис. 4а видна световедущая роль микроструктурированной оболочки, которая используется для повышения плотности накачки сердцевины как за счет высокой числовой апертуры этой оболочки, так и за счет уменьшения площади центральной части волокна, по которой распространяется излучение накачки [8]. Активные МСВС данной конструкции удобны для торцевой накачки волоконно-оптического лазера. Полученные образцы данных МСВС переданы в НЦВО при ИОФ РАН для создания на их основе волоконно-оптических лазеров (для иттербиевых волоконных световодов длина волны накачки обычно 0,98 мкм, а длина волны излучения $\sim 1,1$ мкм [5]).

Библиографический список

1. Бирюков, А.С. Волоконные световоды на основе фотонных кристаллов / А.С. Бирюков, Е.М. Дианов // Волоконно-оптические технологии, материалы и устройства: сб. науч. тр. – 2002. – № 5. – С. 6–16.
2. Федотов, А.Б. Пространственно-спектральная фильтрация излучения суперконтинуума, генерируемого в микроструктурированных волокнах / А.Б. Федотов, Пинг Жу, Ю.Н. Кондрагев, и др. // Квантовая электроника. – 2003. – Т. 33. – № 9. – С. 828–832.
3. Бурков, В.Д. Принципы построения многоканальных волоконно-оптических информационно-измерительных систем на основе технологии пассивных и активных микроструктурированных волоконных световодов / В.Д. Бурков, Ф.А. Егоров, Г.А. Иванов и др. // Науч.-технич. конф. – МГУЛ, 2004.
4. Дианов, Е.М. Эффект катастрофического разрушения в микроструктурированном световоде / Е.М. Дианов, А.А. Фролов, И.А. Буфетов и др. // Квантовая электроника. – 2004. – Т. 34. – № 1. – С. 59–61.
5. Курков, А.С. Непрерывные волоконные лазеры средней мощности / А.С. Курков, Е.М. Дианов // Квант. электроника. – 2004. – № 10. – С. 881–900.
6. J.C. Knight, T.A. Birks, P.St.J. Russel, D.M. Atkin. All-silica single-mode fiber with photonic crystal cladding. // Opt. Lett., 21, (1996), 1547–1549.
7. T.A. Birks, J.C. Knight, P.St.J. Russel. Endlessly single-mode photonic crystal fibers. // Opt. Lett., 22, (1997), 961–963.
8. K. Furusowa, A. Malinowski, J.H.V. Price, T.H. Monro, al.et. Cladding pumped Ytterbium-doped fiber laser with holey inner and outer cladding. // Optics Express, v.9, №13, (2001), 714–720.

ВОЛОКОННО-ОПТИЧЕСКИЕ ГИРОСКОПЫ С ЭРБИЕВЫМИ ВОЛОКОННЫМИ ИСТОЧНИКАМИ ИЗЛУЧЕНИЯ

В.Д. БУРКОВ, проф. каф. проектирования и технологии пр-ва приборов МГУЛ, д-р техн. наук,
В.П. ГУБИН, ст. науч. сотр. Института радиотехники и электроники РАН, канд. физ-мат. наук,
А.И. САЗОНОВ, ст. науч. сотр. каф. проектирования и технологии пр-ва приборов МГУЛ, канд. техн. наук

Волоконно-оптический гироскоп (ВОГ) [1, 2, 7] является датчиком угловой скорости, который регистрирует вращение объекта в инерциальной системе координат. Принцип действия ВОГ основан на эффекте Саньяка в кольцевом интерферометре. В нем с помощью делителя светового пучка (направленного ответвителя) создаются две когерентные световые волны, распространяющиеся в кольцевом контуре во встречных направлениях и проходящие один и тот же оптический путь с последующей интерференцией на том же делителе пучка. При вращении контура между встречными волнами возникает разность фаз ϕ_s , пропорциональная проекции вектора угловой скорости Ω объекта на нормаль к плоскости контура: $\phi_s = (2\pi LD / c\lambda)\Omega$. Здесь L и D – длина волокна и диаметр контура, c – скорость света в вакууме, λ – длина волны света. Величина разности фаз очень мала: при $\Omega = 0,01$ град/час $\phi_s = 10^{-6}$ радиан для контура с $L = 1000$ м и $D = 10$ см. Поэтому необходим ряд мер для снижения влияния факторов, вызывающих паразитные фазовые сдвиги меж-

ду волнами. Главной мерой является применение широкополосного светового излучения, т.е. излучения с малой длиной когерентности $L_c \ll L$. При этом снижается влияние рассеяний и отражений в контуре и нелинейных эффектов в волокне.

Эрбиевые волоконные источники излучения

Генерация света в СВИ происходит благодаря квантовому переходу между уровнями 2 \rightarrow 1 эрбия. Каждый из этих уровней расщеплен на ряд подуровней из-за взаимодействия ионов эрбия с внутрикристаллическим полем кварцевого волокна. За счет поглощения фотонов накачки ионы эрбия переходят из основного состояния (1) в верхнее возбужденное состояние (3), которое является короткоживущим (время жизни $\tau_3 = 1$ мкс), и за счет процессов релаксации переходят в долгоживущее состояние (на метастабильный уровень 2, $\tau_2 = 10$ мс). В результате создается инверсия населенностей между уровнями 1 и 2 и активное волокно становится усилителем оптического излучения в полосе около 1530–1580 нм. Широ-

кополосное спонтанное излучение с подуровней уровня 2 усиливается, проходя по волокну, и образует выходное излучение.

Требования к ВОГ наивысшей точности приведены в таблице.

Масштабный коэффициент ВОГ пропорционален средней частоте спектра (или средней длине волны, учитывая, что $\Delta\nu / \nu \cong \Delta\lambda / \lambda$ при $\Delta\nu \ll \nu$). Реально достижимый температурный коэффициент эрбиевого источника < 1 ppm/°C. Это значительно лучше, чем у СЛД, который имеет коэффициент -400 ppm/°C. Кроме того, у СЛД малый ввод излучения в волокно и часто недостаточный ресурс. Следует также отметить, что волоконный источник имеет гладкую форму спектра в отличие от СЛД, у которого на широкий спектр могут быть наложены остаточные узкие линии продольных мод (спектральная модуляция). Поэтому функция временной когерентности волоконного источника отлична от нуля только в области малых задержек, в то время как в СЛД она может иметь пики при значительных задержках. Это обстоятельство является важным при проектировании волоконных устройств с низкокогерентным излучением, к которым относится ВОГ, в особенности в случае, когда используются схемы с деполаризаторами излучения.

Температурная зависимость средней длины волны источника определяется температурной зависимостью мощности и длины волны диода накачки

$$d\lambda_0 / dT = \partial\lambda_0 / \partial T + (\partial\lambda_0 / \partial P_p)(\partial P_p / \partial T) + (\partial\lambda_0 / \partial \lambda_p)(\partial \lambda_p / \partial T).$$

Для полупроводниковых лазерных диодов $\partial\lambda_p / \partial T = -400$ ppm/°C, $\partial P_p / \partial T = -0,3$ мВт/°C.

При разработке волоконного источника для получения требуемой температурной зависимости, а также спектра, выходной мощности и

ширины спектра проводится выбор следующих параметров: мощность накачки P_p , длина волны накачки λ_p , состав и длина активного волокна L_a , а также конфигурация оптической схемы (однокаскадная, двухкаскадная, прямая или/и обратная накачка по отношению к направлению распространения сигнала).

Спектральные характеристики эрбиевого источника

В данном разделе экспериментально исследованы спектральные характеристики эрбиевых волоконных источников излучения (СВИ), изготовленных из кварцевых волокон, легированных ионами иттербия и эрбия, с рабочей длиной волны $\lambda_0 = 1,55$ мкм и накачкой многомодовым полупроводниковым лазером с длиной волны $0,98$ мкм. Были исследованы зависимости средней длины волны λ_0 спектра излучения в области $1,55$ мкм и ширины спектра $\Delta\lambda$ от тока инжекции лазера накачки (от выходной мощности источника).

Измерение спектральных характеристик Er-СВИ проводили на анализаторе спектра фирмы Anritsu. Среднюю длину волны λ_0 и ширину спектра $\Delta\lambda$ определяли путем обработки измеренных спектральных профилей мощности $P(\lambda)$. Типичные спектры $P(\lambda)$ для однокаскадного источника показаны на рис. 1, а, для двухкаскадного источника – на рис. 1, б. Спектры записывались для ряда значений тока i_p инжекции лазера накачки, соответствовавших различным уровням мощности излучения в активированном волокне.

Средняя (средневзвешенная) длина волны λ_0 спектра $P(\lambda)$ определяется соотношением

$$\lambda_0 = \left[\sum_{i=1}^n \lambda_i P(\lambda_i) \right] / \left[\sum_{i=1}^n P(\lambda_i) \right], \quad (1)$$

где n – число интервалов разбиения анализируемого спектра.

Т а б л и ц а

Характеристика	Назначение	Требуемая величина
Большая ширина спектра	Снижение погрешностей из-за: 1) обратного рэлеевского рассеяния в волокне контура 2) связи поляризационных мод 3) нелинейного эффекта Керра в волокне	Не менее 5 нм Сейчас получено 25 нм
Высокая выходная мощность в одномодовом волокне	Получение высокого отношения сигнала к шуму Создание мультиплексных ВОГ	10 мВт Сейчас получено 200 мВт
Температурная стабильность средней длины волны	Получение стабильного масштабного коэффициента ВОГ	1 ppm Сейчас получено < 1 ppm/°C (до 0.13 ppm/°C)
Большой ресурс	Надежность при длительной эксплуатации	Получено > 100000 ч (больше чем у СЛД и других источников)
Слабая чувствительность к коротковолновой радиации	Эксплуатация в неблагоприятных условиях	Нужно иметь длину волны > 1.3 мкм, $1,55$ мкм

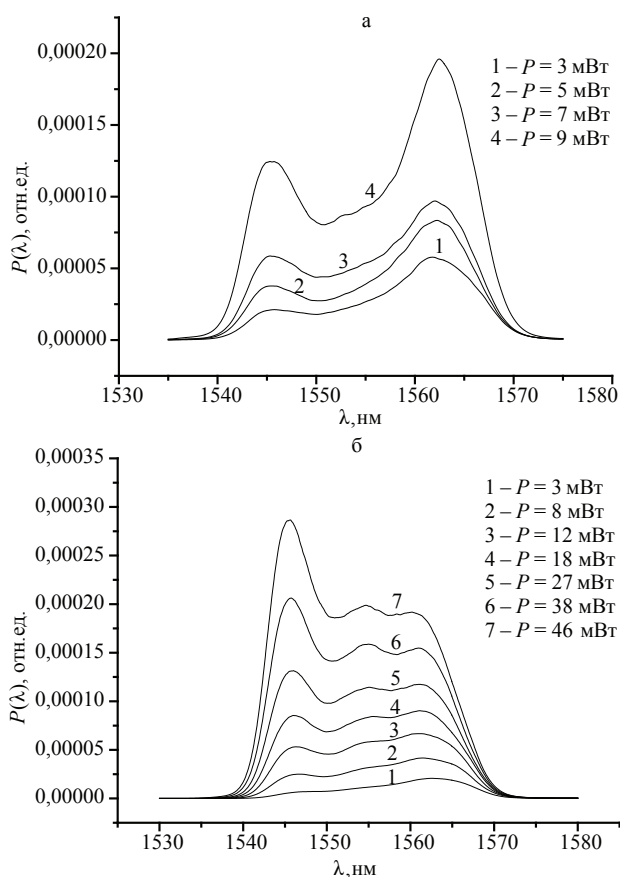


Рис. 1. Спектральные характеристики эрбий-иттербиевых источников при фиксированной длине активного волокна и различных токах диода накачки (различной выходной мощности): а – схема с одиночной секцией активного волокна; б – схема с двумя секциями активного волокна

В связи с тем, что спектр излучения эрбиевого источника имеет относительно сложную форму, для характеристики его ширины применяется средневзвешенная по мощности ширина спектра $\Delta\lambda$, определяемая по формуле

$$\Delta\lambda = \left[\sum_{i=1}^n \Delta\lambda(\lambda_i) P(\lambda_i) \right] / P_{\max}, \quad (2)$$

где $\Delta\lambda(\lambda_i)$ – ширина интервала разбиения спектра с центром λ_i ;

P_{\max} – максимальное значение спектральной плотности мощности в исследуемом спектре $P(\lambda)$.

Результаты обработки измерений спектров однокаскадного источника приведены на рис. 2. Они показывают, что простая однокаскадная схема СВЛ создает излучение с мощностью в волокне 5–10 мВт и шириной спектра порядка 15 нм. При этом потребляемый ток составляет 450 мА.

Результаты обработки измерений спектров двухкаскадного источника приведены на рис. 3. Из них следует, что данный источник обес-

печивает выходную мощность около 50 мВт при ширине спектра 15 нм. При другом выборе тока накачки можно получить ширину спектра 22 нм при выходной мощности около 20 мВт. При этом потребляемый ток составляет 1,6 А и 1 А соответственно.

Поляризационные характеристики эрбиевого источника

В принципе, излучение эрбиевого СВЛ должно быть неполяризованным. Однако на практике оно содержит небольшую примесь поляризованной компоненты, состояние поляризации которой может быть произвольным эллиптическим и которое можно охарактеризовать величиной компоненты p , азимутом θ и углом эллиптичности ϵ поляризационного эллипса. Ниже приводится методика измерений поляризационной компоненты однокаскадного эрбиевого волоконного источника, которая может иметь малую величину, а также рассмотрены зависимости p от тока диода накачки и внешних воздействий на активированное волокно [3].

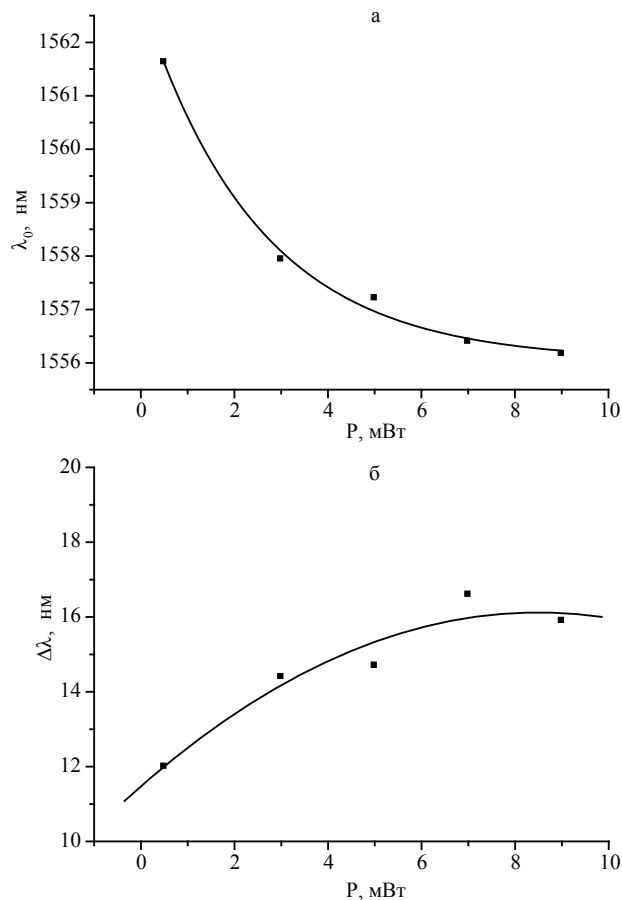


Рис. 2. Зависимости средней длины волны а и ширины спектра б от средней мощности однокаскадного СВЛ (от тока диода накачки при фиксированной длине активного волокна)

Исследуемый эрбиевый волоконный источник был изготовлен из нескольких метров активированного волокна (АВ), уложенного в кольцевую бухточку с радиусом $r = 15$ мм. Одномодовая сердцевина АВ легировалась ионами Er^{3+} и имела величину $\Delta n = 1,5 \cdot 10^{-3}$ и длину волны отсечки 1,3 мкм. На одном из концов отрезка АВ был изготовлен направленный ответвитель-мультиплексор, с помощью которого в АВ вводилось более 90 % излучения накачки от многомодового лазерного диода с длиной волны $\lambda_p \approx 980$ мкм.

Установка для измерения поляризационных характеристик источника включает расположенные в линию вращаемые четвертьволновую фазовую пластинку и поляризатор, установленные в коллимированном световом пучке, который затем фокусируется на фотоприемник. Напряжение с выхода фотоприемника поступает на персональный компьютер через аналогово-цифровой преобразователь. Измерительная установка имеет погрешность измерений не хуже 0,1 %.

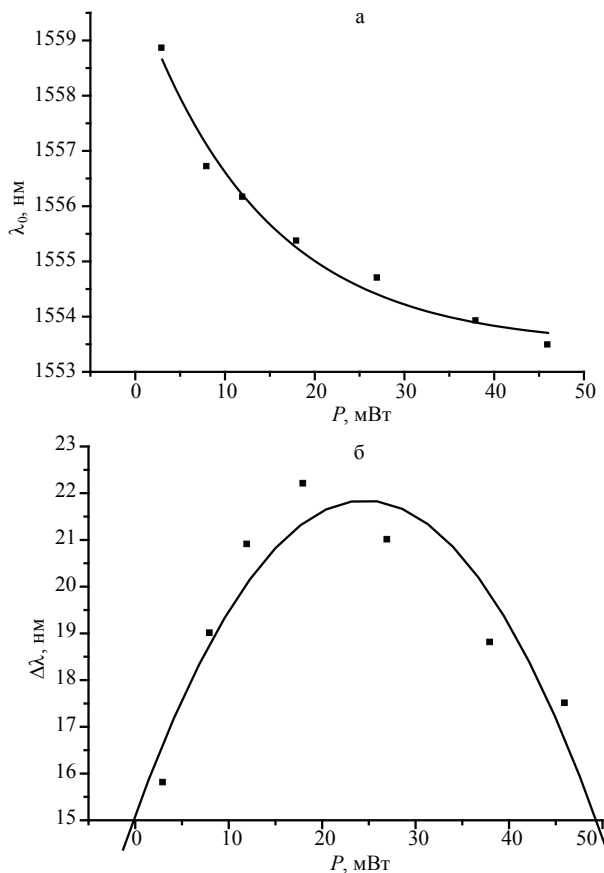


Рис. 3. Зависимости средней длины волны *a* и ширины спектра *б* от средней мощности двухкаскадного СВЛ (от тока диода накачки при фиксированной длине активного волокна)

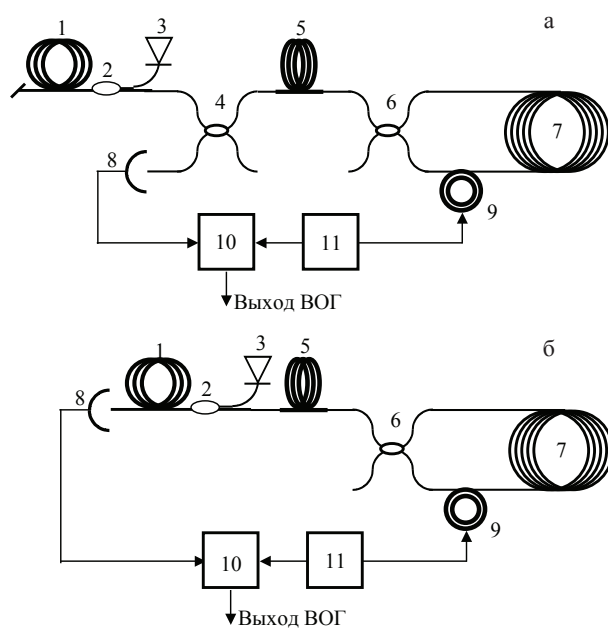


Рис. 4. Основные схемы ВОГ с эрбиевым волоконным источником минимальная схема ВОГ (*a*); схема ВОГ с активным волокном в режиме источника-усилителя (*б*): 1 – активное волокно; 2 – ответвитель-мультиплексор; 3 – лазерный диод накачки; 4 – входной направленный ответвитель; 5 – поляризатор; 6 – контурный направленный ответвитель; 7 – чувствительный волоконный контур; 8 – фотоприемник; 9 – фазовый модулятор; 10 – фазовый детектор; 11 – опорный генератор

Схемы ВОГ с эрбиевыми волоконными источниками

Применение эрбиевых волоконных источников в ВОГ позволяет существенно улучшить точностные и эксплуатационные характеристики ВОГ разных классов точности и стоимости, реализованных в настоящее время с суперлюминесцентными диодами. Рабочая длина волны, для которой оптические волокна имеют повышенную радиационную стойкость, высокий ресурс и надежность делают ВОГ с эрбиевыми источниками наиболее адекватными для использования в системах длительного космического базирования.

На основе эрбиевых волоконных источников разрабатываются ВОГ наивысшей точности (до 10^{-5} град/час и лучше) [7], что более чем на порядок превышает уровень, достигнутый в настоящее время для СЛД. Это связано, во-первых, с большой мощностью излучения в волокне, что обеспечивает более высокое отношение сигнала к шуму и, следовательно, улучшает пороговую чувствительность ВОГ. Во-вторых, высокая стабильность спектра эрбиевого источника дает возможность снизить погрешности масштабного коэффициента ВОГ в диапазоне температур среды. В целом по комплексу параметров эрбиевый

источник удовлетворяет требованиям к ВОГ высокой точности [7]. Известно, что такие ВОГ создаются на основе так называемой минимальной оптической конфигурации [7], цельноволоконный вариант которой показан на рис. 4, а. Следует отметить, что наилучшие точностные характеристики ВОГ достигнуты в настоящее время в интегрально-волоконном варианте минимальной конфигурации при использовании схемы обработки с замкнутым контуром [7].

На основе эрбиевых источников можно создать новые конфигурации оптических схем ВОГ. В одной из них (рис. 4, б) используется свойство активного волокна генерировать и усиливать излучение в обоих направлениях распространения света [4, 6]. Фотоприемник установлен на одном из выходов активного волокна, работающего в качестве источника излучения и оптического усилителя, благодаря чему симметрия устройства ввода-вывода достигается без использования дополнительно направленного ответвителя, а также снижаются требования к чувствительности фотоприемника благодаря оптическому усилению выходного сигнала. Существует ряд особенностей.

1. Контраст полезного сигнала меньше, чем в минимальной схеме, из-за засветки приемника излучением от нерабочего конца источника. Поскольку мощность излучения на выходах активного волокна источника пропорциональна усилению G света в волокне, излучение на рабочем и нерабочем выходах изолированного источника можно записать в виде $P_1 = k_1 G$ и $P_2 = k_2 G$ соответственно, где k_1 и k_2 – постоянные. Мощность света на фотоприемнике в рассматриваемой схеме ВОГ имеет вид

$$P_0 = P_2 + K P_1 G,$$

где K – коэффициент передачи оптической схемы ВОГ от входа к выходу.

Для контраста полезного сигнала можно записать соотношение

$s = K P_1 G / (P_2 + K P_1 G) = k_1 K G / (k_1 K G + k_2)$, из которого следует, что при достаточно большом усилении можно получить контраст, близкий к единице. Таким образом, шум излучения будет примерно таким же, как в минимальной схеме.

2. При оценке величины поляризационной подставки следует учитывать дихроизм оптического тракта источника [5].

3. Для того, чтобы избежать влияния друг на друга встречных световых пучков в активной среде, один из которых модулирован по ампли-

туде, необходимо выбирать достаточно высокую частоту модуляции.

4. В связи с тем, что эрбиевый усилитель насыщается уже при небольших мощностях света, можно ожидать зависимости G от измеряемой угловой скорости, поскольку от нее зависит средняя мощность света на выходе ВОГ. Эту зависимость можно исключить, применяя схему обработки выходного сигнала, в которой используется отношение гармоник, поскольку амплитуды всех гармоник одинаково зависят от G . С другой стороны, зависимость $G(\Omega)$ может быть использована для коррекции (линеаризации) выходной характеристики ВОГ в некоторых пределах.

Применение эрбиевых источников в традиционных оптических схемах повышает их технические и эксплуатационные характеристики. При невысоких требованиях к точности ВОГ в схеме (б) может быть исключен поляризатор [6]. При широкополосном слабополяризованном источнике максимальная величина поляризационной подставки в этой схеме определяется степенью остаточной поляризации излучения. По сравнению с предыдущей схемой она увеличивается в $1/\eta$ раз, где η – коэффициент экстинкции поляризатора по амплитуде.

Схема ВОГ с изотропным контуром и деполяризатором Лайота становится менее критичной к выбору длин волоконных отрезков благодаря «гладкой» функции когерентности источника (отсутствию спектральной модуляции).

Пороговая чувствительность ВОГ

Пороговая чувствительность ВОГ (минимально обнаружимая угловая скорость) ограничена шумами на выходе из-за ряда физических факторов. При регистрации выходного сигнала ВОГ на частоте гармоник вспомогательной модуляции в области фурье-частот $f > 10$ кГц шум на выходе фотоприемника ВОГ может быть в большинстве реальных ситуаций охарактеризован постоянной спектральной плотностью интенсивности флуктуации напряжения электрического сигнала $S_u(f) = \text{const}$ (белый гауссов шум).

При регистрации сигнала на первой гармонике модуляции пороговая чувствительность может быть рассчитана по формуле

$$\Omega_{\min}(1\sigma) = \frac{1}{s} \frac{1 + J_0}{J_1} \frac{\lambda_0 c}{2\pi L D} \times \left[B \left(\frac{e}{P_s q} + \frac{\lambda_0^2}{2c\Delta\lambda} + \frac{2kT}{R P_s^2 q^2} + \frac{e i_d}{P_s^2 q^2} \right) \right]^{1/2} = C_\Omega B^{1/2}. \quad (3)$$

Здесь $s = P_s / (P_s + P_0) < 1$ – контраст выходного сигнала ВОГ, определяемый как отношение полезной компоненты выходной мощности P_s к полной мощности света, причем P_0 – это мощность фоновой засветки на фотоприемнике. Отметим, что контраст может быть записан как отношение соответствующих компонент напряжения на выходе фотоприемника $s = U_2 / (U_2 + U_0)$, где полезная компонента U_2 соответствует максимально возможному модуляционному сигналу (ее нужно измерять при девиации фазы, увеличенной до величины большей π). Первое слагаемое соответствует дробовому шуму света, второе – избыточному шуму интенсивности широкополосного источника, третье – тепловому шуму нагрузочного резистора R фотодиода, четвертое – дробовому шуму темного тока i_d фотодиода. Остальные величины в формуле имеют следующий смысл: q – квантовая чувствительность фотоприемника, $J_0(\varphi_m)$ и $J_1(\varphi_m)$ – значения функций Бесселя первого рода, φ_m – девиация дифференциальной фазы встречных волн в контуре ВОГ, D и L – диаметр и длина волокна чувствительного контура, λ_0 – средняя длина волны спектра излучения, c – скорость света в вакууме. Коэффициент C_Ω – коэффициент случайных блужданий (RWC или ARW в англоязычной литературе) используется для характеристики пороговой чувствительности ВОГ, ограниченной белым шумом. Он имеет размерность (рад/с) / (Гц)^{1/2} или град/(час)^{1/2}.

Исследования, выполненные в ряде лабораторий и фирм, в том числе работы авторов, показывают, что эрбиевые волоконные источники излучения соответствуют требованиям, предъявляемым к волоконно-оптическим гироскопам с точки зрения получения высоких точностных характеристик в жестких условиях эксплуатации. Что касается длительной эксплуатации в усло-

виях радиации при космическом базировании, то ВОГ с эрбиевыми источниками являются наиболее приемлемыми для этой цели. Сравнение характеристик эрбиевых волоконных источников с другими типами, прежде всего с хорошо отрабатанными суперлюминесцентными полупроводниковыми диодами, показывает, что для ВОГ наивысшего класса точности необходимо применять именно эрбиевые волоконные источники вследствие таких достоинств, как высокая мощность в волокне и температурная стабильность спектра излучения. Вместе с тем, при разработке ВОГ меньшей точности применение эрбиевого волоконного источника позволяет упростить оптическую и электронную схему прибора.

Библиографический список

1. Датчики теплофизических и механических параметров: Справочник в трех томах. Т. 1 (кн. 1) / Под ред. Ю.Н. Коптева; Е.Е. Багдадыева, А.В. Гориша и др. – М.: ИПРЖР, 1998. – 458 с.: ил.
2. Базаров, Е.Н. Электродинамика волоконно-оптических световодов: монография / Е.Н. Базаров, В.Д. Бурков, А.Т. Шагров. – М.: МГУЛ, 2004.
3. Поляризационные характеристики суперфлуоресцентного волоконного источника излучения на основе волокна, легированного эрбием / Э.И. Алексеев, Е.Н. Базаров, Г.А. Герасимов // Письма в журнал технической физики. – Т. 21. – Вып. 5. – 1995.
4. Влияние дихроизма фотоприемника на сдвиг нуля волоконно-оптического гироскопа / Э.И. Алексеев, Е.Н. Базаров, Г.А. Герасимов // Письма в журнал технической физики. – 1995. – Т. 21. – Вып. 19. – С. 21–26.
5. Волоконно-оптический гироскоп (ВОГ) с волоконным источником излучения на длину волны 1,54 мкм / Э.И. Алексеев, Е.Н. Базаров, В.П. Гапонцев // Письма в журнал технической физики. – 1994. – Т. 20. – Вып. 2. – С. 30–35.
6. Vali V., Shorthill R.W. Fiber ring Interferometer. Appl. Opt., 1976, v.15, N 5, pp. 1099-1100.
7. Wysotski P.F., Digonnet M.J.F., Kim B.Y., Shaw H.J. Characteristics of Erbium-Doped Superfluorescent Fiber Sources for Interferometric Sensor Applications. / J.of Lightwave Technology, 1994, Vol. 12, pp.550-567.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ ВОЛОКОННО-ОПТИЧЕСКИЕ ДАТЧИКИ ДАВЛЕНИЯ ОТРАЖАТЕЛЬНОГО ТИПА

В.Д. БУРКОВ, *проф. каф. проектирования и технологии пр-ва приборов МГУЛ, д-р техн. наук,*
Л.Н. КОЛОМИЕЦ, *асп. каф. проектирования и технологии пр-ва приборов МГУЛ*

Уменьшение влияния внешних факторов на результат измерения в датчиках, реализующих дифференциальное преобразование сигналов, объясняется тем, что изменение температуры, вибраций, влажности, параметров источников питания и т.п. вызывает в идентичных

звеньях одинаковые погрешности, которые исключаются при вычитании выходных сигналов преобразователей. Подобным же образом исключается (или снижается) влияние постоянной составляющей входной величины. Использование дифференциальных схем позволяет полу-

чить на выходе сигнал, линейно зависящий от входного сигнала.

Обычно оба канала дифференциальной схемы делаются одинаковыми и находятся в одинаковых рабочих условиях. Известно техническое решение ВОПД отражательного типа, отвечающее данному условию, но трудно реализуемое практически. Сложность практической реализации заключается в том, что необходимо снимать оболочку с оптических волокон (ОВ) и выполнять очень точную юстировку ОВ двух измерительных каналов относительно друг друга. Кроме того, данное техническое решение не исключает температурную погрешность, обусловленную изменением геометрических параметров мембраны и упругих свойств материала, из которого она изготовлена, при изменении температуры окружающей среды.

Предлагается новый простой способ дифференциального преобразования сигналов в ВОПД отражательного типа, когда оба канала дифференциальной схемы находятся в одинаковых рабочих условиях, воспринимают одну и ту же измеряемую физическую величину (давление), с помощью одного и того же чувствительного элемента (мембраны) преобразуют ее в изменение интенсивности оптического сигнала от одного и того же источника излучения, но при этом ПИК реагирует на перпендикулярное перемещение центральной части зеркальной поверхности мембраны, а ВИК – на угловое перемещение периферийной части зеркальной поверхности той же мембраны [1].

На рис. 1 приведена упрощенная конструктивная схема одного из вариантов волоконно-оптического датчика давления (ВОДД), в котором базовым элементом является дифференциальный ВОПД отражательного типа, реализующий новый способ [1].

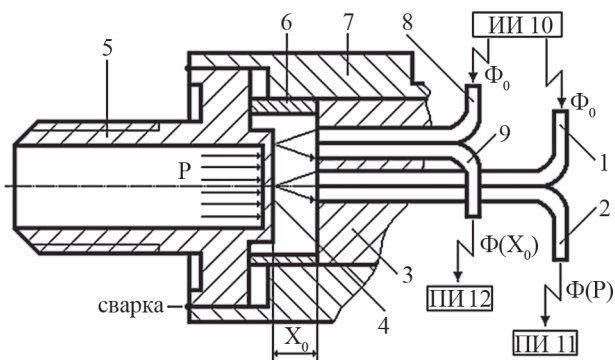


Рис. 1. Упрощенная конструктивная схема одного из вариантов дифференциального ВОПД отражательного типа

Датчик содержит первый жгут подводящих 1 (ПОВ) и отводящих 2 (ООВ) ОВ, общий торец которых закреплен во втулке 3 на расстоянии X_0 от отражающей поверхности мембраны 4, составляющей одно целое со штуцером 5. Начальный зазор между мембраной и общим торцом рабочего жгута ОВ выставляется с помощью прокладки 6. Втулка 3 жестко закреплена посредством прокладки 6 и корпуса 7 относительно штуцера 5. Во втулке 3 на расстоянии X_0 от отражающей поверхности мембраны 4 жестко закреплен общий торец второго жгута подводящих 8 и отводящих 9 оптических волокон. Оптические оси ПОВ и ООВ второго жгута расположены относительно оптических осей ПОВ и ООВ первого жгута на расстоянии A соответственно.

Датчик работает следующим образом. Световой поток Φ_0 от источника излучения ИИ 10 по ПОВ 1 и 8 направляется к отражающей поверхности мембраны 4. Под действием давления мембрана 4 прогибается. Интенсивность потоков, отраженных от нее и поступающих в ООВ 2 и 9, изменяется.

В ПИК (в зоне первого жгута волокон) происходят следующие преобразования (рис. 1). Лучи света от ПОВ1 проходят путь X_i до зеркала и путь X_i в обратном направлении до ООВ2 под апертурным углом Θ_{N1} к оптической оси ОВ. При этом в плоскости ООВ2 наблюдается освещенная кольцевая зона.

Так как площадь светового пятна $S_{отр1}$ на отражающей поверхности мембраны ничтожно мала в сравнении с площадью мембраны, то можно с достаточной точностью считать, что под действием давления P центральная часть поверхности мембраны перемещается перпендикулярно оптической оси ВОПД.

Таким образом, под действием измеряемого давления P мембрана 4 прогибается на величину W и ее центральная часть перемещается в направлении X . При этом изменяется положение кольцевой зоны относительно ООВ 2 в направлении $-Z_1$, которое ведет к изменению площади $S_{пр1}$ приемного торца ООВ 2, освещенной отраженным от зеркала световым потоком.

Таким образом, происходят следующие преобразования:

$$P \rightarrow W \rightarrow X \rightarrow -Z_1 \rightarrow \oplus \rightarrow \Phi_1(P).$$

В ВИК (в зоне второго жгута волокон) происходят следующие преобразования (рис. 2). Лучи света от ПОВ8 проходят путь X_i до зеркала

и путь X_i в обратном направлении до ООВ 9 под апертурным углом Θ_{NA} к оптической оси ОВ. При этом в плоскости ООВ 9 наблюдается освещенная кольцевая зона.

Под действием измеряемого давления P периферийная часть мембраны 4, расположенная на расстоянии приблизительно равном A относительно оси мембраны, прогибается на угол α . При этом изменяется положение освещенной кольцевой зоны относительно ООВ9 в направлении $+Z_2$, которое ведет к изменению площади $S_{\text{пр2}}$ приемного торца ООВ 8, освещенной отраженным от зеркала световым потоком.

Так как прогиб центральной части мембраны W небольшой и, соответственно, угол α ничтожно мал, то можно с достаточной точностью считать, что $\alpha \approx W/R$.

Таким образом, происходят следующие преобразования:

$$P \rightarrow W \rightarrow \alpha \rightarrow +Z_2 \rightarrow \uparrow_{\Phi_2} \rightarrow \Phi_2(P).$$

При изменении температуры окружающей или измеряемой среды изменяются геометрические параметры мембраны: толщина h и радиус R , а также упругие свойства мембраны, что ведет к изменению модуля упругости материала мембраны E . Для уменьшения температурной погрешности датчика, обусловленной перечисленными факторами, повышения чувствительности преобразования, а также исключения влияния на точность измерения таких факторов, как неинформативные изгибы ВОК, изменение мощности излучения ИИ, чувствительности ПИ, целесообразно сформировать отношение разности сигналов к их сумме, то есть

$$[I_1(P) - I_2(P)]/[I_1(P) + I_2(P)] \sim (\Phi_1 - \Phi_2)/(\Phi_1 + \Phi_2).$$

Впервые реализована дифференциальная схема в волоконно-оптическом преобразователе давления (ВОПД) отражательного типа.

В работе [2] предложен новый способ дифференциального преобразования сигналов ВОПД отражательного типа, который впервые позволил исключить влияние на результат измерения геометрических параметров и упругих свойств материала мембраны.

Дифференциальное преобразование сигналов в ВОПД отражательного типа, конструктивная схема которого рассмотрена в работе [2], реализуется в том случае, когда расстояние, которое проходят отраженные лучи первого измерительного канала в направлении $-Z$, приблизительно равно по абсолютной величине расстоянию,

которое проходят отраженные лучи второго измерительного канала в направлении $+Z$ (рис. 1). При этом отраженные лучи должны перемещаться в противоположных направлениях:

$$|-Z_{1i}| = |+Z_{2i}|, \quad (1)$$

где Z_{1i} и Z_{2i} – текущие значения перемещений отраженных лучей в направлениях Z_1 и Z_2 соответственно.

Для определения расстояния A между оптическими волокнами (ОВ) двух измерительных каналов ВОПД необходимо найти значения Z_1 и Z_2 из геометрических построений, приведенных на рисунках 2 и 3.

Рассмотрим равнобедренные ΔOPN и ΔOFL

$$\frac{|PK|}{|FK'|} = \frac{|ON|}{|OL|}; \quad (2)$$

$$\begin{cases} |PK| = x_0; \\ |FK'| = x_0 - W; \\ |ON| = d_{OB} - r_c; \\ |OL| = d_{OB} - r_c - z_{1i}. \end{cases}; \quad (3)$$

где x_0 – начальное расстояние между зеркальной поверхностью мембраны и торцом ОВ;

W – прогиб центра мембраны;

d_{OB} – диаметр ОВ;

r_c – радиус сердцевины ОВ.

Подставляя выражения (3) в формулу (2), получим равенство

$$z_{1i} = \frac{W(d_{OB} - r_c)}{x_0}. \quad (4)$$

Выразим нужные для расчета углы через α и Θ_{NA} .

Рассмотрим ΔRBA и ΔRBS . Так как $AB \perp BS$ и $AR \perp RS$, RB – общая сторона, то в прямоугольном треугольнике ΔRAS : $\angle RAS = 90 - \alpha$; $\angle BSR = \alpha$; $\angle BAB = \alpha$. Так как $\angle RBS = 90 + \Theta_{NA}$, то $\angle BRS = 90 - \Theta_{NA} - \alpha$.

Рассмотрим $\Delta O'RQ$. $\angle O'RQ = \delta$, где δ – угол между перпендикуляром к прогнутой мембране и падающим на мембрану лучом

$$\delta = 180 - (90 - \Theta_{NA}) - (90 - \alpha) = \Theta_{NA} + \alpha.$$

Рассмотрим ΔRQM . $\angle RQM = \psi$, где ψ – угол между перпендикуляром к прогнутой мембране и горизонтальной плоскостью

$$\psi = 180 - (90 - \alpha) = 90 + \alpha.$$

Находим угол γ между отраженным лучом и горизонтальной плоскостью

$$\psi = 180 - \delta - \psi = 90 - \Theta_{NA} - 2\alpha.$$

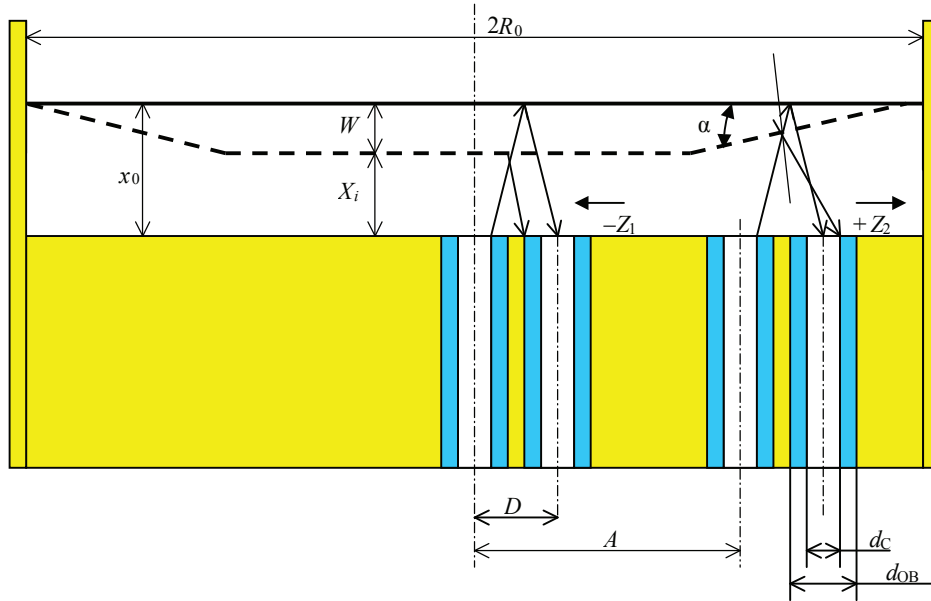


Рис. 2. Упрощенная конструктивная схема дифференциального ВОПД отражательного типа

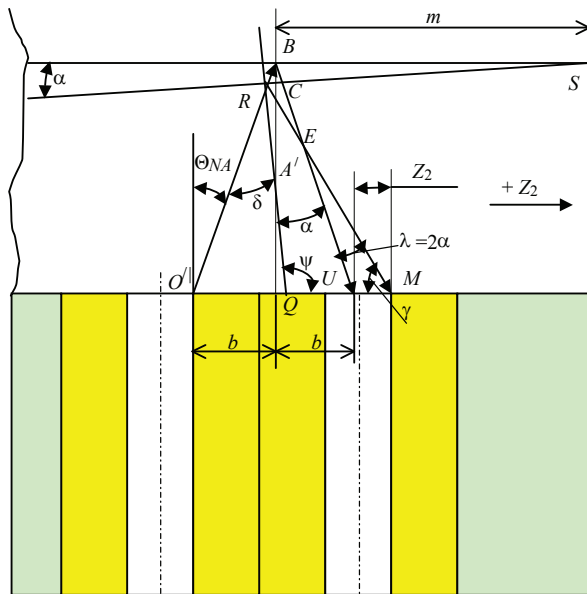


Рис. 3. Геометрические построения к определению конструктивных параметров дифференциального волоконно-оптического преобразователя давления отражательного типа

Рассмотрим ΔUEM . $\angle UEM = \lambda$, где λ – угол между отраженными от мембраны лучами в крайних ее положениях;

$$\lambda = 180 - (90 + \Theta_{NA}) - \gamma = 2\alpha.$$

Рассмотрим $\Delta O'RQ$. $\angle O'RQ = 2\delta$; $\angle RO'M = 90 - \Theta$; $\angle O'RQ = \gamma$.

$$\frac{|O'R|}{\sin \gamma} = \frac{|O'M|}{\sin 2\delta}; \quad (5)$$

$$|O'M| = 2b + z_{2i}, \quad (6)$$

где b – расстояние от края сердцевины оптического волокна до основания перпендикуляра, опущенного на мембрану в отсутствие ее прогиба.

Подставляя значения углов δ и γ и равенство (6) в формулу (5) и учитывая, что $b = x_0 \operatorname{tg} \Theta_{NA}$, получаем зависимость

$$z_{2i} = \frac{|RO'| \sin 2(\Theta_{NA} + \alpha)}{\cos(\Theta_{NA} + 2\alpha)} - 2x_0 \operatorname{tg} \Theta_{NA}. \quad (7)$$

Но

$$|RO'| = |O'B| - |RB|. \quad (8)$$

Находим $|O'B|$

$$\cos \Theta_{NA} = \frac{x_0}{|O'B|} \Rightarrow |O'B| = \frac{x_0}{\cos \Theta_{NA}}. \quad (9)$$

Для дальнейших рассуждений удобно расстояние BS от заземления мембраны до точки падения луча на мембрану обозначить через m .

$$m = R - A - b - r_c \text{ или}$$

$$m = R - A - (x_0 \operatorname{tg} \Theta_{NA} + r_c), \quad (10)$$

где A – расстояние между оптическими осями ПОВ первого и второго измерительных каналов.

Находим $|RB|$ из ΔRBS и ΔARB

$$|RB| = \frac{m \sin \alpha}{\cos(\Theta_{NA} + \alpha)}. \quad (11)$$

Окончательно с учетом выражения (10):

$$|RB| = \frac{\sin \alpha}{\cos(\Theta_{NA} + \alpha)} [R - A - (x_0 \operatorname{tg} \Theta_{NA} + r_c)]. \quad (12)$$

Подставив в формулу (11) выражения (15) и (12), получим

$$|RO'| = \frac{x_0}{\cos \Theta_{NA}} - \frac{\sin \alpha}{\cos(\Theta_{NA} + \alpha)} [R - A - (x_0 \operatorname{tg} \Theta_{NA} + r_c)]. \quad (13)$$

Подставляя равенство (13) в формулу (7), получаем зависимость:

$$z_{2i} = \left[\frac{x_0}{\cos \Theta_{NA}} - \frac{\sin \alpha}{\cos(\Theta_{NA} + \alpha)} \times \right. \\ \left. \times (R - A - x_0 \operatorname{tg} \Theta_{NA} - r_c) \right] \times \\ \times \frac{\sin 2(\Theta_{NA} + \alpha)}{\cos(\Theta_{NA} + 2\alpha)} - 2x_0 \operatorname{tg} \Theta_{NA}. \quad (14)$$

Для нахождения расстояния A , при котором осуществляется дифференциальное преобразование сигналов, необходимо, чтобы выполнялось условие (1). Для этого приравниваем выражения (4) и (14)

$$\frac{(d_{OB} - r_c)W}{x_0} = \left[\frac{x_0}{\cos \Theta_{NA}} - \frac{\sin \alpha}{\cos(\Theta_{NA} + \alpha)} \times \right. \\ \left. \times (R - A - x_0 \operatorname{tg} \Theta_{NA} - r_c) \right] \times \\ \times \frac{\sin 2(\Theta_{NA} + \alpha)}{\cos(\Theta_{NA} + 2\alpha)} - 2x_0 \operatorname{tg} \Theta_{NA},$$

получим

$$A = \left[\left(\frac{(d_{OB} - r_c)W}{x_0} + 2x_0 \operatorname{tg} \Theta_{NA} \right) \times \right. \\ \left. \times \frac{\cos(\Theta_{NA} + 2\alpha)}{\sin 2(\Theta_{NA} + \alpha)} - \frac{x_0}{\cos \Theta_{NA}} \right] \times \\ \times \frac{\cos(\Theta_{NA} + \alpha)}{\sin \alpha} + R - x_0 \operatorname{tg} \Theta_{NA} - r_c. \quad (15)$$

Расстояние A должно быть меньше радиуса мембраны датчика, то есть должно выполняться условие $A < R$:

$$\left(\frac{(d_{OB} - r_c)W}{x_0} + 2x_0 \operatorname{tg} \Theta_{NA} \right) \frac{\cos(\Theta_{NA} + 2\alpha)}{\sin 2(\Theta_{NA} + \alpha)} < \frac{x_0}{\cos \Theta_{NA}}.$$

В качестве примера рассмотрим ВОПД с круглой мембраной и оптическими волокнами ТХО.735.123ТУ с параметрами: диаметр оптического волокна $d_{OB} = 500$ мкм, $d_c = 200$ мкм, апертурный угол $\Theta_{NA} = 12^\circ$.

Проведем приближенные вычисления для указанного примера, приняв $X_0 = 930$ мкм, получим

$$x_0 > \left(\frac{400W}{x_0} + 2x_0 \cdot 0,2 \right) \cdot 1,9;$$

то есть $930 \text{ мкм} > 550 \text{ мкм}$.

Вывод: Условие выполняется, следовательно существует такое расстояние A , при котором возможно дифференциальное изменение оптических сигналов в первом и втором измерительных каналах.

Библиографический список

1. Дифференциальное преобразование сигналов в волоконно-оптических преобразователях давления отражательного типа / Л.Н. Коломиец, Е.А. Бадеева, Т.И. Мурашкина и др. // Датчики и системы. – 2006. – № 12. – С. 12–14.

УПРАВЛЕНИЕ ДИСТАНТНЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ БИОЛОГИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ ПРИ ПОМОЩИ КВАРЦЕВЫХ СВЕТОВОЗВРАЩАТЕЛЕЙ

В.Д. БУРКОВ, *проф. каф. проектирования и технологии пр-ва приборов МГУЛ, д-р техн. наук,*
С.В. ПЕРМИНОВ, *соискатель каф. проектирования и технологии пр-ва приборов МГУЛ*

Сверхслабые излучения живых организмов и их способность воспринимать и реагировать изменениями своей функциональной активности на такие излучения к настоящему времени являются не только экспериментально установленным фактом, но и предметом самого пристального рассмотрения [1, 2]. Чувствительность живых организмов к малейшим изменениям параметров этих сверхслабых излучений настолько велика, что самые незначительные искажения, претерпеваемые этими излучениями на пути своего распространения, могут привести к существенным изменениям реакции биологического объекта (реципиента).

Поскольку при исследовании межорганно-дистантных взаимодействий нами использовались оптические системы исключительно

но на базе уголкового световозвращателя (УСВ), разработанных для лазерных рефлекторных антенн (ЛРА) космического базирования, остановимся подробнее на рассмотрении оптико-физических характеристик элементарной призмной ячейки.

Уголкового световозвращателя как оптический прибор в самом общем виде представляет собой оптическую систему, состоящую из трех взаимноперпендикулярных зеркальных поверхностей. Оптические характеристики УСВ не зависят от показателя преломления материала и определяются только качеством изготовления [3].

УСВ, применяемые в данной работе, представляют собой трехгранную прямоугольную пирамиду, образованную отражающими плоскостями

тями, обращенными внутрь пирамиды. Замечательным свойством такой пирамиды является ее способность отражать в сторону источника падающее на ее основание оптическое излучение независимо от ориентации самой пирамиды.

Чертеж примененного в настоящей работе УСВ приведен на рис. 1 а. Ход оптических лучей при прохождении через УСВ в простейшем геометрическом приближении представлен на рис. 1 б.

УСВ обычно изготавливаются из плавленного кварца марок КУ-1 или КУ-2 [9]. Требования к качеству изготовления УСВ весьма высоки.

В одной из первых ЛРА [4] были применены призмные УСВ с эквивалентным световым диаметром 46,6 мм. Схематический чертеж такого УСВ представлен на рис. 1 а.

В дальнейшем применялись призмные УСВ, изготовленные из плавленного кварца с оптимальным эквивалентным диаметром 28,2 мм. Такая конструкция обеспечивает минимальные искажения диаграммы направленности УСВ. В настоящей работе при описании биологических эффектов, вызываемых применением призмных уголкового световозвращателя, УСВ с эквивалентным световым диаметром 46,6 мм мы будем называть «большими», а УСВ с эквивалентным световым диаметром 28,2 мм – «малыми».

Авторами были проведены экспериментальные работы, призванные подтвердить или опровергнуть гипотезу, согласно которой возможно целенаправленное управление межорганизменными дистантными взаимодействиями при помощи УСВ. Эксперименты ставились как с «малыми», так и с «большими» УСВ.

В процессе проведения экспериментов по управлению дистантным взаимодействием между эмбрионами рыбы выюн (*Misgurnus fossilis* L.) была обнаружена высокая эффективность действия УСВ [5]. Теоретическое рассмотрение факторов, влияющих на изменение характера первичного волнового дистантного взаимодействия, позволило предположить наличие неравномерности биологических свойств УСВ по его рабочей поверхности. Результаты теоретического рассмотрения данного предположения [6] позволили продолжить экспериментальные работы в этом направлении исходя из полученных теоретических выводов.

В самом общем виде эксперименты по управлению межорганизменным дистантным взаимодействием можно разбить на две большие группы. Первая группа экспериментов была предназначена для определения общего, интегрального действия УСВ на характер исследуемых взаимодействий между биологическими объектами, участвующими в эксперименте. Вторая группа экспериментов своей целью ставила прояснение вопроса о правильности предположений, высказанных в работе [6], о дифференцировании свойств УСВ по его рабочей поверхности. «Интегральные» эксперименты ставились, в первую очередь, с применением «малых» УСВ, а «дифференциальные» – с «большими» УСВ. Такое разделение объясняется в первую очередь особенностью проведения эксперимента и ограничениями, накладываемыми на количество экспериментального материала для получения статистически достоверных результатов.

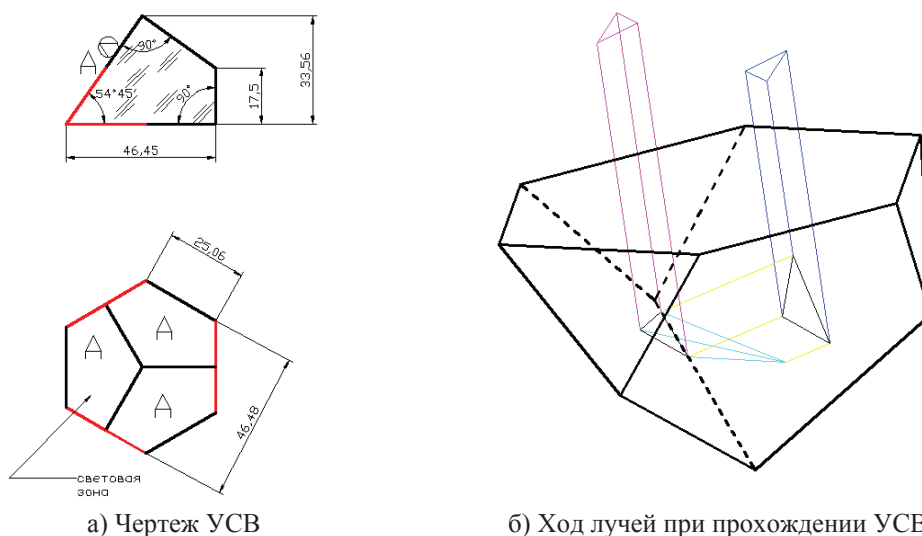


Рис. 1. Внешний вид УСВ, характер прохождения лучей и чертеж прибора, который использовался в биологических экспериментах

Интегральное воздействие УСВ на развитие биологических объектов

Эксперимент по изучению интегрального действия УСВ на характер развития оплодотворенных икринок рыбы выюн ставился следующим образом. В чашке Петри диаметром около 30 мм последовательно помещалась оплодотворенная икра. Чашка Петри накрывалась, как крышкой, прозрачной кварцевой пластиной. Поверх пластины устанавливался УСВ. В непосредственной близости размещалась точно такая же чашка Петри с оплодотворенной икрой из той же кладки с покровным кварцевым стеклом для соблюдения идентичного режима теплообмена внутри обеих чашек. Чашки Петри разделялись между собой непрозрачной для дистантного излучения перегородкой (черная фотобумага). Вторая чашка Петри с оплодотворенной икрой использовалась как контрольная. Обе группы эмбрионов помещались в одинаковые условия по температуре и влажности в экранированный от посторонних излучений непрозрачный металлический бокс. Схема такого эксперимента представлена на рис. 2.

Как видно из рисунка, взаимодействие эмбрионов в процессе развития происходило независимо в каждой из чашек Петри (кюветах). Взаимодействие между эмбрионами, находящимися в различных кюветах, исключалось. Таким образом, если в кювете 2 (контроль) дистантные взаимодействия между эмбрионами осуществлялись только по естественным путям, то в кювете 1 взаимодействие между эмбрионами происходило по двум независимым каналам. Первый канал взаимодействия повторял естественные

пути дистантного взаимодействия, а второй канал представлял собой поток излучения, проходящего через УСВ и попадающего на те же эмбрионы с некоторыми искажениями, обусловленными особенностями распространения излучения через УСВ.

Первые же эксперименты этого плана показали, что в зависимости от оптических свойств примененного УСВ значительно меняется и характер отклика биосистемы на само воздействие. Поскольку «грубые» характеристики УСВ (тип материала, характер покрытия, геометрические размеры, механическая точность изготовления и т.д.), применяемых в эксперименте, были практически идентичны, то мы предположили, что характер воздействия УСВ на биологический объект определяется их «тонкими» оптическими характеристиками.

В качестве такой «тонкой» характеристики УСВ была выбрана дифракционная расходимость падающего на переднюю грань излучения при прохождении этого излучения через УСВ.

Корреляция между дифракционными свойствами УСВ и характером реакции биологического объекта прослеживалась во всех экспериментах. В качестве примера на рис. 3 показан характер влияния УСВ на развитие биологической системы в зависимости от его дифракционных характеристик для нескольких экземпляров УСВ.

Сравнительный анализ проведен при одновременной постановке разных УСВ на икру (исходно 30 минут после оплодотворения) определенного физиологического состояния. Эффекты выявлены при многократных экспериментах попарного сравнения разных УСВ с контролем.

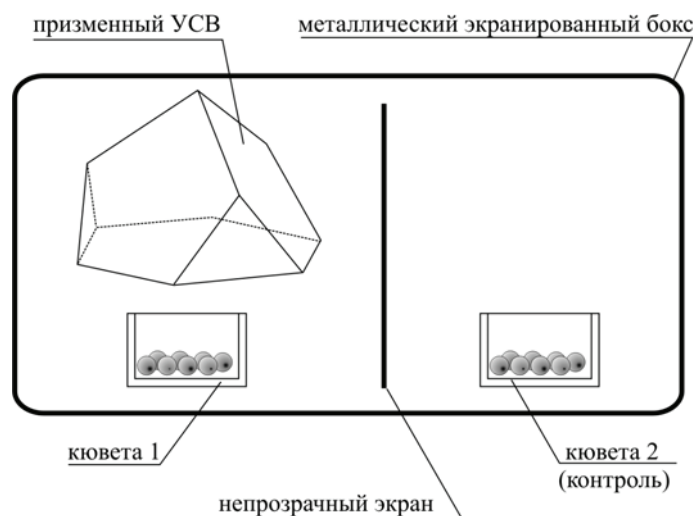
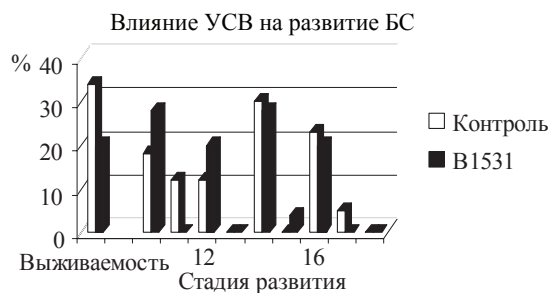
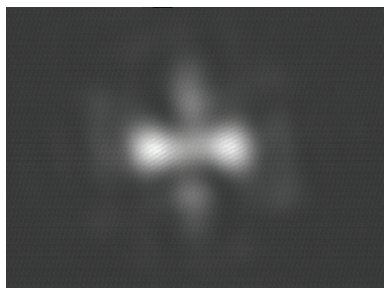
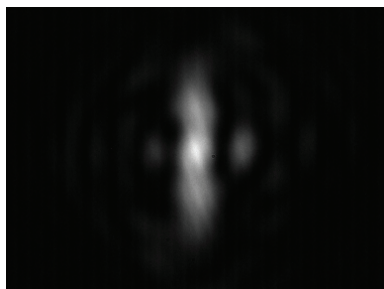


Рис. 2. Схема эксперимента при интегральном управлении дистантным взаимодействием

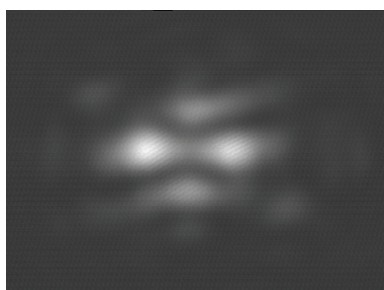
Вид дифракционной картины



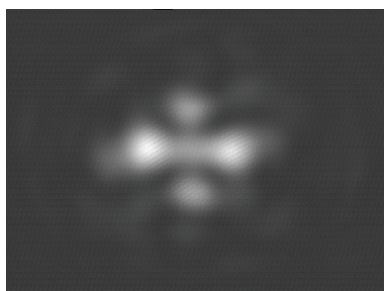
А) УСВ № В-1531. Распределение по стадиям подобно контролю. Ослабление эффекта синхронизации. Стимулирует образование уродств с последующей гибелью



Б) УСВ № 03. Повышает выживаемость на ранних (0 стадия) и более поздних (9 стадия) стадиях развития в 1,5 – 2,2 раза. Часто ускоряет развитие



В) УСВ № Б-1790 Ускоряет развитие. Повышает выживаемость в 1,6 – 2,2 раза при плохом качестве икры



Г) УСВ № Б-1924 Повышает выживаемость. Синхронизация развития лучше, чем в других УСВ

Рис. 3. Влияние дифракционных характеристик УСВ на развитие биологических систем

Как видно из рисунка, характеристики УСВ №№ Б-1790 и Б-1924 достаточно похожи. УСВ № 03 обладает характеристикой, которая резко отличается от остальных. Но именно этот УСВ наиболее сильно ускоряет развитие эмбрионов, и он же обеспечивает наивысший процент выживаемости.

Дифференцированное воздействие УСВ на развитие биологических объектов

Фазовое распределение излучения, прошедшего через УСВ, будет изменяться в зависимости от точки «входа» светового пучка. При взгляде на фронтальную поверхность УСВ хоро-

шо видны рабочие сектора выходной плоскости, которые образованы ребрами трехгранной пирамиды и отражающей плоскостью, заключенной между ними. Наблюдатель может видеть шесть таких секторов. Как показал анализ, оптические свойства этих секторов будут попарно идентичны. Сектора с идентичными свойствами расположены симметрично относительно вершины пирамиды, образующей собственно УСВ.

Исходя из этих свойств УСВ был поставлен эксперимент, который позволил доказать, что биологические свойства многозеркальных переотражающих систем коррелируют с их оптическими свойствами, распределенными по секторам. Поскольку на малых (порядка нескольких см) расстояниях, изображение, проходя через УСВ, «перебрасывается» в смежный сектор, то эксперимент по дифференцированному воздействию УСВ на биологические объекты проводился исходя из полученных теоретических выводов [7, 8].

Эксперимент ставился следующим образом. В экранированном боксе размещались несколько групп по две прозрачные кюветы из кварцевого стекла. В этих кюветах находились оплодотворенные икринки рыбы выюн. Икринки выбирались из одной кладки. В каждой паре кювет они разделялись между собой непрозрачной для дистантного излучения перегородкой (черная фотобумага). Все группы помещались в одинаковые условия по температуре в экранированный от посторонних излучений непрозрачный металлический бокс. В одной из групп

кювет дистантное взаимодействие между эмбрионами различных кювет отсутствовало. Эта группа использовалась в качестве контроля. Во второй группе убиралась перегородка между кюветами и наблюдалось непосредственное влияние эмбрионов друг на друга. В третьей группе дистантные взаимодействия между эмбрионами осуществлялись через УСВ. Схема такого способа управления дистантными взаимодействиями представлена на рис. 4.

Если учесть характер прохождения оптического излучения через УСВ, который показан на рис. 1б, то из схемы эксперимента на рис. 4 следует, что эмбрионы кюветы 1 (см. рис.) влияют на эмбрионы, размещенные в кювете 2, и наоборот, в то время как непрозрачный экран между кюветами препятствует всем другим путям распространения дистантного взаимодействия.

Как показали уже самые первые испытания (2003) [5], такая постановка эксперимента полностью себя оправдала. В процессе обмена биологической информацией между двумя группами эмбрионов наблюдались попарно-симметричные зоны, в которых характер и проявления дистантных взаимодействий были идентичны.

Оптическое взаимодействие групп одновозрастных эмбрионов через УСВ в течение 20–24 часов изменяло динамику их дальнейшего развития по сравнению с контрольными группами, чего никогда ранее не наблюдалось при прямом оптическом контакте одновозрастных зародышей.

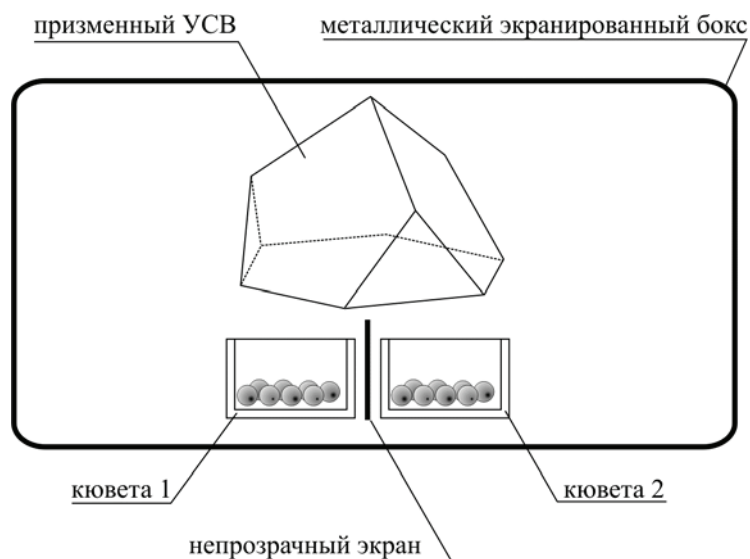
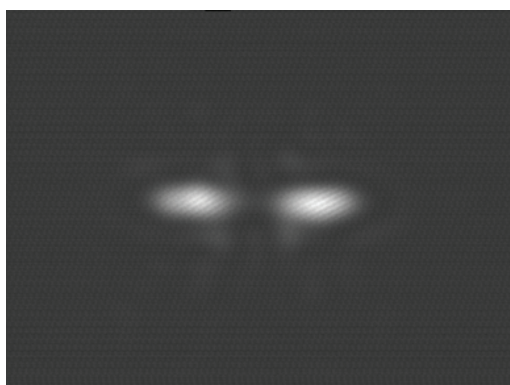
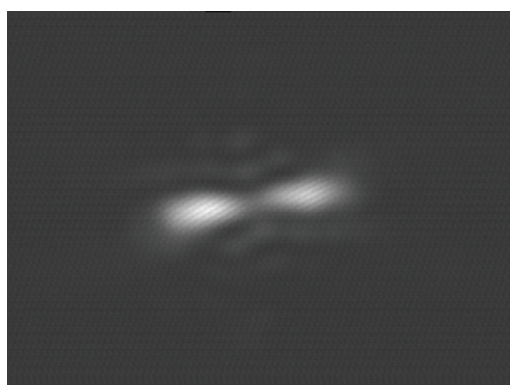
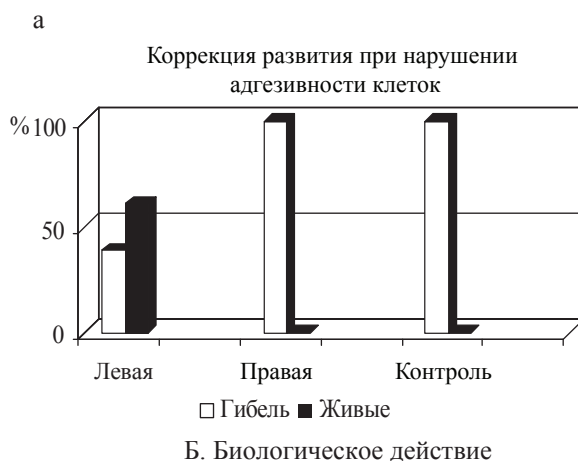


Рис. 4. Схема проведения эксперимента по дифференцированному воздействию УСВ



А. Образец УСВ №482



А. Образец УСВ №485

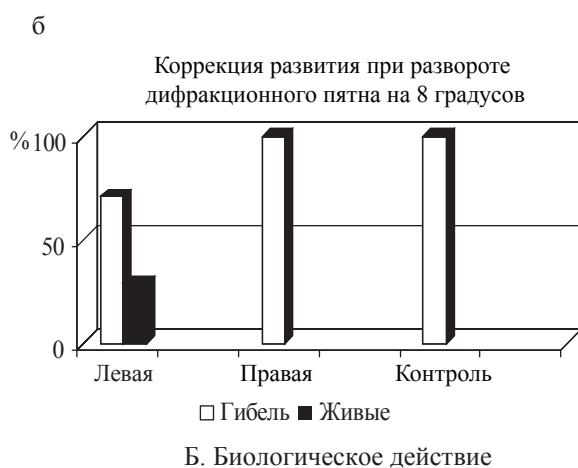


Рис. 5. Биологическое действие УСВ при значениях: а – $3\Delta = 17$ угл. сек., и $\varphi = 0^\circ$; б – $3\Delta = 19$ угл. сек., и $\varphi = -8^\circ$

Как было выявлено в процессе работы, воздействие УСВ на характер дистантного взаимодействия определяется не только размещением образцов относительно рабочей поверхности УСВ, но и качеством изготовления последних. Отклонение углов УСВ от прямого приводит к значительным искажениям. В случае идеально изготовленного УСВ отраженный оптический поток формирует на экране пятно круглой формы. В том случае, если один или несколько углов при вершине УСВ будут отличаться от прямого на величину $\pm\Delta$, то отраженный сигнал распадается на два и более пятен, угловые расстояния между которыми равны $\pm 3\Delta$. В наших экспериментах было убедительно показано, что даже незначительные отклонения, возникающие при изготовлении УСВ от образца к образцу (угол отклонения от прямого не превышал значения $\Delta = \pm 6$ угл. сек.), приводят к весьма значительным различиям в биологических свойствах этих приборов.

На рис. 5 приведены биологические отклики в развитии биосистемы для различных УСВ. Как видно из сравнения биологического действия УСВ, незначительные отклонения в ха-

рактеристиках приводят к весьма существенному биологическому отклику.

На рис. 5 под величиной $\varphi = k^\circ$ мы будем понимать величину отклонения линии визирования дифракционных пятен от горизонтальной оси.

Как видно из представленных рисунков, удалось полностью подтвердить предположение о наличии попарно-симметричных зон на рабочей поверхности УСВ с различными биологическими свойствами. Кроме того, как явствует из сравнения биологического действия УСВ № 482 и № 485 на рис. 5, мы наблюдаем ярко выраженную асимметрию попарно-симметричных биологических зон.

Длина оптического пути в УСВ определяется как

$$L = 2h \times n,$$

где n – показатель преломления.

С учетом величины L и углового отклонения 3Δ порядка 10 угловых секунд получаем, что размер органелл биообъекта (Δl), которые воспринимают действие УСВ, составит величину $\Delta l = L \cdot 3\Delta = 33,56 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 1,5 \cdot 4,85 \cdot 10^{-5} = 4,9 \cdot 10^{-6}$ м, т.е. единицы микрометров.

В заключение хотелось бы отметить, что биологическое действие УСВ проявляется как при интегральном, так и при дифференцированном (распределенное по зонам) воздействии излучения на биологические объекты.

Помимо того, что световой поток, проходящий через УСВ, оказывает весьма существенное биологическое действие на биосистемы, удалось показать, что распределение светового потока играет весьма существенную роль при управлении дистантными взаимодействиями между биологическими объектами. Удалось экспериментально подтвердить и уточнить наличие биологической анизотропии УСВ:

- наличие попарно-симметричных зон,
- несимметричный характер свойств оптического пути попарно-симметричных зон.

Библиографический список

1. Бурлаков, А.Б. Дистантные взаимодействия разновозрастных эмбрионов вьюна / А.Б. Бурлаков, О.В. Бурлакова, В.А. Голиченков // ДАН. – 1999. – Т. 368. – № 4. – С. 562.
2. Журавлев, А.И. Квантовая биофизика животных и человека: учеб. пособие / А.И. Журавлев. – М.: МГАВМиБ, 2003. – 226 с.
3. Ритынь, Н.Э. Оптические свойства угловых отражателей / Н.Э. Ритынь // Оптико-механическая промышленность. – 1967. – № 4. – С. 1–5.
4. Шаргородский, В.Д. Разработка лазерных ретрорефлекторных антенн на основе угловых световозвращателей

- для высокоточных измерений дальности до космических аппаратов / В.Д. Шаргородский и др. // Электромагнитные волны и электронные системы. – 1997. – Т. 2. – № 2. – С. 50–57.
5. Бурлаков, А.Б. Управление дистантным взаимодействием биологических объектов при помощи оптических угловых отражателей / А.Б. Бурлаков, О.В. Бурлакова, В.А. Голиченков и др.; под общ. ред. В.П. Савиных, В.В. Вишневого // Труды Международного Форума по проблемам науки, техники и образования. – М., 2003. – Т. 2. – С. 107–109.
6. Бурлаков, А.Б. Управление дистантным взаимодействием биологических объектов при помощи оптических приборов. Анализ механизмов воздействия / А.Б. Бурлаков, О.В. Бурлакова, В.А. Голиченков // Электромагнитные волны и электронные системы. – 2005. – Т. 10. – № 1-2. – С. 57–65.
7. Бурлаков, А.Б. Управление волновыми информационными потоками при дистантных взаимодействиях на ранних стадиях развития вьюна при помощи лазерных угловых световозвращателей / А.Б. Бурлаков, О.В. Бурлакова, Ю.С. Капранов и др.; Под общ. ред. Ю.Н. Дубнищева, Б.С. Ринкевичуса // Оптические методы исследования потоков: сб. науч. тр. VIII международной научно-технической конференции. – М., 2005. – С. 48–51.
8. Бурлаков, А.Б. Подходы к исследованию свойств сверхслабых биоизлучений с использованием в качестве модели ранних эмбрионов рыб / А.Б. Бурлаков, О.В. Бурлакова, Ю.С. Капранов и др.; под общ. ред. В.П. Савиных, В.В. Вишневого // Труды Международного Форума по проблемам науки, техники и образования. – М.: Академия наук о Земле, 2005. – Т. 3. – С. 56, 57.
9. ГОСТ 15130-86. Стекло кварцевое оптическое. Технические условия. – М.: Госстандарт России: Изд-во стандартов.

ПЕРСПЕКТИВЫ ПРИМЕНЕНИЯ МИКРОСТРУКТУРНЫХ СВЕТОВОДОВ ДЛЯ СОЗДАНИЯ БОРТОВЫХ ВЫСОКОИНФОРМАТИВНЫХ СИСТЕМ ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ

В.Д. БУРКОВ, *проф. каф. проектирования и технологии пр-ва приборов МГУЛ, д-р техн. наук,*
С.В. ПЕРМИНОВ, *соискатель каф. проектирования и технологии пр-ва приборов МГУЛ,*
Н.А. ХАРИТОНОВ, *ст. науч. сотр. каф. проектир. и технол. пр-ва приборов МГУЛ, канд. техн. наук*

Современный этап развития космических комплексов характеризуется тем, что резко возросли масштабы и сложность задач, решаемых системами, входящими в состав указанных комплексов [1]. С учетом требований, которые предъявляются к современным космическим системам по надежности функционирования и срокам активного существования, резко возросли требования, предъявляемые к бортовым системам передачи данных. Качественное выполнение космическим аппаратом (КА) целевых задач подразумевает безотказность его системы управления и надежность информационных систем, обеспечивающих функционирование вычислительно-управляющего ком-

плекса КА. В состав любой системы управления, в том числе и бортовым управляющим комплексом КА, входят разнообразные системы передачи данных. В качестве систем передачи на борту КА все шире используются волоконно-оптические системы (ВОСП). В процессе эксплуатации бортовых ВОСП отдельные элементы системы передачи информации, а также волоконно-оптический тракт (ВОТ) подвержены деградации под действием тех или иных факторов космического пространства (ФКП). Основную роль в снижении качества передачи информации по ВОСП в этих условиях играют радиационные эффекты за счет воздействия на элементы ВОСП протонов космических лучей

и электронов, входящих в состав корпускулярного излучения Солнца и захваченных магнитным полем Земли.

Факторы, определяющие воздействие заряженных частиц на те или иные элементы бортовой аппаратуры, в настоящее время изучены достаточно хорошо. Для орбит, являющихся типовыми для большинства КА навигации, связи и телевидения, известны как параметры радиационных потоков, так и степень их воздействия на элементы аппаратуры, размещаемой на борту КА [2, 3]. В этом ряду несколько особняком стоят системы ВОСП. Поскольку до настоящего времени реальный опыт эксплуатации систем ВОСП в условиях космического полета явно недостаточен, то мы вынуждены пользоваться данными по стойкости ВОСП к воздействию ФКП, полученными на тех или иных моделирующих установках, или же прибегать к методам экстраполяции. В работах [2, 4] детально рассмотрены вопросы стойкости элементов ВОСП, в частности стойкости волоконно-оптических кабелей, к воздействию эквивалентных экспозиционных доз проникающей радиации. Данные, полученные в работе [4] на имитирующей установке, были обобщены в работе [2]. Экстраполяция данных [4] выявила тот факт, что на стационарных и так называемых «высоких» орбитах суммарная экспозиционная доза, полученная оптическим кабелем за срок активного существования КА, превышающем 10–15 лет, столь велика, что наведенное поглощение (потери) в оптическом волокне превысит значение, при котором ВОСП способна обеспечить надежное функционирование аппаратуры на борту КА. При этом качество связи по ВОСП (вероятность ошибки при приеме) упадет ниже требуемого уровня.

Авторы разделяют мнение, что волоконно-оптические приборы и системы связи – ключевое направление развития информационных систем. Это мнение справедливо и для систем космического базирования. Применение волоконных световодов в качестве среды передачи не только снизит массово-габаритные характеристики бортовых систем, но и позволит существенно повысить скорость обработки и передачи информации. Появится возможность обработки первичной информации в реальном масштабе времени. За счет такой обработки первичного информационного потока удастся существенно снизить нагрузку на канал связи «орбита КА – Земля», что приведет к повышению эффективности всего космического комплекса в целом.

Но, как было сказано выше, кварцевые световоды с распределенным по сечению профилем показателя преломления не могут обеспечить необходимую степень надежности системы связи в условиях длительного космического полета. Необходимый профиль показателя преломления в оптическом волокне достигается за счет введения в состав материала оптических волокон тех или иных легирующих примесей. Наиболее часто используются примеси P_2O_5 или GeO_2 . Эти примеси и образуют после облучения центры поглощения. Возбуждение ионов фосфора или германия потоками ионизирующего излучения приводит к образованию так называемых «центров окраски», на которых и происходит поглощение световой волны. Возбужденное состояние таких ионов может сохраняться годами.

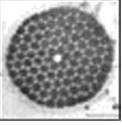
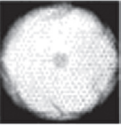
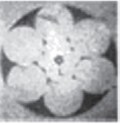
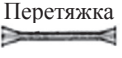
Решение этой, казалось, почти неразрешимой проблемы, лежит в совершенно другой области. В последнее время активно исследуется новый тип волоконных световодов – микроструктурные оптические волокна (МОВ) [5]. В таблице приведен Атлас микроструктурных волоконных световодов, их структура, основные свойства, практические приложения. В столбце 1 таблицы приведены ссылки на литературу, в которой рассматривались свойства тех или иных МОВ. В данный доклад этот перечень литературы не вошел, в первую очередь из-за своей громоздкости.

В дальнейшем рассмотрим некоторые свойства основных представленных в таблице структур.

В первую очередь хочется отметить, что в МОВ, в отличие от «традиционных» оптических волокон, световедущая структура формируется не за счет изменения показателя преломления по сечению структуры «сердцевина – оболочка», а при помощи продольных микроканалов, встроенных в структуру МОВ, которые наполнены газом (воздухом).

Одна из первых работ по созданию световода из чистого кварца была проведена группой Рассела в Университете Саусхамтона (P.St.J. Russell, J.C. Knight, T.A. Birks и D.M. Atkin, Optoelectronics Research Centre, University of Southampton, Southampton) в 1995–96 гг. Они впервые получили полностью кварцевый световод с заполненной сердцевиной и оболочкой, имеющей сложную периодическую структуру («All-silica single-mode optical fiber with photonic crystal cladding» October 1, 1996 / Vol. 21, No. 19 / OPTICS LETTERS).

Атлас МС-волокон: структура, свойства, приложения

Тип волокна	Характерная структура волокна	Механизм формирования волноводных мод	Приложения					
			Телекоммуникации	Метрология	Сверхкороткие импульсы	Нелинейная оптика	Лазерная физика	Биомедицина и фотохимия
МС-волокно с кварцевой или стеклянной сердцевиной [4, 9]		Полное внутреннее отражение	Достигнут приемлемый уровень потерь	Генерация частотных гребенок с шириной более октавы для фемтосекундных часов	Сжатие и измерение фазы. Управление ДГС, солитоны	Увеличение эффективности ФСМ, ФКМ, ЧВВ, ГТГ. ВКР, генерация СК	Новые схемы волоконных лазеров	Оптическая когерентная томография
Полое ФК-волокно [38, 40]		Фотонные запрещенные зоны ФК-оболочки	При условии снижения потерь		Передача и области максимального пропускания	Увеличение эффективности ВКР. ЧВВ, ФСМ		Передача лазерных импульсов для лазерной стоматологии
МС-интегрированные волноводные каналы [33, 123]		Полное внутреннее отражение	Мультиплексное преобразование частоты		Управление ДГС, солитоны	ЧВВ в режиме истощения накачки	Высокоэффективное преобразование частоты фемтосекундных импульсов	Инициирование фотохимизма
Перетянутые волокна [51, 52]		Полное внутреннее отражение	Ответвители, мультиплексоры, демultipлексоры	Генерация частотных гребенок с шириной более октавы для фемтосекундных часов	Управление ДГС, солитоны	Увеличение эффективности ФСМ, ЧВВ, ГТГ, генерация СК, фазовое согласование каскадного ЧВВ	Новые схемы волоконных лазеров	Оптическая когерентная томография

Обозначения: МС-волокно – микроструктурированное волокно. ФК-волокно – фотонно-кристаллическое волокно. ФК-оболочка – фотонно-кристаллическая оболочка. ДГС – дисперсия групповой скорости, ФСМ – фазовая самомодуляция, ФКМ – фазовая кросс-модуляция, ЧВВ – четырехволновое взаимодействие, ГТГ – генерация третьей гармоники, ВКР – вынужденное комбинационное рассеяние, СК – суперконтинуум

К тому времени уже несколько лет проводились интенсивные исследования фотонных кристаллов – материалов с модуляцией показателя преломления на длине, сравнимой с длиной волны оптического излучения.

Термин «фотонные кристаллы» сегодня используют для обозначения структур с периодически изменяющимся показателем преломления в одном, двух или трех измерениях. Впоследствии световоды, имеющие периодически меняющуюся структуру, получили название дырчатых световодов.

Изучение фотонных кристаллов касалось не только идеально периодических структур. Фотонные кристаллы приобрели большую ценность с появлением идеи введения в них протяженных дефектов. Тогда фотонный кристалл может иг-

рать роль отражающей границы и запирает свет в области дефекта.

IG– волокно (Index-guiding photonic crystal fiber)

В таком волокне свет распространяется в кварцевой сердцеvine за счет эффективной разницы в показателях преломления «сердцевины» и «оболочки», являющейся фотонным кристаллом.

В 1997 г. Биркс предложил численный метод оценки свойств IG-волокна, который являлся продолжением методов волоконной оптики. Основная идея состояла в оценке показателя преломления периодически повторяющейся дырчатой структуры оболочки и последующей замены оболочки соответствующим эффективным профилем на основе волноводных свойств этой оболочки. В

этой модели получившийся световод состоит из сердцевины и оболочки с показателями преломления n_{co} и n_{cl} соответственно. Идея состояла в том, чтобы исследовать направляющие свойства оболочки со структурой ФК в поперечном сечении и из константы распространения первой оболочечной моды β_{fsm} , вычислив соответствующий им эффективный показатель преломления (ПП), попытаться оперировать соотношением между величинами ПП сердцевины, направляемых мод, и эффективного ПП оболочки, используя при этом закон полного внутреннего отражения. Также Биркс ввел эквивалент волновому параметру V_{eff}

$$n_{eff} = \beta_{fsm} / k; V_{eff} = \rho(k^2 n_{co}^2 - \beta_{fsm}^2)^{1/2}$$

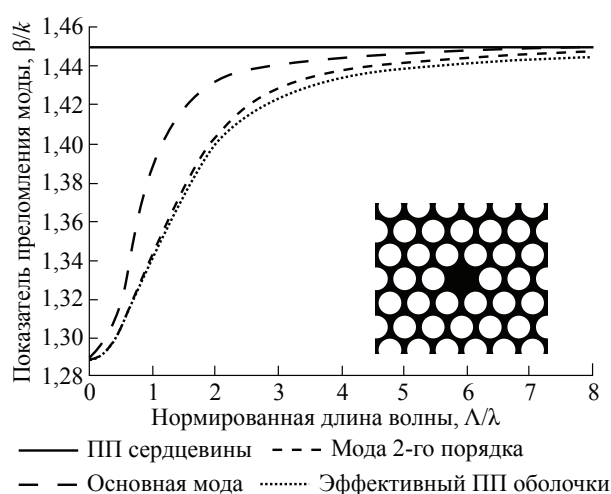


Рис. 1. Зависимость показателя преломления от нормированной длины волны для IG-волокна с гексагональной решеткой

На рис. 1. показана зависимость показателя преломления основной (фундаментальной) моды, моды второго порядка, а также расчетного эффективного показателя преломления оболочки от нормированной длины волны Λ / λ для IG-волокна с гексагональной решеткой, примерно равную нормированной длине волны 1,5 мкм. Отсюда видно, что надлежащим выбором Λ можно сделать волокно «бесконечно» одномодовым. Видно, что в представленном диапазоне нормированных длин волн только фундаментальная мода и мода второго порядка могут распространяться на основе полного внутреннего отражения, их значения расположены между показателями преломления сердцевины (он выбран равным 1,45) и оболочки. При этом фундаментальная мода существует во всем диапазоне нормированных длин волн, а значит не имеет длины волны отсечки. Мода второго порядка также может существовать и распростра-

няться в такой системе, но имеет длину волны отсечки, (endlessly single-mode), что невозможно в стандартном волокне.

РВГ-волокно (Photonic band gap fiber)

Микроструктурное оптическое волокно, в котором свет распространяется за счет наличия запрещенной зоны [5].

Реализация волокон с полной запрещенной зоной (РВГ-волокна) было вначале затруднено сложностью реализации гексагональной структуры с большим относительным размером воздушных дырок требуемых размеров.

Поворотным моментом в попытках реализации волокна с полной фотонной запрещенной зоной стало внедрение точного векторного численного метода, основанного на методе плоских волн. Метод плоских волн (1990) был первым точным численным методом анализа фотонных кристаллов и, возможно, наиболее применяемым из всех. В своей основе этот метод относительно прост: периодичность фотонного кристалла рассматривается как периодичность полупроводника или обычного твердого кристалла и используется для решения уравнения Шредингера для нахождения электронной запрещенной зоны.

Использование этого метода позволило смоделировать и позднее продемонстрировать экспериментально фотонно-кристаллические волокна с полной запрещенной зоной. РВГ-волокна реализуют совершенно иной механизм распространения света, чем обычные волокна, и поэтому представляют интерес с фундаментальной точки зрения. Более того, возможность локализовать свет в сердцевине с низким показателем преломления в этих волокнах открывает ряд новых возможностей, недоступных как с обычными волокнами, так и с фотонно-кристаллическими на эффекте модифицированного полного внутреннего отражения.

Было обнаружено, что максимум ширины фотонной запрещенной зоны в сотовых структурах может быть выше, чем у гексагональной структуры с теми же размерами дырок. Второе отличие состояло в том, что РВГ в сотовой структуре открывалась для меньших значений $\beta\Lambda$, но ширина зоны убывала быстрее для больших значений $\beta\Lambda$. Нужное расположение дырок было достигнуто формированием сборной заготовки из трубок и стержней. Этот метод также приводил к появлению дополнительных дырок в заготовке.

Однако было обнаружено, что для сотовой структуры эти дырки имеют положительный эффект – межструктурные дырки значительно увеличивают протяженность запрещенной зоны.

Как показано на рис. 2, периодичность такой структуры была нарушена заменой одного стержня на трубку. В первых сотовых волокнах, разработанных в Bath, периодическая структура оболочки была сформирована 4 сотовыми ячейками, что соответствует 180 дыркам, и окружена слоем кварцевых стержней. После сборки заготовка обвязывалась танталовыми нитями и спаивалась в промежуточной вытяжке. Сотовая структура волокна хорошо сохранялась в течение вытяжки, хотя силы поверхностного натяжения уменьшали изначальную часть воздуха.

Важным отличием PBG-волокна от IG-волокна состоит в том, что фундаментальная PBG-мода может не существовать в неограниченном частотном диапазоне, в то время как фундаментальная мода IG-волокна всегда существует.

Еще одним значительным отличием от стандартных волокон является теоретическая возможность снизить потери ниже материальных в волокне, т.к. даже для сотовой структуры с определенными параметрами малая часть излучения (1–7 %) распространяется в воздушной сердцевине. Распределение интенсивности поля фундаментальной моды при этом не колоколообразно.

Локализация большей части излучения в сердцевине с более низким показателем преломления тоже возможна для PBG-волокон. Впервые распространение света в полой сердцевине PBG-волокна было продемонстрировано Креганом (Cregan) в 1999 г. Привлекательность такого волокна состоит в том, что при уменьшении потерь на вытекание можно добиться снижения потерь ниже уровня материальных в кварце.

PBG-волокно может быть одномодовым или поддерживать несколько мод, однако также возможна структура только со второй модой. Основная мода при этом лежит вне запрещенной зоны и имеет большие потери на вытекание.

В настоящее время потери в стандартном PBG-волокне с увеличенным размером сердцевины компании Crystal Fiber A/S (BlazePhotonics) на центральной длине волны составляют менее 20 дБ/км.

В рамках настоящего доклада авторами рассмотрены только два типа МОВ из всех, пред-

ставленных в таблице, что объясняется ограничениями, накладываемыми на объем работы. Тем не менее, исходя из вышеизложенного можно предположить, что за счет однородности материала МОВ и низкого значения потерь, в том числе и в случае, которые ниже материальных потерь в кварце (см. выше), стойкость МОВ к воздействию ФКП будет превышать стойкость «стандартных» оптических волокон.

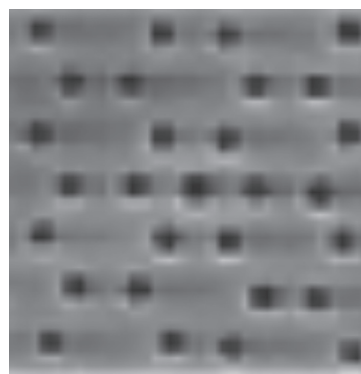


Рис. 2. Фото торца микроструктурированного волоконного световода с центральным отверстием

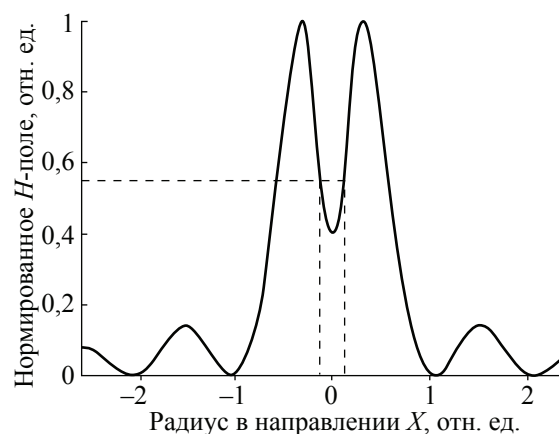


Рис. 3. Распределение поля по одному координатному направлению в сотовой PBG-волокне. Пунктиром показан профиль показателя преломления. Небольшая часть мощности распространяется в полой сердцевине

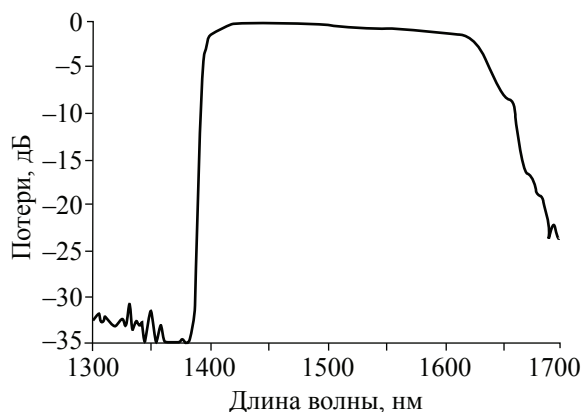


Рис. 4. Зависимость спектральных потерь

В настоящее время в печати практически отсутствуют работы на данную тему. Скорее всего, из-за некоторой «экзотичности» такой среды передачи, как МОВ, исследователи еще не проработали экспериментальную сторону вопроса, но в дальнейшем, по-видимому, следует ожидать лавинообразного нарастания публикаций по данной проблеме [7, 8].

Библиографический список

1. Бабишин, В.Д. Синтез технологии автоматизированного управления космическими аппаратами на основе применения полимодельного и многокритериального подхода / В.Д. Бабишин, В.И. Козлов, Ю.Е. Левицкий и др. // Информационно-измерительная техника, экология и мониторинг: сб. науч. тр. – Вып. 1. – 2001. – С. 53–61.
2. Перминов, С.В. Анализ влияния ионизирующих излучений космического пространства на работоспособность и срок службы элементов волоконно-оптических систем передачи данных / С.В. Перминов // Электромагнитные волны и электронные системы. – 2003. – Т. 8. – № 9. – С. 40–44.
3. Власова, Н.А. Система мониторинга радиационных условий в магнитосфере Земли на российских космических аппаратах связи, навигации и телевидения / Н.А. Власова, В.И. Верхотуров, О.С. Графодатский и др. // Космические исследования. – 1999. – Т. 37. – № 3. – С. 245–255.
4. Беляев, Р.А. Применение метода оптической рефлектометрии для исследования радиационной устойчивости волоконных световодов / Р.А. Беляев, А.И. Бондарев, И.И. Долгов и др. // Радиотехника. – 1991. – № 8. – С. 87–90.
5. Базаров, Е.Н. Электродинамика волоконно-оптических световодов: Монография / Е.Н. Базаров, В.Д. Бурков, А.Д. Шагров. – М.: МГУЛ, 2004. – 148 с.
6. «All-silica single-mode optical fiber with photonic crystal cladding» October 1, 1996 / Vol. 21, No. 19 / OPTICS LETTERS.
7. Girard S., Yahya A., Boukenter A., Meunier J.-P., Kristiansen R.E., Vienne G. γ -radiation-induced attenuation in photonic crystal fiber. 2002. Electronics Letters., Sep. 2002, v.38, p.p. 1169-1171.
8. A.F. Kosolapov, I.L. Nikolin, A.L. Tomashuk et al. 2005. Inorganic Materials, 2005, vol. 40, N. 11, p.p. 1229-1232.

СЕЙСМИЧЕСКИЙ ПРОЦЕСС В ГЕОЛОГИЧЕСКОЙ СРЕДЕ, ИНДУЦИРОВАННЫЙ СЛАБЫМИ ФОНОВЫМИ СИЛОВЫМИ ПОЛЯМИ

Г.А. ГУСЕВ, *вед. науч. сотр. ФИАН, канд. физ.-мат. наук*,
И.Л. ГУФЕЛЬД, *гл. науч. сотр. ИФЗ РАН, д-р физ.-мат. наук*

Основной развернувшейся в последние годы дискуссии о возможности или невозможности прогноза сильных землетрясений послужил известный негативный опыт мониторинга сейсмической опасности, где главным было обнаружение «аномалий» в каком-либо поле. Доказательством «предвестникового» характера этих «аномалий» являлось примерное соответствие времени (от суток до многих лет) и места (до тысячи километров) наиболее сильного землетрясения, причем причинно-следственные связи между ними не рассматривались. Поэтому прогноз землетрясений пытались и пытаются строить на основе анализа «похожести» аномалий, предшествовавших другим землетрясениям. Такое направление поиска предвестников заводило проблему прогноза в тупик. С другой стороны, лабораторные модели подготовки сильных землетрясений (модель лавинно-неустойчивого трещинообразования, дилатантно-диффузионная модель, модели консолидации и неустойчивого скольжения вдоль разлома – stick-slip) не учитывали реальные условия в геологической среде

и адекватно не отражали протекание сейсмического процесса. Основанием для пересмотра представлений о процессе подготовки сильных землетрясений служил не столько негативный опыт мониторинга сейсмической опасности, сколько новые данные мониторинга параметров земной коры, имеющие фундаментальный характер. В определенной мере отражением этого стали представления о геологической среде (земной коре) как среде с критическими условиями [8] и «самоорганизованной критичностью» [12]. Фактически речь шла о среде с предельной энергонасыщенностью (по упругой энергии), характерной чертой которой является неустойчивость различных параметров (сейсмических, геофизических, геохимических). В то же время необходимо было понять причины неудач в работах по прогнозу и поставить вопросы, которые следуют из данных новейшего мониторинга. К основным вопросам следует относить физику процессов, приводящих к предельной энергонасыщенности среды и слабым вариациям параметров среды вблизи предельного уровня, а также природу

процессов перехода в этих условиях от фонового сейсмического режима к режиму подготовки крупномасштабных структур разрушения.

О случайной связи «возмущений» различных полей с очагом землетрясения

Мониторинг в сейсмоактивных регионах показал, что действительно перед рядом сильных землетрясений наблюдали возмущения различных полей: режима слабой сейсмичности, наклонов и деформаций земной поверхности, времени пробега сейсмических волн, уровня подземных вод, химического состава флюида, проводимости среды, геомагнитных полей и др. [6, 10]. Для обоснования связи этих возмущений с очагом будущего землетрясения была принята парадигма, основанная на классической механике разрушения образцов [10]. Подготовка сильного землетрясения должна сопровождаться ростом напряжений от весьма малых до предельных (σ_c). Полагали, что весьма медленный и устойчивый рост напряжений не может быть незамеченным, необходима лишь достаточно плотная сеть мониторинга различных параметров среды. Считали, что при достижении $\sigma \approx 0,5\sigma_c$ в среде, так же как и в образцах, начинаются процессы трещинообразования, то есть сейсмические процессы. С их началом связывали появление возмущений различных полей, отмеченных выше. Дальнейший рост упругих напряжений, по аналогии с деформированием лабораторных образцов, должен был приводить к последовательным стадиям активизации, сейсмического затишья и акту землетрясения [10]. В рамках этой парадигмы возмущение любого из параметров, даже если это был только один параметр (чаще так и было), стали называть предвестником землетрясения. Причем возмущение ретроспективно относили к наиболее сильному событию, даже если менее сильное событие в этот период времени происходило на меньшем расстоянии от точки наблюдения (такова была практика анализа).

Довольно длительное время доказательством достоверности связей между наблюдаемыми возмущениями геофизических и геохимических полей с очагом землетрясения служили эмпирические соотношения между временем появления возмущения, магнитудой события и эпицентральной дистанцией точки наблюдения. Коэффициент корреляции между этими параметрами для «долгосрочных» и «среднесрочных»

предвестников был достаточно высок (0,6–0,9), а для «краткосрочных предвестников» эти связи были неустойчивыми [5, 9]. Как оценивать эти данные? Достоверность эмпирических соотношений между временем проявления выбранного возмущения, магнитудой события и эпицентральной дистанцией точки наблюдения могла определяться только правильностью отождествления данного возмущения как предвестника конкретного землетрясения. На самом деле отсутствовала априорная информация о том, что выбранное возмущение является предвестником данного землетрясения. Было известно только положение возмущения одного из параметров в пространстве и времени [11].

В связи с этим была проведена проверка достоверности известных эмпирических соотношений (время проявления возмущений, магнитуда события, эпицентральной дистанции точки наблюдения). Анализ проводился для реального каталога землетрясений Средней Азии (магнитуда $M > 4$), случайных координат возмущений и времени их проявления. Оказалось, что коэффициент корреляции был очень высоким (0,7 и выше). То есть возмущения любого параметра среды можно принять за предвестник землетрясения. Следовательно, сама методология анализа была ошибочной. Фактически то, что требовалось доказать, закладывалось в исходные предпосылки парадигмы о континуальной модели среды [11].

На случайность связей фиксируемых геофизических и гидрогеохимических возмущений параметров среды с процессами подготовки землетрясений указывают также другие факты: краткосрочные возмущения в среднем проявлялись на больших расстояниях от очага, чем среднесрочные; многие возмущения были не чувствительны к акту распада очага; особенности возмущений различных полей, контролируемые в одной локальной зоне литосферы и обусловленные одним действующим фактором – деформацией в данный период, противоречили друг другу.

Наблюдаемые возмущения различных полей литосферы отражают реакцию неоднородной среды на действие внешних и внутренних сил, однако доказательств их предвестникового характера для конкретных землетрясений получено не было. Эта неопределенность являлась следствием анализа, выполняемого в рамках континуальной модели среды и парадигмы о медленном накоплении предельных напряжений

в больших объемах [10]. В то же время в результате многолетнего мониторинга сейсмической опасности получены данные, показывающие, что геологическую среду и процессы в ней необходимо рассматривать с других позиций, где представления о континуальной среде становятся весьма ограниченными. Было показано, что фундаментальным свойством литосферы является ее предельная энергонасыщенность. Отражением этого свойства литосферы является закон повторяемости Гутенберга – Рихтера, на что обратил внимание еще М. Садовский [8]. Учет предельной энергонасыщенности среды и непрерывных воздействий на нее слабых внутренних и внешних полей существенно меняет направления исследований сейсмического процесса и выдвигает на первый план такую особенность среды, как нестабильность, отражающуюся в непрерывной изменчивости ее параметров.

Предельная энергонасыщенность литосферы и природа вариации ее параметров вблизи предельного уровня

Выше границы Мохо среда находится и поддерживается в трещиноватом состоянии за счет литостатического давления и действия флюида [7]. Это означает, что уже на малых масштабах более высокий уровень напряжений невозможен. Следовательно, можно говорить о парадоксе крупномасштабных разрывов (сильных землетрясений). Кроме этого, при сильных землетрясениях снимается малая часть упругой энергии (10^3 – 10^4 Дж/м³), существенно меньшая фонового уровня (10^6 – 10^7 Дж/м³) [8]. На предельную энергонасыщенность среды указывает также постоянное деформирование среды (современные движения), большее по граничным структурам и характерное как для сейсмоактивных, так и асейсмичных регионов.

Мониторингом представлены доказательства накачки предельно энергонасыщенной литосферы дополнительной упругой энергией, причем масштаб этой накачки меняется от локального до регионального уровня. Приведем факты. В литосфере в условиях постоянных градиентов литостатического давления и температуры и весьма медленных тектонических движений наблюдаются несинхронные вариации различных полей, представляемые набором гармоник с периодами от часов-суток до многих лет. В сейсмоактивных и асейсмичных регионах плотность потока энергии слабых землетрясений различается на три

порядка, а вариации объемного деформирования, с которыми связывают подготовку сейсмических событий, лежат в пределах одного порядка. На основе данных о фокальных механизмах показана значительная неоднородность локальных полей тектонических напряжений, описываемая, в том числе, случайным полем. Эти данные нельзя объяснить действием метаморфизма или медленных тектонических движений [4].

Таким образом, в литосфере не существует проблемы накопления предельных упругих напряжений в больших объемах, на чем настаивает механика и физика разрушения континуальных сред. Однако возникают два вопроса. Первый – какие процессы приводят к образованию в предельно энергонасыщенной среде, не терпящей локальных перенапряжений, крупномасштабных структур разрушения? Второй – какова природа слабых и разномасштабных вариаций объемно-напряженного состояния (ОНС) среды вблизи предельного уровня?

Наблюдаемые вариации ОНС могут быть связаны с периодическими изменениями объема различных элементов твердой фазы. Разномасштабность, несинхронность и широта спектра изменений различных параметров среды исключает, как было отмечено выше, преимущественное действие тектонических полей и метаморфизма. Однако действующий фактор должен иметь планетарный характер. Речь идет о планетарном характере дегазации Земли, и более конкретно, о процессах взаимодействия восходящих потоков легких газов (водорода и гелия) с твердой фазой литосферы. В последнее десятилетие внимание к проблемам воздействия глубинной дегазации на процессы разрядки энергии в различных оболочках Земли резко усилилось [3].

Последствия действия легких газов на материалы хорошо известны в ядерном и физическом материаловедении. Аналогичные эффекты обнаружены также на метамиктных кристаллах. При имплантации легких газов в различные материалы, в том числе горные, происходят структурные перестройки (с изменением объема) и аморфизация структуры, формируется газовая пористость, изменяются физико-механические свойства. Общим следствием имплантации водорода и гелия в материалы является формирование внутреннего напряженного состояния, проявляющегося в эффектах ползучести и изменения объема.

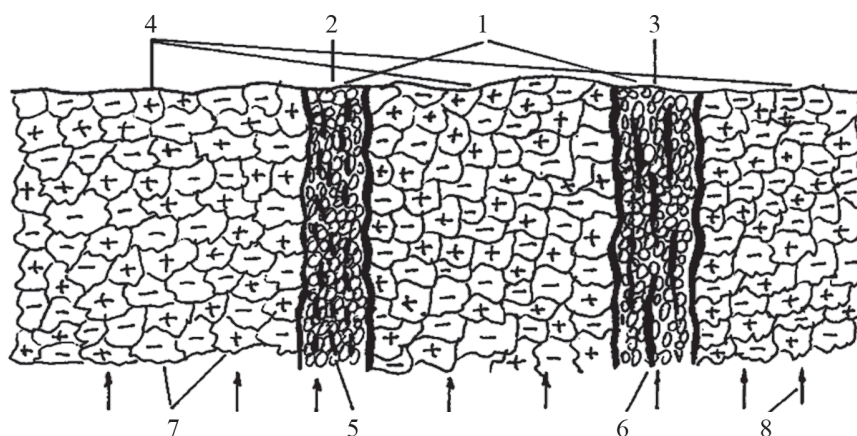


Рис. 1. Вариации объемно-напряженного состояния среды, отражающие в граничных структурах (1) фоновый сейсмический процесс (2) и процесс подготовки сильных землетрясений (3), а в блоковой структуре (4) – непрерывные изменения параметров; 5 и 6 – локальные и крупномасштабные цепочки механических зацеплений; 7 – зоны растяжения и сжатия; 8 – потоки легких газов.

В лабораторном моделировании показано [1, 2], что имплантация (и последующий выход) водорода и гелия в горные материалы (оливин, пироксен, кварц и др.) переводит их в неустойчивое состояние, проявляющееся в обратимом изменении параметров структуры и, соответственно, в деформации сжатие → расширение или расширение → сжатие в зависимости от типа структуры. Вариации деформации достигают значений 0,01–0,03 при плотности упругой энергии порядка 10^6 Дж/м³. Обоснованием переноса лабораторных данных на условия земной коры (более глубокие слои сейчас не рассматриваются) является следующее.

1. Было показано, что концентрации водорода и гелия (по отдельности), присутствие твердой фазе литосферы (оценка по образцам различных горных материалов, длительно выдержанных в нормальных условиях), достаточны для перевода горных материалов в неустойчивое состояние.

2. Имплантация легких газов в кристаллические структуры не требует критических температур или давления и протекает интенсивно даже при комнатной температуре. Таким образом, при квазипостоянных градиентах температуры и давления в литосфере влияние на поле напряжений легкоподвижных восходящих потоков легких газов представляется основным переменным фактором, определяющим и поддерживающим текущую неустойчивость (нестабильность) среды вблизи предельного уровня.

В литосфере существуют долговременные и меняющиеся во времени восходящие потоки легких газов. Каждая локализованная по глубине зона при прохождении через нее легких

газов испытывает вариации объема. За счет естественной модуляции восходящего потока по глубине устанавливается чередование зон сжатия (+) и расширения (–) (рис. 1). При этом в вертикальной плоскости идет непрерывный процесс замещения друг другом зон сжатия и растяжения. Очевидно, что вариации ОНС в смежных зонах не будут синхронными. С ними необходимо связывать непрерывные изменения различных полей: деформации, наклонов, проводимости, уровня воды и др. В такой среде непрерывность и разномасштабность вариаций различных полей позволяет «подобрать» сильным землетрясениям подходящее «возмущение» какого-либо параметра.

Нелинейная динамическая модель сейсмического процесса

Сейсмический процесс, включая сильные землетрясения, реализуется по границам блоков (по разломам), где наблюдается активная циркуляция флюидной фазы и возможна подкачка газовых компонент из мантии и окружающей среды. По границам происходит смещение блоков относительно друг друга. Граничные структуры также находятся в предельном по энергонасыщенности состоянии. Можно говорить о двух режимах функционирования активных границ: фоновом и формирования и распада крупномасштабных нестабильных структур – очагов (рис. 1). Априори понятно, что переход фонового в режим формирования очага связан с ограничением взаимного перемещения блоков. Причем эти процессы носят повторяющийся характер. В фоновом режиме в граничных структурах, так же как и внутри блоковых, устанавливается динамический процесс чередования зон сжатия

и расширения. В «всплывающих» зонах растяжения нарушается аккомодация между элементами в граничной структуре, возникают локальные механические зацепления. Разрушение этих зацеплений отражает режим фоновой сейсмичности (в том числе и внутриблочной, чем подчеркивается различие механизмов слабой и сильной сейсмичности), т.е. фоновая сейсмичность индуцируется слабыми вариациями упругих полей вблизи предельного уровня энергонасыщенности среды. Фоновая ситуация изменяется, когда концентрация легких газов в восходящем потоке превышает предельную, соответствующую растворимости в кристаллической решетке. Динамический процесс взаимного замещения зон расширения и сжатия в граничных структурах нарушается. Зоны расширения начинают увеличивать размеры за счет зон сжатия из-за избыточного потока легких газов по каналу: твердое тело – флюид – твердое тело. При этом локальные механические зацепления начинают образовывать протяженные связанные структуры-цепочки. Результатом этого будет торможение взаимного перемещения блоков и формирование в предельно энергонасыщенной среде очага сильного землетрясения. Под очагом сильного землетрясения следует понимать связанное состояние двух или более блоков, образующееся посредством множества механических зацеплений между элементами граничной структуры и этих элементов с блоками. Очаг формируется не за счет действия тектонических напряжений, а в результате изменения объемов элементов в граничных структурах, вызванного взаимодействием восходящих потоков легких газов с твердой фазой. Подчеркнем, что только на этой стадии очаг начинает испытывать деформацию и накапливать дополнительную упругую энергию из энергии движения блоков. Эта добавка невелика по сравнению с энергетической прочностью среды. Внешне эта схема напоминает модель stick-slip одноразового распада очага [13]. Однако в предложенной модели объясняется природа повторяемости образования очагов различных размеров как связанных состояний – возбуждений фонового состояния граничных структур. Формирование очагов сильных землетрясений также связано со слабыми флуктуациями энергии среды при взаимодействии восходящих потоков легких газов с твердой фазой.

Характерной особенностью сейсмического процесса в предельно энергонасыщенной среде является его неустойчивость. Во-первых,

постоянно изменяются физико-химические и физико-механические свойства элементов и параметров контактного взаимодействия в граничных структурах и внутри блоков за счет их взаимодействия с восходящими потоками легких газов. Во-вторых, на среду постоянно действуют флуктуационные и периодические возмущения, создавая в совокупности шумовое силовое поле (приливы, метеофакторы, упругие волны местной и отдаленной сейсмичности, тектоническая деформация, вариации скорости вращения Земли). Поэтому среда, включая граничные структуры, всегда находится на грани разрушения. Предельная деформация литосферы весьма мала и достигает величин порядка 0,0001, что существенно меньше предельной деформации разрушения лабораторных образцов. Это также подчеркивает неустойчивость процесса формирования крупномасштабных структур разрушения.

Масштабы и динамика связанных механических зацеплений – цепочек (их совокупностей) определяют характер сейсмического режима граничных структур. Основным элементом в цепочке является механическое зацепление, представляющее конгломерат мелких блоков и отдельных элементов. В реальных нестационарных условиях отдельные механические зацепления испытывают связанные колебания (коллективные моды), то есть колебания каждого из них в цепочке зависят от движения соседних. При определенных внутренних условиях и внешних полях эти колебания могут перейти в специфический апериодический режим с последующим распадом локальных или крупномасштабных цепочек, приводящих к поддержанию или восстановлению фонового режима.

Колебательный режим совокупности механических зацеплений (далее элементов) в цепочке (системе цепочек) в открытой и нелинейной среде предложено рассматривать в рамках модели Ферми–Паста–Улама (ФПУ) [14], описывающей динамику нелинейных взаимодействий осцилляторов-элементов. В отличие от модели Ферми с соавторами рассматриваются неоднородные цепочки с различными массами и меняющимися во времени параметрами упругих линейных и нелинейных взаимодействий между элементами. Такое представление граничных структур позволяет учитывать различные условия их динамики: тектонические и фоновые силовые воздействия, включая квазистационарное нагружение, шумовые, периодические и импульсные воздействия

различной природы, изменения параметров контактного взаимодействия отдельных элементов в граничной структуре.

В принципе, даже одну цепочку можно рассматривать в качестве основной части структуры разрушения от фонового класса до предельного. Масштабы цепочек определяют энергию распада и, следовательно, режимы функционирования границ. Поэтому в представляемой динамической модели будут рассматриваться только параметры устойчивости цепочек без учета их масштабов. Критерием устойчивости выбрано время жизни цепочек, заканчивающееся их распадом. Под распадом цепочек понимается переход движения их отдельных элементов из квазипериодического в аperiodическое, когда амплитуда смещения элементов неограниченно возрастает.

Динамику цепочек будем описывать системой связанных нелинейных дифференциальных уравнений, которая решается численно.

$$m_{ij} d^2 x_{ij} / dt^2 = -k_{i+1,j} (x_{i+1,j} - x_{ij}) + k_{ij} (x_{ij} - x_{i+1,j}) + \alpha (x_{i+1,j} - x_{ij})^2 - \alpha_{ij} (x_{ij} - x_{i+1,j})^2 - v_{ij} dx_{ij} / dt + \dots$$

Здесь N – число элементов в цепочке, $i = 2, 3, \dots, N-1$, M – число цепочек в граничной структуре, $j = 1, 2, \dots, M$, m_{ij} – массы различных элементов, x_{ij} – смещения элементов, k_{ij} – коэффициенты линейной упругости, α_{ij} – коэффициенты нелинейной упругости, v_{ij} – коэффициенты диссипации, многоточие означает внешние силы. При моделировании принимались следующие значения $N = 6, \dots, 32$, $M = 1, 10, 15$. К этой системе добавляются два уравнения движения блоков, образующих «разлом» и создающих нагрузку (деформацию) цепочек и $2M$ уравнений движения крайних элементов, примыкающих к этим блокам. Цепочки возбуждались начальным условием в виде смещения одного (аналог толчка) или всех элементов (модовое возбуждение волной), движением одного из блоков (аналог деформации). Флуктуационная или/и периодическая составляющие внешних силовых возмущений накладывались на движение одного из блоков, а внутренние, обусловленные физико-химическими процессами, вводились в коэффициенты взаимодействия элементов.

При отсутствии диссипации и малых амплитудах воздействия различными полями движение элементов в цепочке носит квазипериодический характер, то есть наблюдается, как и в [14], явление возврата ФПУ. Цепочка стабильна, и ее время жизни неограниченно велико. Однако

для каждого типа воздействия существует своя пороговая амплитуда A_{th} , выше которой цепочки имеют конечное время жизни. При дальнейшем увеличении амплитуды время жизни убывает не монотонно или испытывает флуктуации (флуктуации убывают с ростом диссипации) около некоторого среднего значения, а при достижении критических значений A_{cr} резко уменьшается на два-три порядка скачком или несколькими скачками и далее медленно убывает с ростом амплитуды действующего поля (рис. 2 а). Можно констатировать, что существуют два типа состояний цепочек: долгоживущие и короткоживущие. Резкий скачок времени жизни имеет очень точную настройку по амплитуде действующего поля (вплоть до восьмого знака после запятой) и является примером динамического фазового перехода второго рода в системе под действием возмущения [16], когда в ней наряду с аттрактором долгоживущих состояний появляется аттрактор короткоживущих.

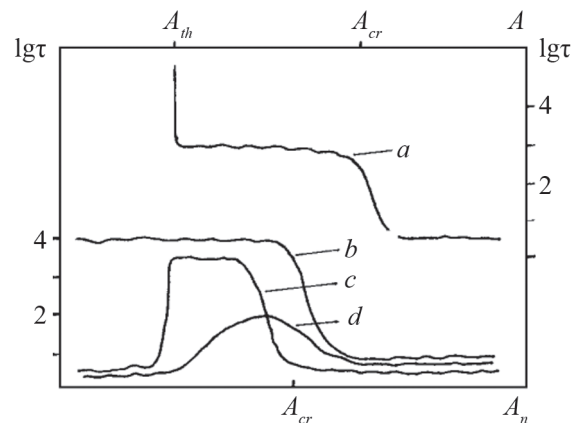


Рис. 2. Зависимость времен жизни цепочек очага от уровня действующих полей. Пояснения в тексте

В качестве основных результатов моделирования покажем изменение времени жизни цепочек при одновременном действии трех различных полей: деформации (медленное смещение одного из блоков), наложение на это смещение шума (аналог совместного действия сейсмического шума, метеофакторов и др.) и начального толчка одного из элементов (аналог близкого сейсмического события). При малых амплитудах начального толчка четко выражены два типа состояний: долгоживущие и короткоживущие (рис. 2 б). Начиная с некоторого порогового уровня начального толчка, зависимость $\tau - A_n$ резко меняется, уже при малых шумах возникает короткоживущее состояние (дестабилизация цепочки). Однако при дальнейшем увеличении амплитуды шума возникает долгоживущее состояние, которое переходит в ко-

роткоживущее при критических значениях амплитуды шума (рис. 2 в). Такое поведение системы происходит в определенном интервале значений амплитуды толчков. При еще большей амплитуде начального толчка эффект стабилизации системы резко уменьшается (рис. 2 г). Отметим также некоторые другие результаты, представляющие интерес. Так, времена жизни уменьшаются обратно пропорционально αV , так что с точностью до 5 % существует зависимость $\tau = \beta / \alpha V$ (V – скорость роста напряжения, β – коэффициент) при изменении одной из величин в 16 раз. Увеличение числа цепочек в очаге до 10 или 15 не вносит существенных изменений в зависимость $\tau - A$, наблюдается лишь некоторое смещение амплитуд A_{cr} . Моделирование влияния близких к моменту распада толчков в условиях слабого затухания показало, что если цепочки, находящиеся в долгоживущем состоянии, приблизились к моменту распада (до распада остается время порядка 1 % τ), то при дополнительном возбуждении их толчком определенной силы возможна как дестабилизация (более быстрый распад), так и увеличение стабильности на более длительное время. Причем отличие амплитуд толчков, вызывающих дестабилизацию или увеличение стабильности, мало.

Реальных комбинаций, действующих на цепочки внешних полей, много. Каждая комбинация вносит свои коррективы в зависимость времени жизни от амплитуд соответствующих полей. Самым существенным является наличие долгоживущих и короткоживущих состояний цепочек и резких переходов между ними в прямом и противоположном направлениях.

В реальных условиях процессы формирования связанных структур (цепочек-очагов) различного масштаба контролируются «газовым дыханием» Земли, уровнем действующих в данный период слабых фоновых полей и свойствами граничных структур. Если уровень действующих фоновых полей превышает критические значения, то процессы образования связанных структур носят локализованный характер, а время их жизни ограничено. Это условия фонового сейсмического режима. Наоборот, процессы формирования протяженных связанных структур-очагов сильных землетрясений наиболее вероятны при уровне фоновых полей, не превышающем критическое значение. Это долгоживущие состояния, в определенной мере отражающие период сейсмического затишья и подготовки сильных землетрясений.

Подчеркнем, что совпадение или рассогласование ритмов газового дыхания и фоновых полей определяют тип сейсмического режима в региональном масштабе, то есть сейсмичность любого уровня индуцируется слабыми фоновыми полями и обусловлена неравномерностью входящего потока легких газов. Причем в самой геологической среде существуют условия регулирования сейсмического режима, в том числе и предотвращения сильных землетрясений. Например, возможен распад формирующегося очага на ранней стадии его подготовки при достаточном уровне фоновых полей или действии сейсмических событий определенной силы вблизи очага. В то же время, как уже упоминалось, если в какой-то зоне подготовлен очаг сильного землетрясения и до его распада осталось небольшое время, то упругие волны близких землетрясений могут ускорить или замедлить распад, то есть уменьшить или увеличить энергию распада. Точно так же более подробное моделирование позволяет ожидать, что при достаточно сильном шумовом фоне случайные события средней силы в период подготовки очага сильного землетрясения могут переводить систему из короткоживущего состояния в долгоживущее, то есть с накоплением еще большой упругой энергии в очаге (этот эффект в более простой ситуации представлен на рис. 2, когда достаточно сильный стабилизирующий толчок происходит в начале процесса подготовки). Последнее показывает обоснованность обсуждения и реализации проблемы искусственного регулирования сейсмического процесса.

Заключение

Представления о сейсмическом процессе и результаты моделирования, которые можно получить из динамической модели связанных состояний в граничной структуре блоков, качественно соответствуют поведению геологической среды. Выявлены динамические свойства предельно энергонасыщенной среды как нелинейной системы, которые позволяют судить о разнообразии развития сейсмического процесса в среде и различной реакции среды на действие близких по амплитуде полей. Оценивать предвестниковый характер фонового сейсмического режима необходимо с учетом цикличности процессов дегазации (контролирующей вариации ОНС среды) и вариаций фоновых силовых полей. Причем локальные аномалии геофизических и гидрогеохимических

полей, распределенные по большой площади, могут нести информацию только об активизации эндогенных процессов в Земле. Медленность образования и эволюции протяженных связанных структур позволяет говорить о протекании в среднем детерминированного процесса, что оставляет возможность среднесрочного прогноза места вероятного очага по сейсмологическим данным. Представления об индуцированном шумовым силовым полем сейсмическом процессе дают основания для усиления работ в области краткосрочного прогноза времени сильных землетрясений.

Авторы выражают благодарность за обсуждение работы член-корр. РАН А.В. Николаеву и член-корр. РАН Г.А. Соболеву за критические замечания.

Библиографический список

1. Гуфельд, И.Л. Метастабильность литосферы как проявление восходящей диффузии легких газов / И.Л. Гуфельд, Г.А. Гусев, М.И. Матвеева // Доклады РАН. – 1998. – № 5. – Т. 362. – С. 677–680.
2. Газы радиогенной природы в динамике литосферы / И.Л. Гуфельд, М.И. Матвеева, Р.А. Лютиков и др. // Доклады РАН. – 1993. – Т. 328. – № 1. – С. 39–42.
3. Дегазация Земли: геодинамика, геофлюиды, нефть и газ // Материалы конференции памяти академика П.Н. Кропоткина. – М.: Геос, 2002. – 472 с.
4. Николаев, А.В. Динамические процессы в геофизической среде // А.В. Николаев. – М.: Наука, 1994. – 255 с.
5. Зубков, С.И. Времена возникновения предвестников землетрясений / С.И. Зубков // Изв. АН СССР. Физика Земли. – 1987. – № 5. – С. 87–91.
6. Моги, К. Предсказание землетрясений / К. Моги. – М.: Наука, 1988. – 382 с.
7. Николаевский, В.Н. Катаклизическое разрушение пород земной коры и аномалии геофизических полей / В.Н. Николаевский // Физика Земли. – 1996. – №4. – С. 41–50.
8. Садовский, М.А. Деформирование геофизической среды и сейсмический процесс / М.А. Садовский, Л.Г. Болховитинов, В.Ф. Писаренко. – М.: Наука, 1995. – 100 с.
9. Сидорин, А.Я. Зависимость времени проявления предвестников от эпицентрального расстояния / А.Я. Сидорин // Доклады АН СССР. – 1970. – Т. 245. – № 4. – С. 825–828.
10. Соболев, Г.А. Основы прогноза землетрясений / Г.А. Соболев. – М.: Наука, 1993. – 313 с.
11. Трапезников, Ю.А. Вопросы пространственно-временного распределения землетрясений и их предвестников. Проявления геодинамических процессов в геофизических полях / Ю.А. Трапезников. – М.: Наука, 1993. – С. 139–150.
12. Bak P., Tang C. Earthquakes as self-organized critical phenomenon // J. Geophys. Res. 1989. V. 94. №11. P. 15635–15640.
13. Burridge R. Knopoff L. Model and theoretical seismicity // Seism. Soc. Am. Bull. 1967. V. 57. P. 241–347.
14. Fermi E., Pasta J., Ulam S. Studies of non-linear problems. Los Alamos Report LA-1940 (1955). In collected papers of Enrico Fermi. Ed. Segre. University of Chicago. Chicago. 1965. V. 2. P. 978–988.
15. Mogi K. Two kinds of seismic gaps // Pure and Appl. Geophys. 1979. V. 117. P. 101–109.
16. Van den Broeck C. Parrondo J.M.R. Toral R. Noise-induced non-equilibrium phase transition. Phys.Rev. Lett. 1994. V. 73. №25. P. 3395–3398.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КАПИЛЛЯРНЫХ ЗАБОРНЫХ УСТРОЙСТВ ТОРОВОГО ТОПЛИВНОГО БАКА

А.В. КОРОЛЬКОВ, *проф. каф. прикладной математики МГУЛ, д-р физ.-мат. наук*,
 В.А. МЕНШИКОВ, *проф. НИИ КС ГКНПЦ им. М.В. Хруничева, д-р техн. наук*,
 И.С. ПАРТОЛА, *КБ «Салют» ГКНПЦ им. Хруничева*,
 В.Б. САПОЖНИКОВ, *проф., АНОО «УЦ «Остров», д-р. техн. наук*

Заборное устройство – внутрибаковое устройство, предназначенное для организации опорожнения топливного бака разгонного блока или ракеты-носителя с минимальными невыработываемыми остатками топлива и допустимым содержанием газовых включений в выходном потоке (несплошностью) [1].

Заборные устройства распределенного забора топлива обеспечивают сбор жидкого топлива на достаточно большом удалении от расходной магистрали. Широкое применение получили капиллярные заборные устройства, которые представляют собой систему каналов, разветвленную по топливному баку. В результате обеспечивается

постоянный контакт заборного устройства с жидким топливом. Удержание жидкости внутри канала и сепарация газовых включений из входного потока жидкости обеспечивается капиллярным перепадом давления на мелкоячеистой сетке, из которой изготовлен канал. Капиллярные заборные устройства (КЗУ) распределенного забора топлива нашли широкое применение в двигательных установках космических аппаратов и вспомогательных двигательных установках многоразовых транспортных кораблей (МТКК) [1, 4, 6].

Как известно, принцип действия КЗУ (рисунки) основан на использовании капиллярных сил для удержания жидкого топлива внутри

пористого коллектора при окончании выработки торового топливного бака. Пористость обеспечивает поступление жидких компонентов топлива в КЗУ через погруженную часть коллектора. В то же время капиллярный перепад давления препятствует прорыву газа в расходный трубопровод через участки КЗУ, оказавшиеся в газовой полости вследствие отклонения вектора тяги двигателя от продольной оси изделия.

В работе рассматриваются КЗУ постоянного и переменного по длине диаметра. Диаметр трубок уменьшается по мере удаления от выхода КЗУ. В результате снижается гидравлический перепад давления, приводящий к прорыву газа в полость КЗУ. Часть боковой поверхности КЗУ выполнена непроницаемой для жидкости.

Работу такого заборного устройства описывает система уравнений, связывающая функции состояния системы (скорость жидкости вдоль КЗУ w , скорость жидкости через боковую стенку КЗУ v , давление в полости КЗУ p), физические свойства жидкости и КПСМ и конструктивные параметры схемы (рисунок).

При этом вводятся следующие допущения [7, 8]:

– прорыв газа в полость КЗУ не останавливает выработку жидкости из бака, жидкость

продолжает поступать в расходный трубопровод в составе газо-жидкостной смеси;

– суммарный секундный расход жидкости и газа через выходное сечение КЗУ есть постоянная по времени величина, не зависящая от функций состояния системы (в двигательных установках ракет-носителей и разгонных блоков он определяется параметрами турбонасосного агрегата (ТНА) маршевого двигателя);

– движение жидкости и газа происходит только по направлению из бака в полость КЗУ;

– течение жидкости через пористую стенку КЗУ КПСМ происходит по нормали к стенке, в результате отсутствует вязкое трение на внутренней поверхности пористой трубы в зонах КПСМ, прозрачных для жидкости;

– краевой угол смачивания жидкостью КПСМ равен $\theta = 0^\circ$ (возможность данного допущения обусловлена тем, что в модели будет использовано не фактическое значение размера ячейки пористой стенки, а его эффективное значение $d_{экв}$, определяемое на основе экспериментальных данных по величине капиллярной удерживающей способности (КУС) конкретного материала);

– течение в трубе стационарное, одномерное, изотермическое;

– фазовые переходы в системе отсутствуют.

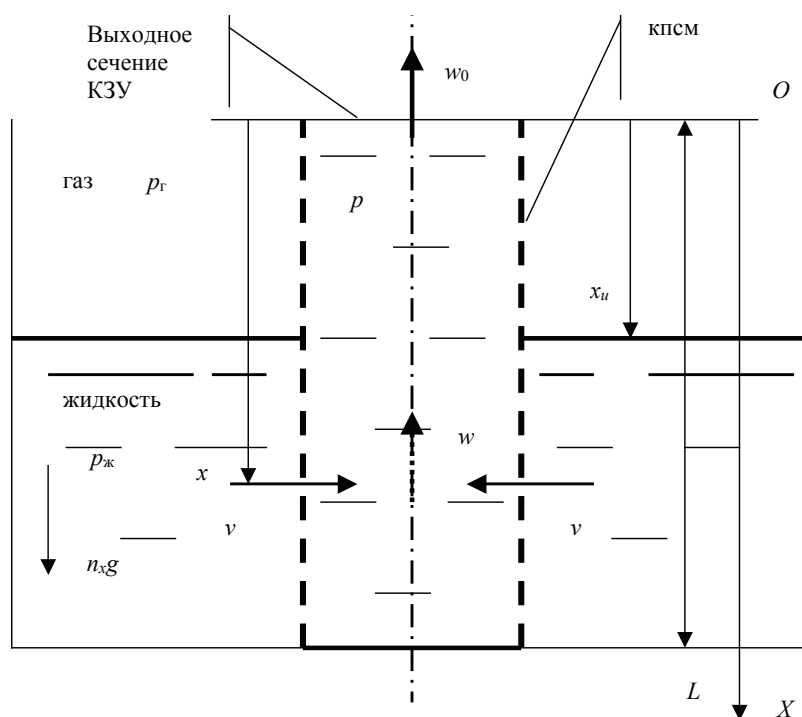


Рисунок. Принцип действия КЗУ и расчетная схема [7, 8]: x – продольная координата, м; L – длина КЗУ, м; x_u – текущая координата уровня жидкости, м; $n_x g$ – действующее ускорение, м/с²; v – скорость жидкости через боковую стенку КЗУ, м/с; w – скорость жидкости вдоль КЗУ, м/с; w_0 – скорость жидкости в выходном сечении КЗУ, м/с; p – давление в полости КЗУ, Па; p_r – давление в газовой полости бака КЗУ, Па; $p_ж$ – давление в жидкостной полости бака, Па

Указанные допущения позволяют записать для расчетной схемы (рисунок) базовую систему обыкновенных дифференциальных уравнений сохранения импульса (количества движения) и массы жидкости, проходящей по трубе (неразрывности) [7, 8]. Допущение об отсутствии фазовых переходов в системе и изотермическом протекании процесса исключают из рассмотрения уравнение сохранения энергии в термодинамической форме. Уравнение сохранения импульса (количества движения) в проекциях на ось Ox имеет вид

$$\rho S dx \frac{dw}{dt} = n_x g \rho S dx - dp S - \alpha(x) \lambda \frac{dx}{D} \frac{\rho w^2}{2} S \operatorname{sgn}(w), \quad (1)$$

где x – продольная координата, м;

t – текущее время, с;

ρ – плотность жидкости, кг/м³;

S – площадь сечения трубы, м²;

w – скорость жидкости вдоль КЗУ, м/с;

$n_x g$ – действующее ускорение, м/с²;

p – давление в полости КЗУ, Па;

$\alpha = \alpha(x)$ – отношение площади непроницаемой для жидкости части поверхности участка КЗУ к полной площади боковой поверхности этого участка («перекрытие» поверхности);

λ – коэффициент трения на внутренней поверхности КЗУ;

D – внутренний диаметр КЗУ, м.

Введение функции $\operatorname{sgn}(w)$ в уравнение (1) отражает факт противоположной направленности силы трения и скорости жидкости. Разделив обе части равенства (2.2) на $\rho S dx$, получим с учетом $w = dx / dt$

$$w \frac{dw}{dx} = n_x g - \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} - \alpha(x) \lambda \left(\operatorname{Re}_{\text{тр}} \right) \frac{w^2}{2D} \operatorname{sgn}(w), \quad (2)$$

где $\operatorname{Re}_{\text{тр}} = wD / \mu$ – число Рейнольдса для течения внутри трубы;

μ – кинематическая вязкость жидкости, м²/с.

Уравнение сохранения массы (неразрывности) для течения через пористую стенку в сечении с координатой x (рисунок) имеет вид:

$$\rho v \pi D (1 - \alpha(x)) dx = \rho dw \frac{\pi D^2}{4}, \quad (3)$$

где v – скорость жидкости через боковую стенку КЗУ, м/с.

После сокращений получим

$$\frac{dw}{dx} = (1 - \alpha(x)) \frac{4v}{D}, \quad (4)$$

Система уравнений (2), (4) замыкается уравнением связи давления внутри трубы со скоростью движения жидкости через пористую стенку $p = f(v)$ и геометрическим соотношением для $\alpha(x)$.

Потери давления при проходе жидкости через пористую стенку трубы снаружи внутрь могут быть описаны зависимостью [3]

$$p_{\text{жс}} - p = \xi(v) \frac{\rho v^2}{2}, \quad (5)$$

где $p_{\text{жс}}$ – давление в жидкостной полости бака, Па;

$\xi(v)$ – коэффициент местного гидравлического сопротивления пористой стенки трубы с учетом поворота жидкости в трубе на 90° и изменения скорости жидкости от v до w .

Величина коэффициента местного гидравлического сопротивления определяется известной эмпирической формулой [1, 3]

$$\xi(v) = A + \frac{B}{\operatorname{Re}_{\text{п}}}, \quad (6)$$

где $\operatorname{Re}_{\text{п}} = v d_{\text{экв}} / \mu$ – число Рейнольдса для течения через пористую стенку;

$d_{\text{экв}}$ – эквивалентный диаметр капиллярной ячейки КПСМ, м;

A, B – эмпирические параметры пористой стенки.

Давление в жидкостной полости бака $p_{\text{жс}}$ определяется давлением в газовой полости бака и координатой (глубиной погружения) текущего сечения КЗУ

$$p_{\text{жс}} = p_{\text{г}} + \rho n_x g (x - x_u), \quad (7)$$

где $p_{\text{г}}$ – давление в газовой полости бака КЗУ, Па;

x_u – текущая координата уровня жидкости, м.

Подставляя (6) и (7) в (5), получим с учетом предположения о движении жидкости только по направлению из бака в полость КЗУ

$$\begin{cases} v \Leftarrow p = p_{\text{г}} + \rho n_x g (x - x_u) - \left(A + \frac{B}{\operatorname{Re}_{\text{п}}} \right) \frac{\rho v^2}{2}, \\ v = 0, \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq x_u \\ x < x_u \end{cases} \quad (8)$$

Контакт стенок трубы с жидкостью в формализованном виде может быть описан функцией $\alpha = \alpha(x)$

$$\begin{cases} \alpha(x) = 1, & x < x_u \\ \alpha(x) = \frac{S_{\text{непр}}}{S_{\text{бок}}}, & x \geq x_u \end{cases}, \quad (9)$$

где $\alpha(x)$ – отношение площади непроницаемой для жидкости части поверхности участка

КЗУ к полной площади боковой поверхности этого участка («перекрытие» поверхности);

$S_{бок}$ – площадь боковой поверхности КЗУ, погруженной в жидкость, м²;

$S_{неп}$ – площадь боковой поверхности КЗУ, непроницаемой для жидкости, м².

Система обыкновенных дифференциальных уравнений (2) и (4), замкнутая уравнениями связи (8) и (9), с учетом (6) может быть решена известными численными методами после задания граничных условий. Решение должно проводиться для каждого значения текущей координаты уровня жидкости x_u .

Граничные условия (условия однозначности) для системы (2), (4) могут быть представлены в виде:

$$w|_{x=0} = w_0; w|_{x=L} = 0, \quad (10)$$

где w_0 – скорость жидкости в выходном сечении КЗУ, м/с:

$$w_0 = \frac{\dot{Q}}{\pi D^2 / 4}, \quad (11)$$

где \dot{Q} – объемный секундный расход через выходное сечение КЗУ, м³/с.

Рассмотрим изменение базовой системы дифференциальных уравнений после прорыва газа в полость КЗУ.

Условие прорыва газа в полость КЗУ имеет вид [1]

$$p_2 - p = \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \cos \vartheta, \quad (12)$$

где σ – коэффициент поверхностного натяжения на границе раздела «жидкость-газ», Н/м;

p_2 – давление в баке, Па;

p – давление в полости КЗУ, Па;

R_1, R_2 – капиллярные радиусы ячейки пористой стенки (поры КПСМ), м;

ϑ – угол смачивания (краевой угол).

Сложная пространственная структура КПСМ делает необходимым использование не фактических значений размера капиллярных радиусов ячейки пористой стенки R_1, R_2 , а эффективное значение ее эквивалентного диаметра $d_{экр}$, определяемого на основе экспериментальных данных по величине капиллярной удерживающей способности (КУС) $\Delta p_{кус}$ конкретного материала. При этом возможно положить, что краевой угол смачивания жидкостью КПСМ равен $\vartheta = 0^\circ$

$$p_2 - p = 4\sigma / d_{экр} = \Delta p_{кус}. \quad (13)$$

Если пренебречь массой газа, поступающего в полость КЗУ через не погруженную в жидкость поверхность, уравнения сохранения количества движения (2) и неразрывности (4) и уравнения связи (8) и (9) не претерпевают изменений после прорыва газа в полость КЗУ. Подстановка (4) в (2) и разрешение последнего относительно производной давления по координате dp/dx позволяет определить место прорыва газа в КЗУ

$$\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} = n_x g - w(1 - \alpha(x)) \frac{4v}{D} - \alpha(x) \lambda \left(\text{Re}_{тр} \right) \frac{w^2}{2D} \text{sgn}(w). \quad (14)$$

Из уравнения (14) следует, что производная давления по координате dp/dx является положительной величиной ($w < 0$), следовательно, давление p – монотонно возрастающая функция. Это означает, что минимальное значение давления p и максимальное значение перепада давления между полостями бака и КЗУ соответствует значению координаты $x = 0$. Таким образом, прорыв газа происходит в районе выходного сечения КЗУ.

После прорыва газа на выходе КЗУ устанавливается давление, определяемое капиллярной удерживающей способностью КЗУ

$$p_0 = p_2 - (4\sigma / d_{экр}), \quad (15)$$

Следовательно, граничные условия (условия однозначности) для системы (2), (4) после прорыва газа в полость КЗУ могут быть представлены в виде

$$p|_{x=0} = p_2 - (4\sigma / d_{экр}); w|_{x=L} = 0, \quad (16)$$

Постоянная во времени величина давления в выходном сечении КЗУ позволяет (с учетом (5)) сделать вывод: объемный расход жидкости из бака снижается пропорционально величине площади погруженной поверхности КЗУ ($v \approx \text{const}$). Кроме того, сделано предположение (см. п.1), что суммарный секундный расход жидкости и газа через выходное сечение КЗУ есть постоянная по времени величина, не зависящая от функций состояния системы.

Таким образом, возможно определить секундный объемный расход газа через выходное сечение КЗУ

$$\dot{Q}_г = \dot{Q} - w|_{x=0} \cdot \frac{\pi D^2}{4}, \quad (17)$$

При этом относительное газосодержание β равно

$$\beta = \frac{\dot{Q}_г}{\dot{Q}}. \quad (18)$$

Для анализа подобия натурального и модельного процессов функционирования КЗУ и определения критериев подобия базовая система, состоящая из уравнения сохранения количества движения (2), уравнения неразрывности (4) и уравнений связи (8) и (9), приводится к безразмерному виду. Для этого используем следующие безразмерные переменные, константы и критерии подобия

$$\bar{x} = \frac{x}{L}; \bar{w} = \frac{w}{w_0}; \bar{p} = \frac{pd_{экг}}{\sigma};$$

$$We = \frac{\rho w_0^2 d_{экг}}{\sigma}; Fr = \frac{w_0^2}{n_x g D}; Bo = \frac{cn g d_{экг} L}{y};$$

$$\bar{D} = \frac{D}{L}; \bar{x}_u = \frac{\bar{x}_u}{L}; \bar{p}_c = \frac{p_c d_{экг}}{\sigma}; \bar{Q} = \frac{\dot{Q}}{w_0^2 \cdot p D^2 / 4}.$$

где w_0 – абсолютная величина скорости жидкости в выходном сечении КЗУ до прорыва газа в полость КЗУ, м/с;

L – длина КЗУ, м;

D – диаметр выходного сечения КЗУ, м.

После подстановок получим следующую систему уравнений

$$\bar{w} \frac{d\bar{w}}{d\bar{x}} = \frac{1}{Fr} \cdot \frac{1}{\bar{D}} - \frac{d\bar{p}}{d\bar{x}} - \alpha(\bar{x}) \lambda (\text{Re}_{\text{тр}}) \frac{\bar{w}^2}{\bar{D}} We \text{sgn}(\bar{w}), \quad (19)$$

$$\frac{d\bar{w}}{d\bar{x}} = (1 - \alpha(\bar{x})) \frac{4\bar{v}}{\bar{D}}, \quad (20)$$

$$\begin{cases} \bar{v} \Leftarrow \bar{p} = \bar{p}_c + Bo(\bar{x} - \bar{x}_u) - \left(A + \frac{B}{\text{Re}_n} \right) We \frac{\bar{v}^2}{2}, \\ \bar{v} = 0, \end{cases}$$

$$\begin{cases} \bar{x} \geq \bar{x}_u \\ \bar{x} < \bar{x}_u \end{cases} \quad (21)$$

$$\begin{cases} \alpha(\bar{x}) = 1, & \bar{x} < \bar{x}_u \\ \alpha(\bar{x}) = \frac{S_{\text{неп}}}{S_{\text{бок}}}, & \bar{x} \geq \bar{x}_u \end{cases} \quad (22)$$

$$\beta = 1 - \bar{w}|_{\bar{x}=0}. \quad (23)$$

Система уравнений (19)–(23) решается для следующих граничных условий (условий однозначности)

– до прорыва газа в КЗУ:

$$\bar{w}|_{\bar{x}=0} = 1, \bar{w}|_{\bar{x}=1} = 0 \Leftarrow \bar{p}|_{\bar{x}=0} > \bar{p}_r - 4;$$

– после прорыва газа в КЗУ:

$$\bar{p}|_{\bar{x}=0} = \bar{p}_r - 4, \bar{w}|_{\bar{x}=1} = 0 \Leftarrow \bar{p}|_{\bar{x}=0} \leq \bar{p}_r - 4. \quad (24)$$

Из вышесказанного следует, что для обеспечения физического подобия натурального и модельного процессов функционирования КЗУ и

определения параметров опорожнения ДТБ путем модельных испытаний необходимо, в общем случае, соблюдение равенства для них следующих критериев подобия:

1. Число Вебера:

$$We = \frac{\rho w_0^2 d_{экг}}{\sigma}.$$

2. Число Фруда:

$$Fr = \frac{w_0^2}{n_x g D_0}.$$

3. Число Бонда:

$$Bo = \frac{cn_x g d_{экг} L}{y}.$$

4. Число Рейнольдса для течения внутри трубы:

$$\text{Re}_{\text{тр}} = \frac{w_0 D}{\mu}.$$

5. Число Рейнольдса для течения через пористую стенку:

$$\text{Re}_{\text{п}} = \frac{v d_{экг}}{\mu}.$$

6. Геометрическое подобие натурального бака и модели.

В результате анализа современного состояния проектирования, отработки и эксплуатации заборных устройств торových топливных баков использование капиллярных заборных устройств (КЗУ) признано наиболее оптимальным с функциональной и технологической точек зрения. Предложен метод проектирования КЗУ торového топливного бака, основанный на расчетно-экспериментальном определении параметров. Предлагаемый метод применен при разработке КЗУ дополнительных торových топливных баков (ДТБ) разгонного блока (РБ) «Бриз-М» [6].

Проведены испытания геометрически подобных моделей торového топливного бака РБ «Бриз-М», в результате которых определены эмпирические коэффициенты содержания газа в расходном трубопроводе и влияния вибрации. Кроме того, выполнен расчет проектных значений невыработываемых остатков жидкого топлива в баке и параметров газожидкостной смеси в конце опорожнения бака с учетом этих эмпирических коэффициентов.

Разработанный метод проектирования и лабораторно-стендовой отработки КЗУ торových топливных баков РБ и верхних ступеней РН подтвержден успешной летной эксплуатацией КЗУ ДТБ разгонного блока «Бриз-М» (по состоянию на конец

2005 года – 13 успешных запусков). Данные телеметрических измерений подтверждают работоспособность и параметры КЗУ в условиях полета РБ.

Библиографический список

1. Полухин, Д.А. Отработка пневмогидросистем двигательных установок ракет-носителей и космических аппаратов с ЖРД / Д.А. Полухин, В.М. Орещенко, В.А. Морозов, – М.: Машиностроение, 1987.
2. Варгафтик, Н.Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей / Н.Б. Варгафтик. – М.: Наука, 1972.
3. Идельчик, И.Е. Справочник по гидравлическим сопротивлениям / И.Е. Идельчик. – М.: Машиностроение, 1975.
4. Капиллярные системы отбора жидкости из баков космических летательных аппаратов / Под ред. В.М. Поляева. – М.: Учеб.-науч. произв. центр «Энергомаш», 1997.
5. Большаков, В.А. Средства обеспечения сплошности жидких компонентов топлива в системе питания РБ «Бриз-М» с дополнительным (сбрасываемым) топливным баком / В.А. Большаков, Ю.М. Новиков, И.С. Партола // XXXIV научные чтения, посвященные разработке научного наследия и развитию идей К.Э. Циолковского, РАН, Государственный музей истории космонавтики им. К.Э. Циолковского, 1999.
6. Партола, И.С. Результаты проектирования и отработки капиллярных заборных устройств торового топливного бака РБ «Бриз-М» / И.С. Партола // Первая международная научно-техническая конференция «Аэрокосмические технологии», посвященная 90-летию со дня рождения академика В.Н. Челомея, МГТУ им. Н.Э. Баумана, НПО «Машиностроение», 2004.
7. Корольков, А.В. Развитие идей профессора В.М. Поляева по применению пористо-сетчатых материалов для внутрибаковых устройств, обеспечивающих многократный запуск ЖРД космических аппаратов и разгонных блоков в условиях свободного и возмущенного орбитального и суборбитального полета / А.В. Корольков, В.А. Меньшиков, И.С. Партола и др.: Труды Всероссийской научно-технической конференции «Ракетно-космические двигательные установки», посвященной 80-летию со дня рождения заслуженных деятелей науки и техники РФ, лауреатов Государственной премии СССР, д.т.н., профессоров Кудрявцева В.М. и Поляева В.М.» – М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2005.
8. Корольков, А.В. Динамика границы раздела сред в частично заполненном осесимметричном сосуде в условиях, близких к невесомости / А.В. Корольков, И.С. Партола, В.Б. Сапожников // Тезисы докладов XI чтений, посвященных разработке научного наследия и развитию идей К.Э. Циолковского – Калуга, 2005.

ОБ ИЗМЕНЕНИИ НЕКОТОРЫХ ФИЗИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ВОДЫ В МОМЕНТЫ, БЛИЗКИЕ ВОСХОДУ СОЛНЦА

Ю.В. ВОЛКОВ, *биологический факультет МГУ*

Вода играет огромную роль в геофизических процессах. Поэтому изучение ее свойств и их изменений представляет большой практический и теоретический интерес. Нами проведены исследования таких физических характеристик воды, как вязкость и текучесть в зависимости от времени вблизи рассвета и на восходе Солнца в некоторые отобранные нами дни. Описание методики измерений, а также результаты и некоторые выводы приводятся в настоящей работе.

Экспериментальная установка

Ранее для поиска и регистрации солнечных проникающих частиц (аксионов) предлагалась установка с резервуаром, заполненным H_2 и He , помещенным в сильное магнитное поле для регистрации фотонов от конверсии аксионов [1, С. 342]. Эти опыты, однако, не были успешными, что связано, на наш взгляд, с неправильным выбором рабочей среды и метода регистрации. В наших опытах использовался резервуар в форме небольшого цилиндра, наполненный водой. Как предполагалось, в результате конверсии на молекулярных диполях изменится тонкая струк-

тура воды и произойдут изменения физических свойств, в частности текучесть. Наблюдая, как меняется текучесть (или вязкость) воды в моменты времени, близкие к рассвету и восходу Солнца, можно обнаружить эффекты проникающего излучения.

Чтобы измерить структурную вязкость воды, использован метод протекания ее через тонкую капиллярную трубку. Вода вытекала из резервуара под действием собственного веса. По времени вытекания 1 мл воды определялась вязкость. В случае относительных измерений (как у нас) само время вытекания, выявленное с помощью электронного хронометра (точность 0,01 сек), является показателем текучести воды. За эталон принималась текучесть дистиллированной воды при комнатной температуре. Резервуар представлял собой цилиндр из прозрачного материала, поставленный вертикально и имеющий на стенке шкалу с делениями для измерения количества уходящей через капилляр жидкости. Диаметр цилиндра 10 мм, а его длина 50 мм. Длина капиллярной трубки 40 мм, а диаметр отверстия в капилляре подобран таким, чтобы 1 мл дистил-

лированной воды проходил через него за «стандартное» время 100 сек. Дистиллят использовался только для калибровки, а в опытах применялась обыкновенная московская водопроводная вода.

В качестве источника магнитного поля использовался земной магнетизм. Дополнительные магниты не ставились.

Планирование времени проведения эксперимента

Очень важным для данного эксперимента является выбор момента времени. Время, предшествующее рассвету и восходу Солнца, является оптимальным для использования Земли как естественного экрана для проникающего излучения Солнца, идущего на Землю. По мере наступления рассвета и восхода светила экранирующее влияние земных толщ сменяется относительно слабым экраном воздушной оболочки. Последовательные измерения вязкости воды, выполненные в закрытом помещении через каждые 5 мин, дают представление о кинетике влияния некоторого солнечного фактора на свойство текучести воды.

Несколько сложнее выглядит объяснение выбора подходящих дней. Мы предполагали, что источник данного излучения Солнца имеет аксиальную симметрию и достаточно узкую направленность луча. Поэтому повторные измерения данного

фактора возможны через 27 дней (или близкого к этому значению). Обнаружить этот периодически или почти периодически повторяющийся фактор можно было только с помощью мониторинга, что и было предварительно проделано.

Исходя из указанного было спланировано проведение измерения текучести воды на расвете 9.04.2006 г., 2.06.2006 г. и 28.06.2006 г. Для сравнения можно выбрать любой из дней, не укладывающийся в данный цикл.

Результаты экспериментов и их обсуждение

На рисунке. а, б, в представлены результаты измерений текучести (вязкости) московской водопроводной воды, выполненные по описанной выше методике в указанные дни. На графиках по горизонтали откладывается условный порядковый номер измерения, выполнявшегося с интервалом 5 мин, а по вертикали отложено время вытекания 1 мл воды через капилляр за вычетом стандартного времени для дистиллята 100 сек. Таким образом, столбик на гистограмме высотой 20 означает, что 1 мл воды прошел под влиянием своего веса через капилляр за время 120 сек. Это характеризует также величину вязкости в 120 % по сравнению с вязкостью дистиллята, равной 100 %. Текучесть, как известно, есть величина, обратная вязкости.

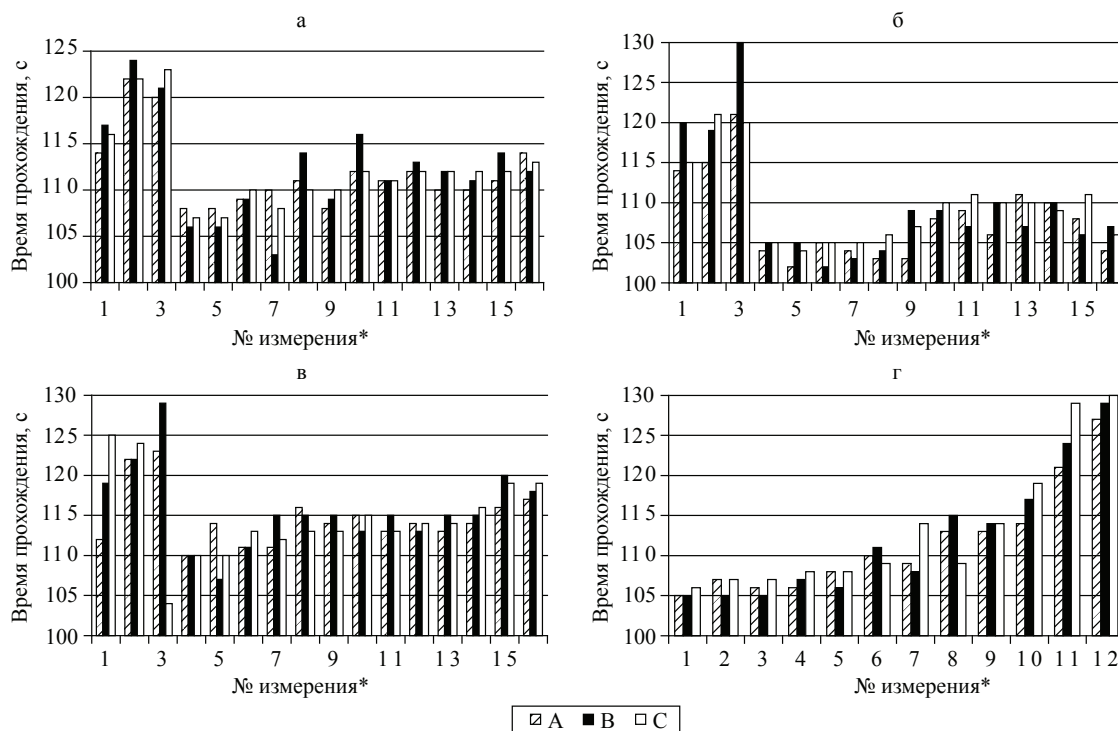


Рисунок. Измерение вязкости воды при прохождении 1 мл воды через тонкий капилляр: а – 2.06.2006 г., с 4 ч 00 мин; б – 9.04.2006 г. с 5 ч 30 мин; в – 28.06.2006 г. с 4 ч 00 мин; г – 30.06.2006 г., с 4 ч 00 мин.
* Измерения проводились в группах А + В + С. Интервал между группами 15 мин

На рисунке б приведены данные измерений времени протекания 1 мл воды через капилляр в зависимости от номера измерения. Измерения начаты в 5.30 утра и проводились каждые 5 мин (каждая группа А + В + С составляет четверть часа). Точность секундомера 0,01 с, хотя, как выяснилось, такая точность не требуется – она избыточна. Данные 9.04.2006 г. В момент времени (время летнее, московское) 6.10 утра «время вытекания» достигло максимума 130 с, а в 6.15 утра оно составляло 120 с. После этого в момент времени 6.20 утра произошло падение вязкости – «время вытекания» сократилось до величины 104 с. В дальнейшем время прохождения через капилляр было минимальным. В конце измерений наметился небольшой рост вязкости – «время вытекания» стало 110 с. Все равно это на 20 с меньше, чем в максимуме.

На рисунке а имеет место аналогичная картина для результатов измерений 2.06.2006 г. Начало измерений 4.00 утра. (Измерения идут через интервалы 5 мин, каждые 30 мин вода из водопровода заново наливается в отдельную емкость, а затем в измерительную емкость цилиндра). В этом случае в момент времени между 4.40 и 4.45 утра произошел резкий спад «времени прохождения» (1 мл) через капиллярную трубку, с 123 с до 108 с. Это свидетельствовало о появлении какого-то внешнего (так как остальные параметры опыта не менялись) фактора, уменьшающего вязкость или увеличивающего текучесть воды. Как и в первом случае, к концу опыта наметилась тенденция к новому росту «времени прохождения», но этот рост не достиг прежних значений (как и в первом опыте). Отметим, что разница в днях между 9.04.2006 и 2.06.2006 гг. кратна величине 27 дней.

Еще один график (рисунок в) выполнен через 26 дней, т.е. 28.06.2006 г. Здесь начало измерений 4.00 утра. В момент времени 4.40 происходит спад от величины 129 (предыдущее измерение) до величины 104 с, указывая на резкое падение вязкости воды в этот момент. Дальнейшее поведение графика также типичное – намечается рост, который однако не восстанавливает прежних величин «времени протекания» (жидкости через капиллярную трубку), т.е. прежних значений вязкости.

На графике рисунка г, полученном 30.06.2006 г. по той же методике, показаны «время прохождения», начиная с 4.00 утра также с

интервалом 5 мин. Однако характер этого графика совершенно отличен от предыдущих – в нем нет резкого обрыва в 4–5 час. утра, но лишь наблюдается постепенный рост вязкости или же уменьшение текучести воды.

Приведенные графики «избыточного времени протекания 1 мл жидкости по отношению к эталонному 100 с» являются типическими для «особых» дней, (а последний в какой-то мере может быть «типическим» для дней «обычных»). Их сходство по характеру поведения говорит о том, что это не случайное совпадение, а должен быть некий физический фактор, который вызывает повышение текучести воды в указанные предрасветные моменты времени.

Этот феномен не единичен и может быть предсказан на основе почти периодических свойств явления, а также он может быть зарегистрирован с помощью мониторинга вязких свойств обыкновенной воды. Представляют большой интерес попытки открыть подобные действия на воду излучений, полученных в лабораторных условиях, т.к. это позволит понять и объяснить факты, наблюдаемые в эксперименте с солнечным фактором.

Некоторые выводы и заключение

Результаты приведенных экспериментов по влиянию внешнего фактора на свойства текучести воды можно легко повторить, поскольку не надо пользоваться уникальным оборудованием (вискозиметр – легко доступный и легко изготавливаемый прибор). Нужно лишь обладать терпением, чтобы проводить мониторинг, и то на первом этапе, в дальнейшем такую работу может выполнять компьютер.

Как представляется, такие исследования весьма важны с практической точки зрения, поскольку резкие (до 20–30 %) изменения текучести грунтовых и литосферных вод могут сопровождаться изменениями реологических свойств вмещающих их горных пород и вести к активации или дезактивации сейсмических процессов на Земле. Дальнейшие исследования позволят раскрыть физическую природу данного фактора и использовать его на практике.

В настоящее время пока не остается ничего другого, как попытаться использовать те предсказания, которые были сделаны теоретиками, и попытки обнаружить те, которые экспериментально как «солнечное проникающее излучение»

[1] уже предпринимались. Однако совершенно ясно, что окончательно природа данного фактора, действующего на воду, будет выяснена тогда, когда лабораторные установки позволят не только регистрировать, но и создавать это «проникающее излучение».

Проведенное в настоящей работе экспериментальное исследование вязких свойств воды в предрассветное утреннее время и полученные результаты позволяют сделать выводы:

1. Существуют некоторые («особые») дни, в которые вода в утреннее время внезапно увеличивает свои свойства текучести через капиллярную трубку.

2. Путем организованного мониторинга показано, что такие «особые» дни следуют с интервалами 27 или 26 дней, обнаруживая тем

самым дополнительно солнечную природу исследуемого фактора.

3. Изменение вязкости во время «скачка» составляет около 20 – 30 %, т.е. довольно значительно, и в связи с этим может оказывать заметное влияние на некоторые геофизические (в частности сейсмические) процессы.

4. В настоящее время физическая природа действующего фактора достоверно не установлена. Автором предполагается, что она соответствует уже известной теории аксиальных частиц, т.к. свойства, предсказываемые теорией, оказываются подходящими [1].

Библиографический список

1. Клапдор – Клайнротхаус, Г.В. Астрофизика элементарных частиц / Г.В. Клапдор – Клайнротхаус, К. Цюбер. – М.: «Ред.журн.УФН», 2000. – 495 с.

КАЧЕСТВО ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ОПТОЭЛЕКТРОННОГО АТМОСФЕРНОГО КАНАЛА ПЕРЕДАЧИ ИНФОРМАЦИИ В ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СЕТЯХ

В.П. ДМИТРИЕВ, *проф. каф. ВСиС МИЭМ, д-р техн. наук,*

А.В. БЛЮМИН, *ст. науч. сотр. ИППИ РАН,*

Л.Ю. МЕРЗЛОВ, *информационно-аналитический отдел ФГУ КМЦЛ Росздравнадзора,*

А.Т. НУРУЛЛАЕВ, *руководитель группы ООО «Аргуссофт Интернешнл»,*

П.А. БОБОВИЧ, *программист ООО «Спектр»,*

И.В. КОРШУНОВ, *заместитель генерального директора ЗАО НПО «Рапира»,*

Р.Г. БАРЛЫБАЕВ *аспирант МИЭМ*

Рост спроса на широкополосные услуги требует внедрения прогрессивных сетевых технологий. Одним из механизмов предоставления информации является применение беспроводных систем. В современном мире о беспроводных сетях сказано уже столько, что удивить чем-то действительно новым, пожалуй, невозможно. И все же об одном аспекте сетей говорят реже всего – использование в качестве носителя информации оптического излучения, а среды передачи открытых каналов – атмосферы. В настоящее время существует две области применения беспроводной инфракрасной технологии связи:

– связь «точка-точка» между кабельными системами (компьютерными и телефонными сетями), находящимися в разных зданиях (расстояния до 10 км);

– связь между приборами внутри одного помещения (беспроводные LAN, связь между компьютерами и периферией и пр.).

Важными достоинствами инфракрасных (ИК) технологий беспроводной связи по отношению к радиосвязи являются:

– практически полная неподверженность электромагнитным помехам;

– высокая защищенность канала связи от несанкционированного доступа.

Эти достоинства позволяют значительно увеличить пропускную способность канала связи за счет отсутствия повторной передачи пакетов данных, как в радиоканалах, при возникновении коллизий сигналов от нескольких источников излучений. В случае несоблюдения электромагнитной совместимости при установке радиоустройств работа сети, построенной на данном принципе, может полностью парализоваться.

Конструктивно линия связи инфракрасного диапазона представляет собой два одинаковых блока, находящихся в климатических защитных кожухах для установки вне помещений. В каж-

дом блоке находятся приемник и передатчик. Передатчик представляет собой излучатель на основе импульсного полупроводникового лазерного диода (иногда обычного светодиода). Приемник в большинстве случаев имеет в основе скоростной p-i-n-фотодиод или лавинный фотодиод.

И приемник, и передатчик снабжены мощными объективами, благодаря чему луч обладает малым углом расходимости. Передаваемая информация кодируется короткими импульсами излучения. Приемопередатчики осуществляют двустороннюю связь, то есть два параллельных луча распространяются в противоположных направлениях от передатчиков к приемникам.

Передача и прием в каждом приеме-передающем блоке осуществляются одновременно и независимо. Излучение происходит в ближнем инфракрасном диапазоне (длина волны от 780 до 950 нм в зависимости от конкретной модели). Атмосферная оптическая связь осуществляется аналогично связи по оптическому волокну, отличаясь лишь средой распространения луча.

Одним из основных факторов, определяющих возможность применения ОАК, является качество и устойчивость связи при воздействии помех различного происхождения как естественного, так и искусственного, в частности снега, тумана, дыма и других явлений, снижающих прозрачность атмосферы.

Анализ экспериментальных данных показал следующее. В условиях отсутствия факторов, снижающих прозрачность атмосферы, вероятность ошибки передачи составляет в зависимости от модели ОАК от 10^{-8} до 10^{-9} . При постепенном ухудшении погодных условий или задымлении воздуха вероятность ошибки передачи плавно растет до 10^{-6} , а затем происходит резкое увеличение вероятности ошибки и связь рвется (это относится к случаям, когда расстояние между приемо-передающими блоками составляет несколько километров). После улучшения атмосферных условий связь восстанавливается.

Таким образом, характеристикой воздействия атмосферы на связь можно считать средний процент нерабочего времени, то есть периода, в течение которого связь отсутствовала. В частности, для линии, рассчитанной на дальность связи 3 км и при длине волны излучателя 820 нм, влияние естественных помех практически не ощущается, то есть линия функционирует при любых погодных условиях. С увеличением расстояния

возрастают помехи, и на дальности 10 км неблагоприятные для связи условия наблюдаются в течение срока, длительность которого составляет 1,5–2 % от общего времени работы за год. Причем снегопад является виновником отсутствия связи в половине всех случаев, на долю тумана приходится 30 % и дыма – 20 %.

Из приведенных данных в [1] можно извлечь следующую полезную информацию об оптических свойствах атмосферы на широте Москвы:

1. В течение 99 % времени затухание β в атмосфере для $\lambda=0,63-1,06$ мкм не превышает 18 дБ/км, т.е.

$$P_{\text{пр}}(\beta = 0) / P_{\text{пр}}(\beta = 18) = 63 \text{ (при } L = 1 \text{ km);}$$

$$P_{\text{пр}}(\beta = 0) / P_{\text{пр}}(\beta = 36) = 4 \times 10^3 \text{ (при } L = 2 \text{ km)}$$

2. В течение 95 % времени года β не превышает 7,5 дБ/км, т.е.

$$P_{\text{пр}}(\beta = 0) / P_{\text{пр}}(\beta = 7,5) = 5,6 \text{ (при } L = 1 \text{ km);}$$

$$P_{\text{пр}}(\beta = 0) / P_{\text{пр}}(\beta = 15) = 30 \text{ (при } L = 2 \text{ km)}$$

Эти данные позволяют оценить необходимый запас по уровню принимаемого сигнала, который обеспечит заданную «атмосферную» надежность связи ($P_{\text{атм}}$). За меру $P_{\text{атм}}$ разумно принять долю времени, в течение которого затухание в атмосфере не превышает заданной величины. В соответствии с вышеприведенными данными обозначим эту надежность как $P(0,99)$ и $P(0,95)$.

При чувствительности ФПУ 0,5 мкВт эти сигналы на входе ФПУ при длине трассы 2 км должны быть не менее

$$P_{\text{ФП}}^{0,99} = 0,5 \times 4000 = 2000 \text{ мкВт} = 2 \times 10^{-3} \text{ Вт,}$$

$$P_{\text{ФП}}^{0,95} = 0,5 \times 30 = 15 \text{ мкВт} = 1,5 \times 10^{-5} \text{ Вт,}$$

здесь $P_{\text{ФП}}^{0,99}$ и $P_{\text{ФП}}^{0,95}$ – мощность оптического сигнала, попадающего на линзу приемника, обеспечивающая соответственно 99 % и 95 % времени года уровень сигнала не ниже чувствительности ФПУ.

Рассчитаем необходимую мощность излучателя для 99 %, 95 %, минимальную мощность $P_{\text{ФП}}^{\text{МАКЕТ}}$ передатчика и реальную мощность, принимаемую в канале.

$$P_{\text{ИЗЛ}}^{0,99} = 2 \times 10^{-3} / 3,47 \times 10^{-6} = 576 \text{ Вт}$$

$$P_{\text{ИЗЛ}}^{0,95} = 1,5 \times 10^{-5} / 3,47 \times 10^{-6} = 4,32 \text{ Вт}$$

$$P_{\text{ИЗЛ}}^{\text{МИН}} = 5 \times 10^{-7} / 3,47 \times 10^{-6} = 0,144 \text{ Вт}$$

$$P_{\text{ИЗЛ}}^{\text{МАКЕТ}} = 3,47 \times 10^{-6} \times 1,5 \times 4,5 \times 0,3 = 7,02 \times 10^{-6} \text{ Вт}$$

Вероятно, самым главным недостатком беспроводной оптической связи является небольшая дальность. Так, при сохранении конкурентоспособной цены (по сравнению с другими методами) можно организовать высокоскоростную связь

(от нескольких единиц до нескольких десятков мегабит в секунду) на расстоянии, не превышающем 1–2 км. А при попытке увеличить дальность связи возникают сложности. Рассмотрим их подробно,

- уменьшив пороговую чувствительность приемника;
- увеличив пиковую мощность излучения;
- увеличив диаметр линзы приемника;
- уменьшив коэффициент потерь в атмосфере;
- уменьшив угол расходимости излучения.

Пороговая мощность приемника является характеристикой фотоприемного устройства и напрямую зависит от современного состояния элементной базы.

Увеличение пиковой мощности приводит к увеличению средней мощности излучения, что грозит двумя неприятными последствиями:

- если средняя мощность излучения превысит 50 мВт, то неизбежна сертификация оборудования, а также получение разрешения уполномоченных органов.
- при увеличении средней мощности излучения повышается тепловыделение диода, в результате чего излучатель перегревается и срок его службы значительно уменьшается.

Можно установить более мощный диод или составить излучатель из линейки диодов, однако подобный путь ведет лишь к удорожанию системы и не решает первую проблему. Поэтому увеличивать пиковую мощность излучения можно только с одновременным уменьшением длительности импульса диода. В результате можно ожидать, что средняя мощность излучения останется на прежнем уровне.

В связи с этим всплывает проблема увеличения скорости передачи данных. Увеличить скорость связи можно только увеличив частоту импульсов излучения, что приведет к увеличению средней мощности излучения, так как на тот же отрезок времени будет приходиться больше импульсов. То есть уменьшение длительности импульсов излучателя позволяет либо увеличить пиковую мощность излучения и тем самым добиться увеличения дальности связи, либо увеличить частоту импульсов и тем самым поднять скорость связи. Иными словами, при одинаковой длительности импульсов излучателя произведение скорости связи на дальность связи есть

величина постоянная. Дальность связи можно увеличить за счет уменьшения скорости или путем уменьшения длительности импульсов. То же справедливо и для скорости связи.

Повысить дальность связи можно и путем увеличения диаметра линзы. В большинстве моделей ОАК установлены линзы диаметром около 10 см, то есть уже довольно дорогие. Дальнейшее их увеличение приводит к еще большему удорожанию системы. Существуют модели ОАК, использующие линзы Френеля достаточно большого диаметра, однако они весьма чувствительны к запылению.

Еще один способ увеличения дальности связи – уменьшение коэффициента потерь в атмосфере. Варьировать значение этого коэффициента можно путем изменения длины волны излучения. Атмосферные помехи по-разному воздействуют на излучение в разных частях спектра. С увеличением длины волны влияние атмосферных помех уменьшается, а на длинах волн около 1800 нм наблюдается так называемое окно прозрачности атмосферы. Связано это с тем, что длина волны света становится сравнима с размерами капель тумана и частичек пыли и поэтому распространяющаяся волна в меньшей степени рассеивается препятствиями и огибает их благодаря дифракции. То есть в этой области спектра туман не создает серьезных помех для распространения света. Тем не менее, в настоящее время не существует моделей ОАК, использующих излучение с длиной волны более 950 нм.

Последний метод увеличения дальности – уменьшение угла расходимости луча передатчика. Уменьшение этого параметра связано со следующими негативными моментами:

- чем меньше угол расходимости луча, тем сложнее настройка и юстировка ОАК и, соответственно, дороже работы по монтажу системы;
- все здания в течение суток совершают небольшие колебания, обусловленные изменением температуры окружающей среды и состояния фундамента. Углы наклона при таких колебаниях составляют до $0,1^\circ$ соответственно, угол расходимости луча передатчика должен быть заведомо больше этой величины, иначе связь в течение суток будет периодически нарушаться из-за отклонения луча от нужного направления. С другой стороны, при установке ОАК на высоких зданиях (а именно крыши высоких зданий обычно используются для монтажа блоков ОАК) из-за су-

точных колебаний здания происходят смещения приемо-передающего блока и выход его из области приема. На очень высоких зданиях эти сдвиги могут достигать величины порядка 1 м. Поэтому для обеспечения уверенного приема угол расходимости луча должен быть таким, чтобы диаметр луча в области приемника был не менее 2 м;

– для обеспечения более узкого луча необходим более дорогой объектив.

С увеличением дальности связана еще одна проблема. Большинство ОАК имеют совмещенные в одном корпусе приемные и передающие блоки. Делается это исключительно для упрощения процедуры монтажа. При достаточно больших расстояниях между приемо-передающими блоками остро встает проблема точного размещения приемника и передатчика внутри корпуса в процессе производства так, чтобы оптические оси обоих были строго параллельны (иначе просто невозможно настроить блоки так, чтобы связь была двусторонней). Для обеспечения высокой степени параллельности оптических осей необходимо современное высокоточное производство, что значительно повышает стоимость изделия.

Ниже представлен предварительный расчет энергетических и оптико-механических технических данных ОАК.

На рис. 1 в схематическом виде представлен тракт открытой оптической приемо-передающей системы.

Расчет оптической системы сводится к определению доли излучаемой ИИ мощности, попадающей на ФП. Очевидно, чем эта доля больше, тем эффективнее передача оптического сигнала. В соответствии с законами геометрической оптики максимально возможное соотношение между $P_{пер}$ и $P_{пр}$ для безабберационной оптической системы выглядит следующим образом:

$$\frac{P_{пр. max}}{P_{ин}} = \frac{1}{4} \left(\frac{D_{пер} \cdot D_{пр}}{L \cdot U_{max} \cdot A} \right)^2 \cdot 10^{-\frac{\beta L}{10}}, \quad (1)$$

где $P_{ин}$ – мощность, излучаемая оптическим передатчиком, Вт;

$P_{пр}$ – мощность, попадающая на фотоприемник, Вт;

A – размер источника излучения, м;

$D_{пер}$ – диаметр линзы передатчика, м;

U_{max} – линейный угол излучения источника излучения, рад;

$D_{пр}$ – диаметр линзы оптического приемника, м;

L – расстояние между передатчиком и приемником, м;

β – затухание в среде, дБ/км.

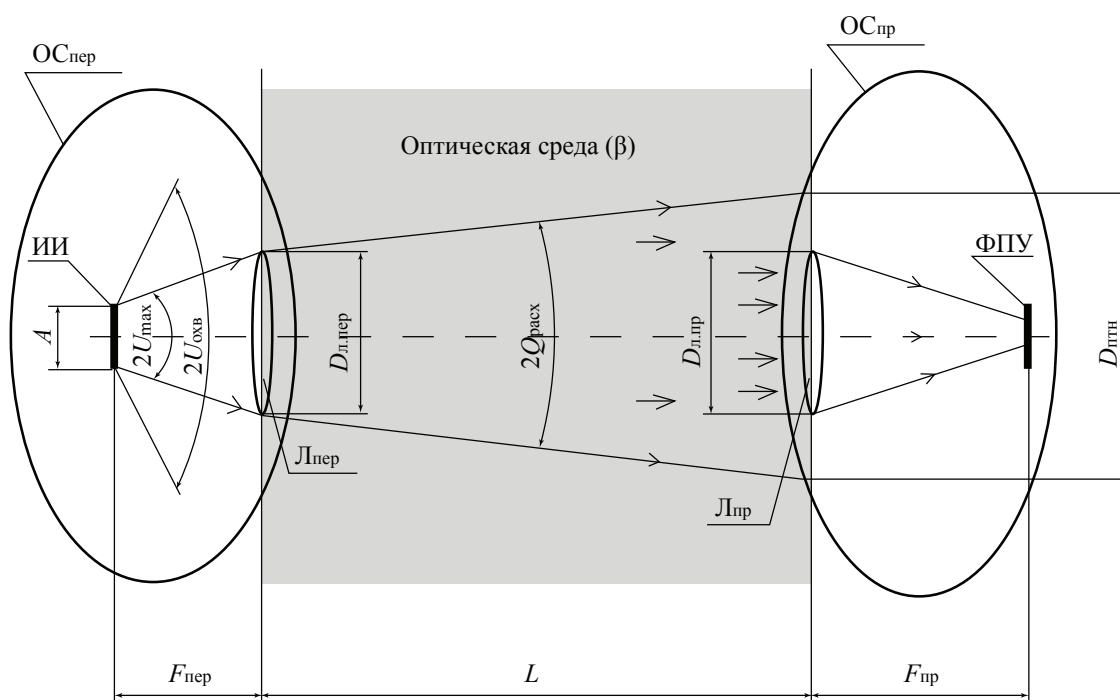


Рис. 1. Расчетная схема: ИИ – источник излучения – оптический передатчик. В нашем случае – ИК-излучающий диод с длиной волны излучения $\lambda = 0,85 + 0,87$ мкм; $L_{пер}$ – линза оптического передатчика; O_{cp} – оптическая среда; $OС_{пер}$ – оптическая система передатчика (ИИ + $L_{пер}$); $L_{пр}$ – линза оптического приемника; ФПУ – фотоприемное устройство (Si – фотоприемник + ФП + усилитель-формирователь); $OС_{пр}$ – оптическая система фотоприемника ($L_{пр}$ + ФПУ); F – фокусное расстояние линзы передатчика, м

Множитель $10^{-\beta L/10}$ представляет собой долю потерь мощности излучения в среде. Обозначим эту долю как

$$K_{\beta} = 10^{-\beta L/10}.$$

При прозрачной, непоглощающей атмосфере $\beta = 0$. и $K_{\beta} = 1$.

$$\text{Подсчитаем } (P_{\text{пр}} / P_{\text{ин}}) K_{\beta} = 1.$$

Примем в качестве исходных следующие тактико-технические данные устройства:

- максимальное расстояние между передатчиком и приемником $L_{\text{max}} = 400$ м;
- оптический передатчик – ИК-излучающий диод;
- линейный угол излучения источника излучения $2U_{\text{max}} = 120^{\circ} \approx 2,1$ рад;
- размер источника излучения $A = 0,6 \cdot 10^{-3}$ м;
- фотоприемный элемент – p-i-n ИК фотодиод;
- пороговая чувствительность фотоприемного устройства $P_{\text{пор}} = -42$ дБм;
- скорость приема-передачи $V_{\text{инф}} = 10$ Мбит/сек
- функциональная надежность системы не менее 0,99
- габариты одного приема-передающего модуля не более $(20 \times 13 \times 20)$ см.

Дополнительно выберем параметры элементов оптической системы, ограниченные ее габаритами:

$$D_{\text{пер}} = 0,080 \text{ м}; D_{\text{пр}} = 0,080 \text{ м}; F = 0,160 \text{ м}.$$

Подставляя данные из табл. 1 и 2 в формулу (1), получим для полностью прозрачной атмосферы

$$\frac{P_{\text{пр}}}{P_{\text{ин}}} = \frac{1}{4} \left(\frac{8 \cdot 10^{-2} \cdot 8 \cdot 10^{-2}}{4 \cdot 10^2 \cdot 1,05 \cdot 0,6 \cdot 10^{-3}} \right)^2 = 1,6 \cdot 10^{-4}. \quad (2)$$

В логарифмических единицах ослабление сигнала при $\beta = 0$ составит величину

$$B(\beta = 0) = 10 \lg(P_{\text{пр}} / P_{\text{ин}}) = 10 \lg 1,6 \times 10^{-4} = -38 \text{ дБ}. \quad (3)$$

По данным наблюдений, на широте Москвы затухание оптического сигнала в ИК-диапазоне с $\lambda = 0,9$ мкм с достоверностью 0,99 не превышает 60 дб/км [2].

Для дистанции L-0,4 км это затухание не превысит величины

$$B(\beta = 60) = \beta L = 60 \times 0,4 = -24 \text{ дБ}. \quad (4)$$

Суммируя это значение с $(\beta = 0)$, получим значение общего ослабления сигнала оптического излучателя

$$B_{\Sigma} = B(\beta = 0) + B(\beta = 60) = -(38 + 24) = -62 \text{ дБ}. \quad (5)$$

Таким образом, для надежной связи соотношение между оптической мощностью $P_{\text{ин}}$ излучателя и пороговой мощностью $(P_{\text{пор}})$ фотопри-

емного устройства должно быть не менее этой величины. Далее, зная $P_{\text{пор}}$, легко определить $P_{\text{ин}}$

$$B_{\text{ин}} = P_{\text{пор}} - B_{\Sigma} = -42 + 62 = -20 \text{ дБм},$$

$$B_{\text{ин}} = 10 \lg P_{\text{ин}}, \text{ отсюда } P_{\text{ин}} \geq 100 \text{ мВт}. \quad (6)$$

Это вполне реализуемое значение мощности ИК-излучающего диода.

Еще одним подходом к обеспечению качества и доступности связи через ОАК является применение адаптивного режима работы канала. В этом режиме работы стабилизирующим параметром канала является надежность связи, реализуемая путем поддержания соотношения сигнал/шум в пределах заданной величины. Поддержание такого соотношения достигается за счет дискретного изменения параметров сигнала с синхронным подключением частотных фильтров. При таком построении системы она «отслеживает» параметры, влияющие на состояние канала связи:

- состояние среды;
- изменение положения светового пятна за счет температурных воздействий на конструктивные элементы приемопередатчика;
- установка приемопередатчика на большее расстояние и т.д.

Таким образом, предлагаемый вариант системы и, соответственно, канал связи, становится адаптивным. Алгоритм работы адаптивной системы поясняется на рис. 2.

Другой проблемой, определяющей качество, является деградация излучающих диодов в процессе эксплуатации. Исследованию стабильности излучающих диодов (ИД) уделяется большое внимание. Одним из основных недостатков ИД первого поколения было снижение излучательной составляющей внутреннего квантового выхода и, соответственно, излучательной мощности (и параметров ОАК, связанных с этим, например снижение коэффициента передачи по току ОАК, «несрабатывание» выходных микросхем из-за малого выходного «вытекающего» тока микросхем и т.п.).

Наиболее интенсивная деградация ИД происходит в том случае, если изначально полупроводниковый материал (GaAs, GaAlAs и др.) имел повышенную дефектность, т.е. обладал высоким уровнем безызлучательной составляющей, например, из-за недостаточно высокой чистоты исходного арсенида галлия. Этот факт авторами был подтвержден экспериментально. При эксплуатации ИД в составе ОАК в радиоэлектронной аппаратуре были обнаружены отказы ОАК из-за снижения коэффициента передачи по току.

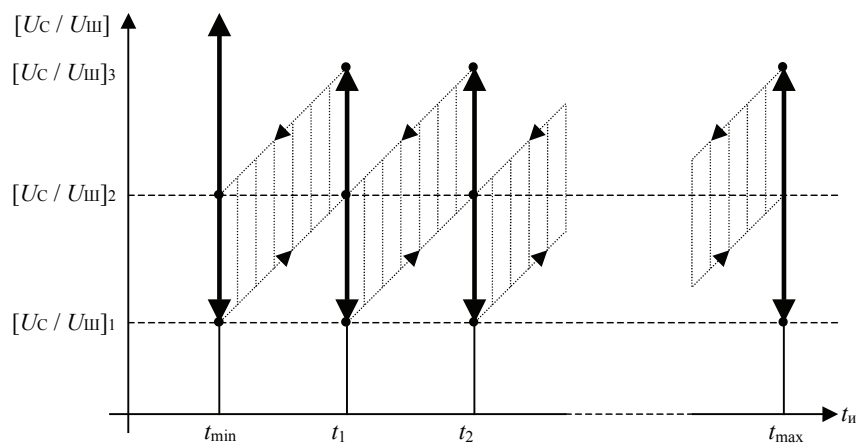


Рис. 2 Алгоритм работы адаптивной системы: U_c – величина амплитуды аналогового сигнала на выходе фотоприемного устройства; $U_{ш}$ – величина шумовой составляющей аналогового сигнала на выходе фотоприемного устройства; $U_c/U_{ш}$ – отношение «сигнал-шум» – характеристика качества принимаемого сигнала; $t_{и}$ – длительность оптического импульса на выходе передатчика; $t_{и1}, t_{и2}, \dots, t_{иn}$ – фиксированные значения длительности оптического импульса на выходе передатчика; $t_{и min}, t_{и max}$ – минимальное и максимальное значения длительности оптического импульса на выходе передатчика

Отказавшие приборы исследовались. Методика исследования заключалась в следующем. Вольт-амперная характеристика ИД может быть описана выражением

$$I_{упр} = I_{без} \exp(eU / 2kT) + I_{изл} \exp(eU / kT), \quad (7)$$

где $I_{упр}$ – прямой ток через ИД;

$I_{без}$ – безызлучательная составляющая тока ИД;

$I_{изл}$ – излучательная составляющая тока ИД;

U – прямое напряжение на ИД;

e – заряд электрона;

k – постоянная Больцмана;

T – температура кристалла ИД, °К.

По виду ВАХ на начальном участке (диапазон нано- и микротоков) можно сделать вывод о наличии в теле кристалла ИД, отказавших ОАК дополнительных каналов безызлучательной рекомбинации. Наклон ВАХ дефектных ИД меньше наклона прямой $e^{eU/2kT}$. Это, в свою очередь, сдвигает прямую ветвь ОАК.

Для подтверждения этого дефекта были проведены испытания двух групп ОАК. Первая группа ОАК была укомплектована ИД, у которых наклон ВАХ на начальном участке больше наклона прямой $e^{eU/2kT}$ (имеется ввиду прямая в полулогарифмическом масштабе), а вторая группа ОАК – у которой наклон меньше. В результате испытаний на длительную работу было обнаружено повышенное число отказов в первой группе ОАК.

Данный факт может быть положен в основу методики отбраковки потенциально ненадежных ОАК на стадии их изготовления или в процессе эксплуатации, а на входном контроле – также с целью

отбраковки потенциально ненадежных ИД и ОАК, которые монтируются в узлы и блоки РЭА.

Выводы

Для создания надежного канала связи применение ОАК вполне оправдано. Однако при приближении заданной доступности канала к 100 % существуют проблемы, решение которых приводит к значительному росту стоимости оборудования ОАК. Стоимость ОАК также возрастает с увеличением рабочей дистанции между приемником и передатчиком. Для безотказной работы как ОАК, так и радиоканалов рекомендуется использовать резервные широкополосные каналы или ISDN. Для повышения надежности канала можно применить адаптивный режим работы, когда при ухудшении принимаемого сигнала канал переходит на режим с меньшей скоростью передачи и за счет этого поднимает соотношение сигнал/шум. Приведенная в статье методика отбраковки излучающих диодов позволит поднять качество изготавливаемых на их основе каналов передачи данных.

Библиографический список

1. Криксунов, Л.З. Справочник по основам инфракрасной техники / Л.З. Криксунов. – М.: Сов. Радио, 1978 – 400 с.
2. Смирнов, В.А. Введение в оптическую радиоэлектронику / В.А. Смирнов. – М.: Сов. Радио, 1973.
3. Применение оптоэлектронных приборов в радиоэлектронной аппаратуре / В.П. Дмитриев и др. – М.: ВИНТИ, 1989. – 122 с.
4. Дмитриев, В.П. Оптоэлектронные атмосферные каналы передачи данных в вычислительных сетях / В.П. Дмитриев и др. // Международный Симпозиум по проблемам модульных систем и сетей: сб. науч. тр. – Институт ядерных исследований. – 2001.

БИОСВЕТОВОДЫ И ФРАКТАЛЬНОСТЬ БИОЛОГИЧЕСКИХ СТРУКТУР

М.Р. КОРОТКИНА, *проф. каф. физики МГУЛ, д-р физ.-мат. наук,*
 М.А. ЗВЕРЕВ, *асп. каф. физики МГУЛ,*
 Н.П. ЯРОСЛАВЦЕВА, *асп. МГУ*

Проблема биосветоводов с проведением глубоких биологических исследований на растениях, деревьях и почвах заключается в изучении каналов передачи информации между ними.

Предполагается в рамках этих исследований найти космические каналы связи Земли с другими планетарными системами с помощью биосветоводов. Эта идея принадлежит академику В.И. Вернадскому, который считал, что 10 % энергии Земля получает от Солнца и 90% энергии Земля получает из космоса через космическое излучение.

Ритмичны космические излучения, о которых В.И. Вернадский писал, что их известно около 300, достигают Земли 40, а изучены всего 20.

Ритмичны вспышки на солнце (их периодичность в 11 лет отметил Чижевский). Ритмичны лунные воздействия, которые зримо выражаются в повышении и понижении приливной волны.

Влияние луны на жидкие среды огромное. Растительные и живые организмы состоят из воды на 80 %.

В 1926 г. был экспериментально установлен факт биоизлучения растений, которое практически невозможно обнаружить с помощью физических приборов, но которое воспринимают живые клетки организма. В настоящее время установлено, что биоизлучения бывают на расстоянии от нескольких нанометров до сотен километров.

Возникают вопросы: 1. Каким образом клетки передают биоизлучение? 2. Каким образом клетки растений и животных воспринимают это излучение?

Для решения этих вопросов в настоящее время намечается несколько путей:

1. Найти наноструктуры в самих клетках и показать, что биоизлучение распространяется в них.
2. Найти оптические каналы передачи информации в клетках растений и животных.

На биофаке МГУ сотрудники кафедры эмбриологии работают по первому направлению – ищут аналог углеродных нанотрубок в клетках животных.

Данная работа связана со вторым направлением. Кафедра физики МГУЛ совместно с кафедрой эмбриологии МГУ проводит эксперименты по исследованию излучений эмбрионов ранней стадии развития с помощью углового отражателя (в данном случае – световода).

Для детального изучения данной проблемы возникла необходимость познакомиться с оптическими системами связи и передачи информации с помощью оптоволоконной – волоконной оптикой (рис. 1).

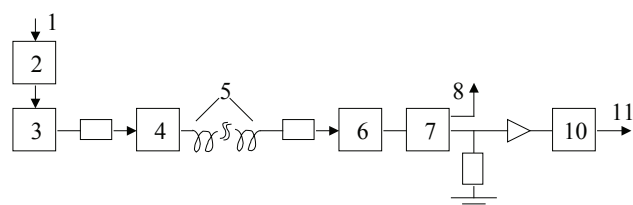


Рис. 1. Волоконно-оптическая линия: 1 – ввод данных; 2 – задающее устройство; 3 – источник; 4 – устройство ввода-вывода; 5 – волокно; 6 – устройство ввода-вывода; 7 – приемник; 8 – напряжение смещения; 9 – усилитель; 10 – процессор; 11 – вывод данных.

С помощью оптического датчика можно проводить исследования на молекулярном уровне. Аналогом такого типа оптического датчика в биологических клетках животных могут служить биосветоводы.

Световоды

Идея использовать свет для передачи информации стара как мир. Преимущества этого способа были очевидны даже нашим предкам. Еще в Древней Руси цепь сигнальных костров использовали для того, чтобы предупредить о приближении неприятеля. Но прошло несколько веков, прежде чем были открыты фундаментальные законы оптики. И еще не один век понадобился, чтобы, пользуясь этими законами, создать оптоволоконную технологию.

Хотя уже во второй половине девятнадцатого века Джон Тиндалл продемонстрировал возможность направленного распространения света по водяной струе, а в двадцатых годах нашего столетия были созданы первые твердотельные световоды, по которым уже передавали изобра-

жение. Настоящий скачок оптоволоконная технология получила в 50–60-х гг., когда был изобретен лазер, а технологи научились создавать тонкие, прочные и гибкие стеклянные нити.

Оптоволоконная технология существенно выделяется среди других способов передачи информации рядом преимуществ.

Главным преимуществом является колоссальная пропускная способность оптоволоконных линий связи. Гигабитный Ethernet только появляется, а локальные оптоволоконные сети уже сейчас могут работать на больших скоростях. Следует также учесть, что в традиционных кабельных линиях связи увеличение скорости передачи данных (зависящей от рабочей частоты) приводит к увеличению потерь. Одномодовые оптоволоконные линии свободны от этой досадной закономерности.

Другими, не менее важными достоинствами оптоволоконных линий связи являются:

- устойчивость к электромагнитным воздействиям;
- отсутствие излучения у оптоволоконного кабеля;
- привлекательные массово-габаритные параметры;
- защищенность от несанкционированного доступа.

Все эти преимущества вытекают из физических принципов, на которых построена оптоволоконная технология.

Волноводы широко используются для космических исследований, электроники и связи.

Чтобы передавать информацию с помощью волоконно-оптической линии связи (ВОЛС), она должна иметь очевидную структуру и состоять из:

- передатчика – источника светового сигнала;
- приемника – светочувствительного элемента;
- среды распространения – оптоволокна.

Аналогом такой волоконно-оптической линии связи могут служить клетки растений, разнообразные по форме и выполняющие различные функции в организме, называемые биосветоводами.

Простейшего типа биосветоводы находятся в мембранной оболочке клетки. От более сложного типа световодов – фрактальных струк-

тур связи – зависит процесс деления и размножения клеток. Изучение биосветоводов способствует более углубленному пониманию физических процессов, связанных с прохождением светового излучения через световод.

Образцы биосветоводов можно найти в древесине. Для этой цели необходимо изучить ее микростроение до уровня наноструктур.

Совокупность клеток одинакового строения, выполняет одни и те же функции, образует ткани.

В растущем дереве имеем такие ткани: покровные, расположенные на самой поверхности растений; механические, придающие прочность телу растений; проводящие, служащие для проведения воды с растворенными в ней питательными веществами; запасующие, являющиеся хранилищами запасных питательных веществ (сахаров, крахмала и др.); образовательные, функция которых – образование новых клеток путем многократного деления; ассимиляционная, усваивающая углекислоту в процессе фотосинтеза.

Древесина включает проводящую, механическую и запасующую ткани, в коре к ним присоединяется покровная ткань. Между древесиной и корой находится тонкая прослойка образовательной ткани (камбий). Камбий состоит из двух типов живых начальных клеток – веретеновидных и лучевых инициалей.

От первого типа инициалей, имеющих сильно вытянутую в одном направлении форму, в древесине и коре образуется анатомическая диаманта, ориентированная вдоль оси дерева. От второго типа инициалей, имеющих примерно одинаковые размеры по всем направлениям, образуются элементы, расположенные в растущем дереве горизонтально. Преобладают веретеновидные инициалы.

В период активности камбия инициалы вытягиваются в направлении радиуса ствола и делятся тангенциальными перегородками. Одна из вновь образовавшихся клеток остается камбиальной, а другая, после еще одного-двух делений, становится клеткой древесины или луба коры. В сторону древесины клетки откладываются в 4–6 раз чаще, чем в сторону коры, поэтому древесины в стволе значительно больше, чем луба.

Во взрослом дереве кора имеет две четко выделяющиеся зоны: луб и кору. Луб представляет собой внутреннюю часть коры. Снаружи луб

охватывает первичная кора, состоящая из крупных паронхимных клеток, среди которых расположены вертикальные смоляные ходы. Луб включает анатомические элементы, выполняющие проводящую, механическую и запасующую функции. Проводящую функцию в лубе выполняют ситовидные анатомические элементы.

Ситовидные клетки характерны для луба хвойных пород – это узкие длинные клетки со скошенными концами, напоминающие трахеиды. Длина клеток в десятки и сотни раз больше их поперечных размеров. На концах и боковых (преимущественно радиальных) стенках расположены в виде эллипсов, похожих на сито, участки с многочисленными мелкими отверстиями. Ситовидные клетки смыкаются друг с другом по концам внахлестку, образуя продольные ряды.

Ситовидные трубки, представляющие собой проводящую ткань луба лиственных пород, напоминают сосуды. Членики ситовидных трубок отделены поперечными (иногда несколько наклонными) перегородками, имеющими сита, т.е. множество мелких отверстий, равномерно распределенных или собранных в группы. Ситовидные трубки имеют диаметр 20–30 мкм, длину члеников – несколько десятых миллиметра.

Длина ситовидных клеток в пределах 1,5–6,6 мкм, а ширина 21–76 мкм. Ситовидные элементы занимают 25–50 % площади проводящего луба.

Механическую функцию в лубе выполняют лубяные волокна и каменистые клетки.

Лубяные волокна предохраняют от сдавливания расположенные среди них ситовидные элементы. Лубяные волокна липы, толщина которых 0,03–0,25 мкм, а длина 0,88–1,26 мкм, образуют переплетающиеся между собой ткани, охватывающие ствол в виде сетки.

Каменистые клетки имеют вид многогранников или ветвистую форму (у шихты). Свое назначение они получили за твердость стенок, которые сильно утолщены и пропитаны лигнином. Многочисленные поры в стенках – простые.

Запасующую функцию в лубе выполняют паронхимные клетки, которые образуют две системы – горизонтальную (лубяные лучи) и вертикальную (лубяную парнохиму).

Лубяные лучи, пересекающие луб в радиальном направлении, образованы из тех же лучевых инициалей камбия, что и сердцевидные лучи в древесине.

Лубяная паренхима может быть представлена веретеновидными клетками или телами. Стенки клеток лубяной паренхимы не древеснеют.

Пробковые клетки имеют форму многогранников (в основном гетинадуатигранников), несколько вытянутых вдоль оси стебля и сплюснутых в радиальном направлении. Они располагаются радиальными рядами очень плотно (без межклетников) и вскоре после образования отмирают. Это связано с отложением в их стенках суберина.

Субериновый слой аморфного строения накладывается на первичную целлюлозную оболочку фибриллярной структуры. Прослойки суберина чередуются с прослойками воска, который обеспечивает непроницаемость клеточных стенок для воды и газов. Тонкостенные пробковые клетки, заполняются воздухом, обладают хорошими теплоизоляционными свойствами.

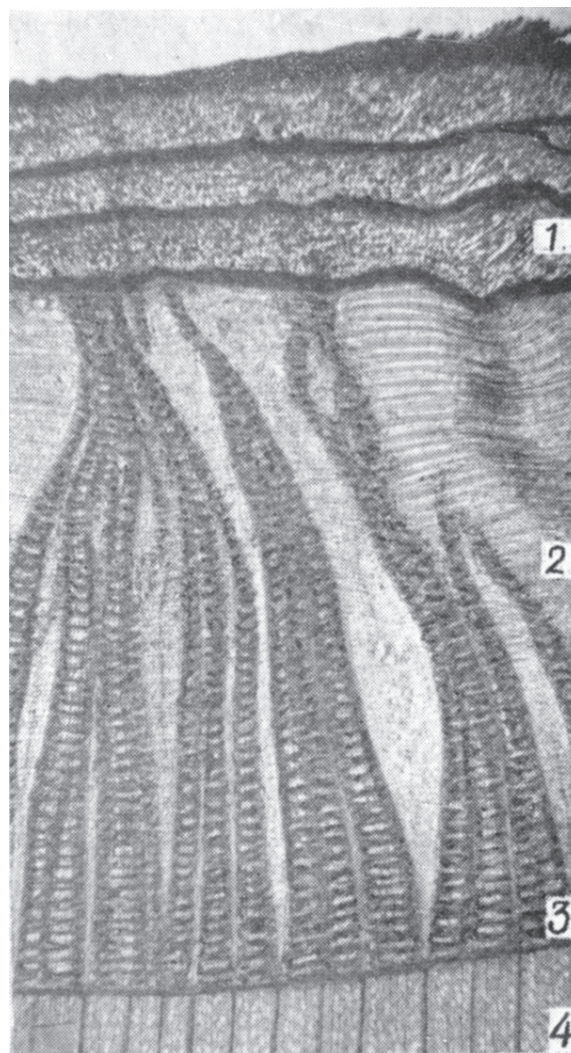


Рис. 2. Поперечный разрез коры липы: 1 – корка; 2 – луб; 3 – камбий; 4 – древесина

На микрофотографии (рис. 2) в зоне луба хорошо видны лубяные лучи. По мере удаления от камбия, находящегося у границы древесины, ширина лубяных лучей увеличивается. В пламенистых участках луба, находящегося между лубяными лучами, видны тангенциальные прослойки, образованные лубяной паренхимой и ситовидными клетками. Можно предположить, что именно они и являются биосветоводами.

Фрактальность биоструктур

Последние два-три десятилетия получила развитие область математики, связанная с изучением свойств фрактальных структур, хотя первые фрактальные структуры были описаны еще в начале века.

Получение фрактальных структур включает: 1) некоторые правила, предписывающие геометрическое построение, т.е. определенным образом ограничивающие возможные геометрические преобразования; 2) воспроизведение одной и той же геометрической формы.

Это напоминает те процессы, которые имеют фундаментальное значение в эволюции упорядочения: предписанность поведения и итеративность. Если в основе биологической эволюции лежит этот принцип, то фрактальность должна быть присуща биологическим формам.

Итерация при образовании фрактальных структур предполагает воспроизведения подобия, но с изменением масштаба. В каждой из фигур новый кластер подобен предшествующему, но все меньше в размерах. В биологическом упорядочении имеем дело с воспроизведением не подобных, а эквивалентных структур. Репликация, опосредованный и прямой автокализ – механизм воспроизведения не просто подобных, а эквивалентных структур. Поэтому фрактальность является не общим, а лишь частным случаем биологического упорядочения.

А. Линденмайер (1968) применил идеи фрактальности к биологии, введя понятие L-систем.

Фрактальность биологических структур лежит вне логики дарвинизма. Ни возникновение итератора, т.е. определенных правил микроскопического упорядочения, ни итеративное поведение сами по себе не гарантируют фенотипическую полезность.

Ветвление дерева, которое является примером фрактальности, обеспечивает большему

числу листьев доступ к свету. Ветвление коралла позволяет кораллостроящим организмам получить доступ к большему объему питательных веществ. Но это преимущество выявляется, когда структура уже возникла как целое.

Не естественный отбор приводит к возникновению фрактальности, а возникновение как форма упорядочения, фрактальные структуры подвергаются естественному отбору, который закрепляет наиболее устойчивые в данных условиях формы.

Есть ли предел биологических эволюций?

Биосфера вступает в фазу антропогенного мира – фазу, характеризующуюся вовлечением в упорядочение огромных масс вещества, не принадлежащего собственно к органическому миру; масштабами производства, последствия которого (загрязняющие отходы, влияние на климат, катастрофы и т.п.) способны оказать влияние на устойчивость биосферы в целом. В антропогенном мире возникает новый канал передачи информации от поколения к поколению – более эффективный, чем выработанный предшествующей эволюцией, путь генетического наследования. В результате невероятно ускоряется весь процесс эволюции. В этом эволюционном вихре сами биологические системы и органы, естественное совершенствование которых происходит крайне медленно, становятся архаичными и подлежат замене техногенными аналогами.

Все это вместе взятое свидетельствует о том, что в биосфере возникают внутренние процессы, масштаб которых соизмерим с масштабами – пространственными, энергетическими, информационными – характеризующими биосферу в целом.

В технике известен режим, когда нерегулярные и непредсказуемые изменения сигнала – биения – становятся соизмеримы по амплитуде с сигналом в целом. Это – переход к хаотическому поведению. Хаос – явление детерминированное. Это не игра случая. Процесс может подчиняться вполне определенной закономерности. Характерной особенностью этой закономерности является элемент нелинейности. Если процесс итеративен, то вследствие нелинейности небольшая ошибка или неопределенность усиливаются итерациями так, что результат становится через некоторое число итераций практически непредсказуемым.

Принято предположение о линейности биологических процессов. В основе концепции биологического упорядочения – процесс, происходящий в стационарной системе линейной области в зависимости от сил потоков. Явление корреляции изотопного состава биомолекул с параметрами, характеризующими поведение изотопов в стационарных системах, не слишком удаленных от равновесия. Фрактальные структуры формируются линейными итераторами.

Линейность, также как и равновесие, является некоторой идеализацией. Линейность означает независимость правил, управляющих процессом, от достигнутого результата. Растяжение пружины происходит линейно, т.к. сила, которую нужно приложить к пружине, чтобы растянуть ее на определенную величину, не зависит от того, насколько пружина была растянута перед тем. Этот процесс нельзя продолжать бесконечно. Пружина начнет необратимо деформироваться и, в конечном счете, лопнет. Следовательно, до появления видимой нелинейности процесс не был вполне линейным. Но до известного предела его можно было рассматривать как существенно линейный.

Нелинейность не может быть устранена из природных процессов. Нелинейные итеративные системы, т.е. системы, включающие процедуру одной и той же (или подобной) структуры или того же процесса, чувствительны к начальным условиям. Любая небольшая ошибка имеет тенденцию к быстрому увеличению в нелинейных итеративных системах. Биологические системы итеративны.

Биологические системы устойчивы к ошибкам воспроизведения. Ф. Дайсон (1985) развивал мысль, что биологическая невосприимчивость к ошибкам является характерным свойством сложных систем. Он отмечал, всюду: в экологии, культуре, экономике – действует тот необъяснимый факт, что сложные гомеостатические механизмы более эффективны, чем простые.

Их преимущество – невосприимчивость к ошибкам. «Я полагаю, это должно быть первичным качеством жизни с самого начала... репликации и невосприимчивость к ошибкам являются антогонистическими принципами». На этом основании Ф. Дайсон критически относился к таким самовоспроизводящим механизмам, как гиперцикл М. Эйгена, и полагал, что начало жизни было связано со сложным образом взаимодействующей системой полипептидов.

Утверждения Ф. Дайсона о невосприимчивости биологических систем к ошибкам как ключевом их свойстве справедливо, как справедливо его представление о том, что источник ошибок заключен в репликативности (итеративности) биосистем. Но они перестают быть справедливыми, будучи экстраполированы слишком далеко. В действительности есть две стороны. Источник блага есть одновременно источник гибели: «...и примешь ты смерть от коня своего». В первом приближении устойчивость биосистем обусловлена их существенной линейностью, способностью к воспроизводству и тем, что они являются не просто сложными, а представлены подсистемными множествами. Проявление нелинейности с накоплением итеративных ошибок приводит к гибели элемента системы. Ее удаление сохраняет устойчивость вышестоящей системы. В биологических сообществах смертность индивидуума есть условие устойчивости сообщества в целом. В многоклеточном организме отмирают отдельные клетки, но живет организм. Отмирание организмов поддерживает устойчивость вида. Итеративные ошибки, накапливающиеся от поколения к поколению, в длительном масштабе времени приводят к исчезновению вида.

* * *

Таким образом, можно сделать вывод, что в развитии растений и животных большую роль играют биосветоводы и исследования в области их изучения уже сейчас позволяют частично ответить на поставленный вопрос – каким образом клетки передают и воспринимают биоизлучение.

Биокатастрофы у растений и животных связаны с необратимыми изменениями нормального хода развития.

Библиографический список

1. Чео, П.К. Волоконная оптика. Приборы и системы / П.К. Чео. – М.: Энергоиздат, 1988. – С. 279.
2. Ратнер, М. Нанотехнология. Простое объяснение очередной гениальной идеи / М. Ратнер, Д. Ратнер. – М.-СПб.-Киев, 2004. – С. 234.
3. Кобаяси, Н. Введение в нанотехнологию / Н. Кобаяси. – М.: БИНОМ, Лаборатория знаний, 2005. – С. 134.
4. Ченцов, Ю.С. Введение в клеточную биологию / Ю.С. Ченцов. – М.: ИКЦ «Академкнига», 2005. – С. 494.
5. Баринов, С. Световоды URL статьи: http://www.computerra.ru/jffline/1998/232/1051/for_print.
6. Уголев, Б.Н. Древесиноведение с основами лесного товароведения / Б.Н. Уголев. – М.: Лесная промышленность, 1986.

О СТОХАСТИЧЕСКИХ И ТОПОЛОГИЧЕСКИХ СВОЙСТВАХ ВАКУУМА

И.К. РОЗГАЧЕВА, доц. физического факультета МГПУ, канд. физ.-мат. наук

В настоящее время в физике элементарных частиц очень популярны теории, в которых предполагается, что наш мир имеет больше четырех измерений. Эта гипотеза логически связана с теориями электрослабого и сильного взаимодействий, в которых используются многокомпонентные поля материи. Фазовое пространство полей эквивалентно многомерной сфере (так называемая калибровочная симметрия). Координатные линии фазового пространства замкнуты.

Обобщением этой схемы является модель, в которой метрический тензор пространства-времени и поля материи рассматриваются как равноправные компоненты суперполя. Основное состояние суперполя называется *физическим вакуумом*, а частицы трактуются как возбуждения этого вакуума. Основное состояние определяет структуру пространства-времени Вселенной.

Никаких экспериментальных свидетельств в пользу модели многомерного мира нет. Однако с математической точки зрения эта модель кажется привлекательной. Поэтому имеет смысл анализировать связь ее основных предположений с гипотезами квантовой теории поля, которая имеет убедительную экспериментальную базу.

Целью настоящей работы является исследование некоторых вопросов, относящихся к геометрическим свойствам *физического вакуума*. Для полноты изложения ниже приведены известные экспериментальные факты и основанные на них гипотезы.

В физике элементарных частиц используется теория квантовых полей материи и полей взаимодействия. Предполагается, что наблюдаемыми квантами полей материи являются *фундаментальные фермионы* – кварки и лептоны. Из них состоят все более крупные частицы материи – адроны (барионы, мезоны) и атомы.

Наблюдаемыми квантами полей взаимодействия являются *фундаментальные векторные бозоны* – фотоны (переносчики электромагнитного взаимодействия), глюоны (переносчики сильного взаимодействия кварков), бозоны W^\pm , Z^0 (переносчики слабого взаимодействия лептонов), гравитоны (переносчики гравитационного взаимодействия всех частиц, пока не обнаружены). Предполагается, что поля материи имеют ка-

либровочную симметрию, а поля взаимодействия являются следствием этой симметрии, поэтому их называют *калибровочными*. С этим типом симметрии связаны аддитивные законы сохранения квантовых чисел фермионов – электрический заряд Q , барионный заряд B , лептонный заряд L , изоспин I , а также квантовые числа кварков. Почему существует калибровочная симметрия? Пока ответ на этот вопрос не найден.

Состояние, в котором нет реальных частиц и все поля взаимодействия равны нулю, называют *физическим вакуумом*. Это понятие является очень важным в теории квантовых полей. Оно восходит к гипотезам Пуанкаре об электромагнитном эфире [1], Эйнштейна – о гравитационном эфире [2] и Дирака – об электрон-позитронном вакууме [3].

Предполагается, что вакуум состоит из независимых квантовых флуктуаций полей взаимодействий – *вакуумные флуктуации* (фундаментальные вакуумные бозоны), для которых изменение энергии полей δE за время δt удовлетворяет соотношению неопределенности Гейзенберга $\delta E \times \delta t = \hbar$.

Взаимодействие реальных частиц с вакуумными бозонами может приводить к рождению *виртуальных* фермионных пар частица q – античастица \bar{q} . Для этого необходимо, чтобы благодаря взаимодействию энергия флуктуации оказалась равной $\delta E = 2mc^2$, где m – масса частицы. Время изменения энергии флуктуации равно $\delta t = \hbar / 2mc^2$. За это же время виртуальная пара $q\bar{q}$ исчезает. Предполагается, что в физическом вакууме всегда происходят превращения вакуумных бозонов в виртуальные пары фермионов и обратно.

Представление о вакуумных флуктуациях электромагнитного поля используется в квантовой электродинамике для объяснения существования эффекта сдвига нижнего энергетического уровня в изолированном атоме водорода – лэмбовский сдвиг, аномального магнитного момента электрона, притяжения двух проводящих плоскопараллельных пластин в пустоте – эффект Казимира [4].

Из гипотезы о физическом вакууме следует, что электрон должен быть окружен «шубой»

из виртуальных электрон-позитронных пар, которые рождаются при электрослабом взаимодействии электрона и вакуумных фотонов.

Виртуальная пара фермионов может стать реальной, если при рождении она получает энергию E быстрее, чем изменение энергии в вакуумных флуктуациях, т.е. если

$$\Delta t = \frac{\hbar}{E} < \delta t = \frac{\hbar}{2mc^2}.$$

Таким образом для рождения пары необходима энергия $E > 2mc^2$.

Эта гипотеза о рождении частиц из вакуумных бозонов используется для объяснения наблюдаемых на ускорителях струй адронов, которые образуются при столкновении пучков электронов и позитронов, а также во встречных пучках протонов и антипротонов. Чем больше энергия сталкивающихся частиц, тем больше разнообразие частиц в струях. Предполагается, что сталкивающиеся частицы имеют «шубы» из вакуумных бозонов. При столкновении эти бозоны превращаются в разлетающиеся пары фермионов $q\bar{q}$.

Представление о рождении частиц из вакуумных флуктуаций позволяет понять данные о радиоактивных распадах ядер. Продукты распада не входят в состав радиоактивного ядра, они рождаются в процессе распада.

Представление о вакуумных калибровочных глюонах, которые образуют шубу кварка, используется для объяснения асимптотической свободы кварков в протонах.

Из приведенных примеров ясно, что вакуум играет роль первоосновы в современной физической картине мира. Все реальные фермионы и бозоны рассматриваются как возбуждения вакуума. Поэтому со свойствами вакуума связаны мировые физические постоянные, в частности максимальная скорость распространения взаимодействий c и минимальный квант действия \hbar (постоянная Планка $\hbar = 2\pi\hbar$), константы всех типов взаимодействий фермионов.

В настоящей работе анализируются геометрические свойства 4-мерного пространства-времени, которые следуют из свойств симметрии вакуума.

Все динамические характеристики физического вакуума должны быть в среднем по флуктуациям инвариантными, т.к. основное его свойство – *ненаблюдаемость*. Все перечисленные выше вакуумные эффекты являются следствием

взаимодействия реальных электронов и протонов с вакуумом. Если реальных частиц нет, то нет и самопроизвольного рождения частиц из вакуума, т.е. вакуум не изменяется.

Для ненаблюдаемости вакуума необходимо, во-первых, чтобы его *динамические инварианты* в среднем были всюду одинаковые (не зависели от выбора системы отсчета). Иначе можно было бы обнаружить изменение вакуума при перемещении системы отсчета.

Рассмотрим два динамических инварианта, связанных со свойствами пространства-времени – 4-вектор энергии-импульса P^i и тензор момента импульса M^{ik} , $i = 0, 1, 2, 3$. Хорошо известно, что, согласно теореме Нетер, в изолированной системе инвариантность 4-вектора P^i относительно 4-мерных трансляций в пространстве-времени связана с инвариантностью (симметрией) функционала действия относительно этих трансляций. Функционал действия пропорционален интервалу пространства-времени, поэтому трансляционная симметрия действия эквивалентна *однородности* пространства-времени. Например, для точечного тела, движущегося с постоянным импульсом, все точки пространства-времени эквивалентны, и любую из них можно считать началом отсчета.

Аналогичная цепочка связывает в изолированной системе инвариантность момента M^{ik} относительно 4-мерных поворотов системы отсчета с *изотропией* пространства-времени. Следовательно, если для вакуума средние значения P^i и M^{ik} всюду равны нулю, то пространство-время однородно и изотропно, т.е. симметрично относительно трансляций и поворотов.

Для реальных тел сохранение момента M^{ik} , вообще говоря, не означает сохранение 4-вектора P^i . Например, при орбитальном движении Земли вокруг Солнца сохраняется орбитальный момент импульса Земли, но величина и направление импульса изменяются в течение периода обращения. Следствием этого изменения является наблюдаемая абберрация звезд, которая доказывает движение Земли вокруг Солнца. Для того чтобы нельзя было обнаружить движение относительно вакуума, необходимо выполнение второго условия – *совместного* выполнения законов сохранения P^i и M^{ik} . В этом случае при 4-мерных поворотах системы отсчета нельзя обнаружить потоков вакуумных флуктуаций, т.е. не появляется отличный от нуля 4-вектор энергии-импульса P^i , а при 4-мерных трансляциях не появляется отличный от нуля момент M^{ik} .

При любых смещениях системы отсчета ненаблюдаемый вакуум и вмещающее его пространство-время отображаются сами на себя. В топологии множеств такие отображения называются *автоморфизмами* [5]. Автоморфизм трансляций соответствует закону сохранения 4-вектора энергии-импульса P_ν , автоморфизм поворотов – закону сохранения момента M^{ik} . Для ненаблюдаемости вакуума необходимо совпадение автоморфизмов его пространства-времени. Это условие повышает симметрию вакуума по сравнению с однородным и изотропным пространством-временем Минковского для свободной точечной частицы.

Ниже в разделах 1 и 2 рассматриваются следствия высокой симметрии вакуума. Оказывается, что пространство-время вакуума компактно, т.е. имеет замкнутые геодезические линии. Эти геодезические линии являются неустойчивыми, поэтому вакуум можно считать стохастической системой.

В физике вакуума есть проблема, которая называется «ультрафиолетовой расходимостью». Дело в том, что плотность энергии вакуумных флуктуаций в объеме $V = \lambda^3$ равна

$$\rho = \delta E / V = \hbar c / \lambda^4$$

и бесконечно растет с уменьшением масштаба $\lambda = c \times \delta t \rightarrow 0$. Ультрафиолетовой расходимости не будет, если возможный масштаб флуктуаций ограничен снизу $\lambda > \lambda_{\min}$. В современной многомерной теории поля (M -теория) существование масштаба λ_{\min} является одним из постулатов, правда, пока не обоснованным с физической точки зрения.

Компактность пространства-времени вакуума

В рамках классической механики (так называемый эффективный подход) следует рассматривать вакуум как непрерывное 4-мерное множество Φ – пространство-время вакуума.

Однородное и изотропное пространство-время вакуума имеет метрику

$$ds^2 = g_{ik} dx^i dx^k. \quad (1)$$

Ее метрический тензор g_{ik} связан с метрическим тензором мира Минковского η_{ik} конформным преобразованием

$$g_{ik} = a^2 \eta_{ik},$$

где диагональная единичная матрица η_{ik} имеет сигнатуру $(+ - - -)$ и a – постоянный масштабный фактор.

Автоморфизмы множества Φ описываются 4-вектором Киллинга ξ_i . При смещении множества Φ в направлении ξ_i выполняется преобразование координат $\hat{x}_i \rightarrow x_i + \xi_i$ при условии, что метрические соотношения между точками множества остаются неизменными: $g_{ik}(\hat{x}) = g_{ik}(x)$. Векторы Киллинга касаются геодезических линий пространства-времени Φ и удовлетворяют следующему уравнению [6]

$$\xi_{i;k} + \xi_{k;i} = 0,$$

где $\xi_{i;k}$ – ковариантная производная в метрике (1).

Это уравнение имеет решение для автоморфизмов 4-трансляций

$$\xi_i = T_i, \quad (2)$$

где T_i – постоянный 4-мерный вектор, и для 4-мерных поворотов

$$\xi_i = V_{ik}^k x^k, \quad (3)$$

где V_{ik} – постоянная антисимметричная матрица 4-мерных поворотов.

Векторы Киллинга задают направления, касательные к множеству Φ , поэтому определим 4-вектор T_i как 4-мерный градиент к поверхности Φ

$$T_i = \partial\Phi / \partial x_i.$$

Ковариантные компоненты есть $T_i = g_{ik} T^k$. Условие совпадения автоморфизмов (2) и (3) дает уравнение для функции Φ

$$\eta_{ik} \frac{\partial\Phi}{\partial x_i} \frac{\partial\Phi}{\partial x_k} = \eta_{im} V^{ik} V^{ml} x_k x_l. \quad (4)$$

С помощью уравнения (4) можно убедиться, что множество Φ компактно. Для простоты рассмотрим двумерные автоморфизмы в координатной плоскости $\{x_0 = ct, x_1\}$ (лоренцевы повороты). В этом случае индексы в уравнении (4) пробегают значения, равные 0,1, и оно приводится к следующему виду

$$\left(\frac{\partial\Phi}{\partial x_0} \right)^2 - \left(\frac{\partial\Phi}{\partial x_1} \right)^2 = \Psi^2, \quad (5)$$

где $\Psi^2 = -(V^{10})^2 (x_0 x_0 - x_1 x_1)$.

Для лоренцевых поворотов

$$V^{10} = i \frac{v/c}{\sqrt{1 - (v/c)^2}},$$

где v – скорость движения системы отсчета;

i – мнимая единица.

Заметим, что $\Phi^2 > 0$ для временеподобных движений ($x_0 > x_1$). В уравнении (5) учтено, что в силу антисимметрии $V^{00} = 0 = V^{11}$ и $V^{10} = -V^{01}$. Учтем, что интервал в системе координат $\{x^0, x^1\}$ есть

$$s^2 = \eta_{ik} x^i x^k = x_0^2 - x_1^2,$$

и

$$ds^2 = \eta_{ik} dx^i dx^k = dx^0 dx^0 - dx^1 dx^1. \quad (6)$$

Можно убедиться, что равенства (5) и (6) обращаются в тождество для функций

$$\partial\Phi / \partial x_0 = \Psi \cosh\Phi, \partial\Phi / \partial x_1 = \Psi \sinh\Phi, \partial x^0 / \partial s = (1 / \Psi)(\partial\Phi / \partial x_0), \partial x^1 / \partial s = (1 / \Psi)(\partial\Phi / \partial x_1). \quad (7)$$

Уравнения (7) позволяют найти следующую связь Φ и интервала s :

$$-(i/2)I^{10} \times s^2 = \arctan(e^{2\Phi}) - (\pi/4), \quad (8)$$

где используется условие $s(\Phi = 0) = 0$. Из формулы (8) видно, что при бесконечном множестве точек $0 \leq \Phi \leq \infty$ значения интервала пробегает ограниченную область значений

$$0 \leq s \leq \left(-\frac{\pi}{2iV^{10}}\right)^{1/2} = s_{\max}.$$

С помощью уравнений (7) и решения (8) можно найти функции $x_0(s)$ и $x_1(s)$. Оказывается, что изменения координат x_0 и x_1 тоже ограничены. Для того чтобы координатные линии не имели края, они должны быть замкнуты. Поэтому на двумерном множестве $\Phi(x_0, x_1)$ координатная сетка задается двумя ортогональными окружностями $C(x_0)$ и $C(x_1)$. Каждая из этих окружностей получается отождествлением двух граничных значений соответствующих координат x_0, x_1 . В этом случае множество Φ есть тор, причем координатная окружность $C(x_0)$ есть параллель тора, а $C(x_1)$ – меридиан тора.

Важно, что при замыкании координатных линий x_0 и x_1 следует отождествлять мировые точки (события) $s = 0$ и $s = s_{\max}$. Это означает, что множество Φ содержит замкнутые геодезические линии и является компактным, хотя состоит из бесконечного множества геометрических точек.

Аналогично можно убедиться с помощью уравнения (4), что компактными являются и поверхности

$$\{x_0, x_2\}, \{x_0, x_3\}, \{x_1, x_2\}, \{x_1, x_3\}, \{x_2, x_3\}.$$

Стохастичность геометрии вакуума

Физическое понятие *стохастичность* означает неустойчивость. С геометрической точки зрения с этим понятием сопоставляется неустойчивость фазовых траекторий системы при внешнем возмущении. Эта трактовка впервые появилась в работе Ковалевской [7].

В среднем фазовыми траекториями вакуумных флуктуаций являются геодезические линии множества Φ . Устойчивость геодезических линий анализируется с помощью уравнения Якоби для вариации геодезической линии. Пусть $\Phi(x_0, x_1)$

– поверхность, $\sigma(s)$ – вариация геодезической линии, s – интервал, измеряемый вдоль этой линии. Тогда уравнение Якоби имеет вид [8]

$$d^2\sigma / ds^2 = -K\sigma, \quad (9)$$

где K – риманова кривизна поверхности в выбранной мировой точке s .

Вариация σ характеризует отклонение геодезической от первоначального направления. Кривизна K для двумерной поверхности Φ вычисляется по формуле

$$K = \frac{\frac{\partial^2\Phi}{\partial x_0^2} \frac{\partial^2\Phi}{\partial x_1^2} - \left(\frac{\partial^2\Phi}{\partial x_0 \partial x_1}\right)^2}{\left[1 + \left(\frac{\partial\Phi}{\partial x_0}\right)^2 + \left(\frac{\partial\Phi}{\partial x_1}\right)^2\right]^2}. \quad (10)$$

Если кривизна не зависит от интервала s и отрицательная $K = K_0 < 0$, то из уравнения (9) следует, что геодезическое отклонение растет экспоненциально быстро: $\sigma \propto e^{\sqrt{-K_0}s}$.

Используя формулы (7) и (8), можно найти кривизну по формуле (10). Получается очень громоздкое выражение, из которого следует, что $K < 0$ и для лоренцевых поворотов

$$K \approx -\frac{(v/c)^2}{1 - (v/c)^2} s. \quad (11)$$

Таким образом, кривизна компактной поверхности Φ отрицательная, и отклонение геодезических линий растет по закону

$$\sigma \propto \sinh(ks),$$

где

$$k \approx \left(\frac{v/c}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}\right)^{2/3} \text{ и } ks \ll 1.$$

Расхождение геодезических линий на компактной поверхности Φ является достаточным условием для их *перемешивания* [8]. При перемешивании быстро теряется информация о начальном направлении геодезических линий. Такая система является стохастической.

Заметим, что уравнение (5) принимает вид уравнения массовой поверхности

$$p_0 p_0 - p_1 p_1 = (mc)^2, \quad (12)$$

если определить импульс вакуумной флуктуации по формуле

$$p_i = (mc / \Psi) \xi_i = (mc / \Psi)(\partial\Phi / \partial x_i), \quad (13)$$

где m – параметр массы.

Как известно, уравнение массовой поверхности (12) справедливо для свободной точечной частицы, у которой сохраняются энергия, импульс и момент импульса. Поэтому с феноме-

нологической точки зрения вакуум представляет собой систему невзаимодействующих частиц с различными импульсами (13). Траектории этих частиц перемешиваются за характерное время $\tau = a / kc$.

Подчеркнем, что уравнение массовой поверхности (12) является следствием условия ненаблюдаемости вакуума (топологического условия совпадения автоморфизмов (2) и (3)). В специальной теории относительности это уравнение является следствием инвариантности интервала (1) относительно преобразования координат.

Заключение

Выше показано, что из условия ненаблюдаемости вакуума следует, что вакуум имеет замкнутые все четыре пространственно-временных измерения и является стохастической системой. Заманчиво связать эти свойства с основными постулатами квантовой механики: вероятностная природа материи и квантованность (дискретность) энергии замкнутой системы.

В разделе 2 было показано, что геодезические линии вакуума перемешиваются на характерном масштабе

$$\lambda_* = \frac{a}{k} = a \left(\frac{1 - (v/c)^2}{(v/c)^2} \right)^{1/3}. \quad (14)$$

Это означает, что поведение виртуальных частиц на масштабах $\lambda > \lambda_*$ носит *случайный характер*. По-видимому, вероятностная природа материи является следствием стохастичности вакуума. Поэтому примем, что масштаб (14) является аналогом длины волны де Бройля: $\lambda_* \rightarrow \hbar / mv$, где m – масса частицы. Вводя комптоновскую длину волны частицы $\lambda_0 = (\hbar / mc) < \lambda_*$, находим из (14) алгебраическое уравнение для отношения $\lambda_0 / \lambda_* = y$

$$y^3 - \left(\frac{a}{\lambda_0} \right)^3 y^2 + \left(\frac{a}{\lambda_0} \right)^3 = 0. \quad (15)$$

Это уравнение связывает λ_* с параметрами a и λ_0 .

Теперь учтем, что геодезические линии замкнуты. Для того чтобы не происходило самопроизвольного рождения частиц из вакуума, на длине

геодезической линии $R = a \times s_{\max}$ должно укладываться целое число длин волн де Бройля λ_*

$$R = N\lambda_*, \quad (16)$$

где N – целое число.

Условие (16) дает алгебраического уравнения

$$1 - \left(\frac{\sqrt{\frac{\pi}{2}} a}{N\lambda_0} \right)^4 (1 - y^2) y^2 = 0. \quad (17)$$

Уравнение (17) связывает λ_* с параметрами λ_0 , a и N . Уравнения (15) и (16) определяют длину волны λ_0 как функцию масштабного фактора a и целого числа N . Поэтому множество значений длины λ_0 является дискретным и множество энергий вакуумных флуктуаций $E = mc^2 = (\hbar c / \lambda_0)$ тоже дискретное. Таким образом, квантовые свойства физики элементарных частиц могут быть связаны с компактностью пространства-времени вакуума.

Отметим, что масштаб (14) можно использовать для определения масштаба $\lambda_{\min} = \lambda_* \neq 0$. В этом случае вакуумная плотность энергии конечна и в компактном пространстве-времени нет ультрафиолетовой расходимости.

Основные результаты работы следующие. Во-первых, показано, что из ненаблюдаемости вакуума следует компактность пространства-времени. Во-вторых, дана геометрическая трактовка постулатов квантовой механики о случайной природе материи и дискретности энергии.

Библиографический список

1. Пуанкаре, А. Принцип относительности / А. Пуанкаре. – Л.: Главная редакция общетехнической литературы, 1935. – С. 51.
2. Эйнштейн, А. Собрание научных трудов / А. Эйнштейн. – М.: Наука, 1965. – Т. 1. – С. 682.
3. Дирак, П.А. К созданию квантовой теории поля / П.А. Дирак. – М.: Наука, 1990. – С. 218.
4. Дерягин, Б.В. Поверхностные силы / Б.В. Дерягин, Н.В. Чураев, В.М. Муллер. – М.: Наука, 1985.
5. Шапиро, И.С. Лекции по топологии для физиков / И.С. Шапиро, М.А. Ольшанецкий. – М.: Регулярная и стохастическая динамика, 2001.
6. Рашевский, П.К. Риманова геометрия и тензорный анализ / П.К. Рашевский. – М.: Наука, 1967.
7. Ковалевская, С.В. Научные работы / С.В. Ковалевская. – М.: Изд. Академии Наук СССР, 1948. – С. 153.
8. Арнольд, В.И., Математические методы классической механики / В.И. Арнольд. – М.: Наука, 1989. – С. 274.

КОНВЕКТИВНАЯ МОДЕЛЬ ОХЛАЖДАЮЩИХ ПОТОКОВ В БОГАТЫХ СКОПЛЕНИЯХ ГАЛАКТИК

И.К. РОЗГАЧЕВА, доц. физического факультета МГПУ, канд. физ.-мат. наук,
И.Б. КУВШИНОВА, асп. физического факультета МГПУ

В современной физике скоплений галактик в течение последних двух десятилетий существует «парадокс охлаждающих потоков». Он состоит в следующем. Согласно наблюдениям [4, 6], поверхностная яркость диффузного рентгеновского излучения центральных областей скоплений в сотни раз больше яркости его внешних частей. Этот эффект наблюдается у большинства скоплений, хотя существуют скопления и с незначительным увеличением рентгеновской яркости к центру. Спектр этого излучения аналогичен спектру тормозного излучения горячей ионизированной плазмы с температурой $10^7 - 10^8$. Существование такой плазмы предсказывалось в работе [5]. Для тормозного излучения светимость единицы объема плазмы $\epsilon_{ff} \sim n^2 \sqrt{T}$ [3]. Естественно предположить, что в центральных областях скоплений концентрация плазмы n в десятки раз больше, чем в его внешних частях. Тогда светимость центральных областей будет в сотни раз выше светимости периферии скопления.

Неоднородное распределение межгалактического газа может возникнуть, например, при аккреции изначально холодного межгалактического газа на ядро скопления. При этом гравитационная энергия газа переходит в тепловую энергию. Газ нагревается до температур больше 10^6 К и высвечивает свою тепловую энергию в рентгеновском диапазоне. Благодаря накоплению горячего газа в ядре светимость центральных областей скопления будет гораздо выше светимости периферии.

Объяснение наблюдаемой сильной неоднородности поверхностной рентгеновской яркости скоплений связывается с потоками остывающей плазмы в центральных областях скоплений. В работах [7, 8] рассмотрены первые модели этих потоков, которые получили название *cooling flow* (ниже CF).

Время высвечивания тепловой энергии тормозным механизмом равно

$$t_{ff} = 2,6 \times 10^{11} (\sqrt{T} / n) \text{ сек} = \\ = 8,7 \times 10^5 (n / 10^2 \text{ см}^{-3})^{-1} (T / 10^8 \text{ К})^{1/2} \text{ лет. [3]}$$

Это время меньше времени Хаббла

$$t_H = (3/2)(1/H) = 1,5 \times 10^{10} h^{-1} \text{ лет} \\ \text{для } 5,8 \times 10^{-3} h(T / 10^8 \text{ К})^{1/2} \text{ см}^{-3} < n < 10^2 \text{ см}^{-3},$$

где $h = H / 100$ (км/с / Мпк).

Согласно наблюдениям

$$10^{-3} \text{ см}^{-3} < n < 10^2 \text{ см}^{-3}.$$

Время существования скоплений порядка t_H . При $t_{ff} < t_H$ в большинстве скоплений межгалактическая плазма успела бы высветить свою тепловую энергию и перестала быть рентгеновским источником. Поскольку это не так, то в работах [7, 8] CF рассматривались как механизм поддержания интенсивности рентгеновского излучения скоплений. В результате действия этого механизма в ядрах скоплений должен накапливаться холодный газ с $T < 10^5$ К. Парадокс CF состоит в том, что до сих пор не обнаружено свидетельств существования большого количества холодного газа (порядка $10^9 m_\odot$) в богатых скоплениях галактик с сильно неоднородной яркостью в рентгеновском диапазоне.

Следует отметить, что небольшое количество холодного газа с $T \leq 10^5$ К обнаружено в ядрах скоплений по ультрафиолетовому, мягкому рентгеновскому излучению, а также по излучению в линии H_α .

В литературе обсуждается два варианта объяснения парадокса CF. В первом варианте предполагается, что остывшая плазма может вновь разогреваться при взаимодействии с горячей плазмой, выбрасываемой активными галактическими ядрами, взрывами сверхновых и молодыми звездами, которые могут рождаться в CF. Во втором варианте остывшая плазма выносятся из ядра скопления на его периферию с помощью джетов, которые образуются при слиянии галактик в центральных областях скоплений. В этих моделях используются наблюдательные данные о рождении звезд и сверхновых, а также свойства наблюдаемых всплывающих пузырей горячей плазмы, которая как будто соединяется с джетами и движется перед ними. В работе [6] показано, что все эти активные процессы могут приводить к небольшому понижению температуры плазмы в ядрах скоплений, которое действительно обнаружено: $T(r < 5 \text{ кпк}) \leq 10^7$ К, $T(r \leq 200 \text{ кпк}) \leq 10^8$ К.

Однако для эффективного нагрева CF-газа необходимо, чтобы активные процессы в ядрах скоплений происходили в десятки раз

чаще по сравнению с наблюдаемой частотой звездообразования и слияния галактик. Если же активность в центральных областях скоплений была выше в прошлом, тогда в современную эпоху образовалось бы такое химическое обилие межгалактического газа, которое противоречит наблюдаемому градиенту обилия металлов в скоплениях [9].

Бурные процессы подогрева должны стимулировать турбулентное перемешивание межгалактического газа. В этом случае поверхностная яркость скоплений была бы очень неоднородной. Сильных неоднородностей в рентгеновских изображениях не обнаружено [4, 10].

Кроме того, перечисленные активные механизмы вторичного нагрева CF -плазмы действуют ограниченное время (меньше 10^8 лет), после которого охлаждение плазмы неизбежно. Поэтому такой спорадический подогрев не объясняет существование горячего газа и почти полное отсутствие CF в скоплениях. Для объяснения парадокса CF необходим механизм подогрева, который действует длительное время, сравнимое со временем существования скоплений (порядка t_H).

В работе [9] упоминается гипотеза конвективного перемешивания межгалактического газа, которое происходит при стабильном подогреве газа. Такое перемешивание позволяет объяснить наблюдаемый небольшой градиент обилия металлов в скоплениях: обилие железа уменьшается в два раза при изменении расстояния от центра скопления от 5 кпк до 500 кпк. Вопрос о механизме стабильного подогрева газа в [9] остается открытым.

В настоящей работе предложена модель нагрева межгалактического газа инфракрасным излучением галактик ядра скопления. Этот механизм нагрева действует долго, и с его помощью можно объяснить как существование горячей плазмы, так и ее медленное конвективное перемешивание в скоплениях. В этом случае CF -парадокса нет, так как благодаря конвекции происходит циркуляция плазмы без накопления холодного газа в ядре скопления.

Физические параметры модели

Нагрев газа до температур $T < 10^8$ К осуществляется инфракрасным (ИК) излучением галактик. В этом случае рентгеновская светимость газа L_x должна быть примерно равна произведению суммарной ИК-светимости галактик L_I и

относительного содержания межгалактического газа в скоплении m_g / m , где m_g – масса газа, m – масса скопления.

Из наблюдений известно, что в богатых скоплениях Эйбла концентрация галактик в ядрах порядка $N_g = 10^3 h^3 \text{ Мпк}^{-3}$. Радиусы ядер лежат в диапазоне $0,1 \text{ Мпк} < R_c \leq 1 \text{ Мпк}$. Поэтому полное число галактик в ядре изменяется в пределах $(4\pi / 3) < (4\pi / 3) R_c^3 N_g < (4\pi / 3) 10^3 h^3$.

ИК-светимость одной галактики L_g оценим, полагая, что среднее число звезд в галактике порядка 10^{11} , примерно 70 % из них имеют ИК-светимость порядка ИК-светимости Солнца

$$L_{\odot}(I) = 2,8 \times 10^{33} \text{ эрг/с.}$$

Тогда

$$L_g = 0,7 \times 10^{11} L_{\odot}(I) = 1,96 \times 10^{44} \text{ эрг/с.}$$

ИК-светимость ядер скоплений равна $L_I = (4\pi / 3) R_c^3 N_g L_g$ и изменяется в пределах L_g $2,3 \times 10^{45} \text{ эрг/с} < L_I < 2,3 \times 10^{47} \text{ эрг/с.}$ (1)

Если ИК-излучение ядер является основным источником нагрева межгалактического газа, то предполагаемая рентгеновская светимость газа L_x попадает в диапазон $2,3 \times 10^{43} \text{ эрг/с} < L_x = (m_g / m) L_I < 2,3 \times 10^{46} \text{ эрг/с,}$ (2) где принято $(m_g / m) \approx 0,1$.

Наблюдаемые светимости скоплений в рентгеновском диапазоне соответствуют диапазону (2). Поэтому предположение об источнике нагрева межгалактического газа не противоречит наблюдениям. Отметим, что в работе [11] обнаружена корреляция между R_c и L_x : чем больше R_c , тем больше светимость L_x .

Пусть начальная температура межгалактического газа больше 10^4 К и его можно считать полностью ионизованным. Для простоты рассмотрим полностью ионизованную водородную плазму. Длина свободного пробега ИК-фотонов определяется их томсоновским рассеянием на электронах. Эта длина равна

$$l_T = 1 / \sigma_T n_e = 5(n_e / 10^{25} \text{ см}^{-3})^{-1} \text{ кпк,}$$
 (3)

где $\sigma_T = 6,65 \times 10^{-25} \text{ см}^2$;

n_e – концентрация электронов.

Характерное время передачи энергии от фотонов к электронам равно [3]

$$t_{\text{ИК} \rightarrow e} = (3 / 8)(\text{мес} / \sigma_T \varepsilon_I),$$
 (4)

где ε_I – плотность энергии ИК-излучения.

Пусть это излучение создается ИК-светимостью ядра (1), тогда

$$\varepsilon_I = L_I / (4\pi R_c^2) = (1 / 3c) N_g L_g R_c \approx 2 \times 10^{-13} (N_g / 10^3 \text{ Мпк}^{-3}) (L_g / (2 \times 10^{44} \text{ эрг/с})) (R_c / \text{Мпк}) h \text{ эрг/см}^3. \quad (5)$$

Тогда время (4) по порядку величины равно

$$t_{\text{ИК} \rightarrow e} \approx 10^{11} (N_g / 10^3 \text{ Мпк}^{-3})^{-1} (L_g / (2 \times 10^{44} \text{ эрг/с}))^{-1} (R_c / \text{ Мпк})^{-1} h^{-1} \text{ лет.} \quad (6)$$

Чем меньше концентрация галактик в ядре N_g и чем меньше радиус ядра R_c , тем больше время (6) и тем медленнее нагрев электронов. Однако даже для минимальных наблюдаемых значений $N_g = 10^2 \text{ Мпк}^{-3}$ и $R_c = 0,1 \text{ Мпк}$ время (6) оказывается меньше времени Хаббла t_H .

Для ИК-излучения $10^{-4} \text{ см} < \lambda < 0,1 \text{ см}$ концентрация фотонов при плотности энергии (5) равна $1 \text{ см}^{-3} < n_l = (\epsilon_l / h_{\nu l}) < 10^3 \text{ см}^{-3}$. Поскольку $n_l > n_e \geq 1 \text{ см}^{-3}$, то ИК-излучение ядра может нагреть электронную компоненту плазмы, если частота ИК-фотонов больше плазменной частоты.

При достаточно высокой концентрации фотонов изменение температуры электронов описывается уравнением [1]

$$dT / dt \approx (T - T_0) / (t_{\text{ИК} \rightarrow e}), \quad (7)$$

где начальная температура электронов $T_0 \geq 10^4 \text{ К}$. Из уравнения (7) можно найти время, необходимое для нагрева электронов от температуры $T_0 \geq 10^4 \text{ К}$ до $T_x \leq 10^8 \text{ К}$. Оно равно $t_1 = t_{\text{ИК} \rightarrow e} \ln((T_x / T_0) - 1) < 9 \times t_{\text{ИК} \rightarrow e}$. Время t_1 меньше времени Хаббла, поэтому ИК-излучение ядра скопления успевает нагреть электронную компоненту плазмы.

Горячие электроны нагревают протонную компоненту плазмы благодаря кулоновским столкновениям электронов и протонов. Характерное время нагрева протонов равно

$$t_{e \rightarrow p} = 5,6 \times 10^{-7} (n_e / 10^2 \text{ см}^{-3})^{-1} (T_x / 10^8 \text{ К})^{3/2} \text{ лет} [3].$$

Время $t_{e \rightarrow p}$ гораздо меньше времени t_1 , поэтому время t_1 характеризует темп ИК-нагрева водородной плазмы в центральных областях скопления.

Горячая плазма высвечивает свою тепловую энергию благодаря тормозным и рекомбинационным процессам. Тормозные процессы преобладают пока $T_x > 10^5 \text{ К}$. Рентгеновские фотоны уходят из областей с масштабом $l \leq l_T$ и обеспечивают наблюдаемую рентгеновскую светимость скопления L_x .

Облака концентрацией $n_e \approx 10^2 \text{ см}^{-3}$ нагреваются ИК-излучением ядра быстрее окружающей плазмы. При нагревании эти облака расширяются, их плотность уменьшается и они под действием силы Архимеда всплывают из окрестности ядра скопления к его периферии. При всплытии эти облака, во-первых, передают свою тепловую энергию окружающей плазме: тормоз-

ное излучение облаков поглощается в окружающей плазме. Для рентгеновского излучения при концентрациях $n_e < 10^2 \text{ см}^{-3}$ наиболее эффективно тормозное поглощение [3]. Эффективное время тормозного поглощения равно t_{ff} . В рассматриваемой задаче это время играет роль характерного времени лучистой теплопроводности

$$t_\chi = t_{ff} = 8,7 \times 10^5 (n_e / 10^2)^{-1} \sqrt{T_x / 10^8} \text{ лет.} \quad (8)$$

Во-вторых, скорость направленного движения облаков постепенно уменьшается из-за вязкости: горячие протоны в облаках благодаря кулоновскому взаимодействию тормозятся медленными электронами в окружающей более холодной плазме. Характерное время изменения скорости протонов играет роль характерного времени электронной вязкости

$$t_\eta = \frac{(kT)^2}{n_e e^4 L \sqrt{3kT / m_p}} \approx 700 \frac{(T_x / 10^8)^{3/2}}{n_{e/10^2}} \text{ лет,} \quad (9)$$

где кулоновский логарифм

$$L = 2 \ln \frac{3(kT)^{3/2}}{\sqrt{4\pi} \sqrt{n_e} \cdot e^3}.$$

Время теплопроводности больше времени вязкости $t_\chi > t_\eta$ для температуры $T_x < 1,3 \times 10^{11} \text{ К}$. Поэтому передача тепла в межгалактической плазме из недр скопления к его периферии осуществляется более эффективно при участии вязких процессов, т.е. при конвективном перемешивании плазмы, а не лучистой теплопроводностью.

Характерное время конвективного перемешивания равно

$$t_{\text{conv}} = \frac{\eta}{g \cdot R \cdot (\delta T / T)} \quad (10)$$

где $g \approx Gm / R^2$ – среднее значение гравитационного ускорения в конвективном слое;

R – толщина слоя;

m – масса скопления;

$\delta T / T$ – относительный градиент температуры в слое;

η – коэффициент вязкости.

Для оценки времени (10) используем феноменологическое определение коэффициента вязкости

$$\eta = 1/3 \cdot l_\eta \cdot v_T = 1/3 \cdot t_\eta^2 \cdot v_T, \quad (11)$$

где

$$v_T = \sqrt{3kT / m_p} = 1,5 \times 10^8 (T_x / 10^8 \text{ К})^{1/2} \text{ см/с}$$

и характерный пространственный масштаб вязкости $l_\eta = v_T t_\eta$. Подставляя (11) в (10), найдем

$$t_{\text{conv}} = 2,7 \times 10^4 (T_x / 10^8 \text{ К})^{5/2} (R / \text{ Мпк}) (m / 10^{14} m_\odot)^{-1} (n_e / 10^2 \text{ см}^{-3})^{-1} (\delta T / T)^{-1} \text{ лет.} \quad (12)$$

Рентгеновская светимость и светимость в N_{α} для скоплений галактик с «охлаждающими потоками»

Name	RAJ2000 («h:m:s»)	DECJ2000 («d:m:s»)	L_x (10^{44} erg s^{-1})	$L_{H\alpha}$ (10^{40} erg s^{-1})
A74	00 38,9	-22 19	0,479 [FJ]	-
A85	00 41,6	-09 21	16,511 [LD]	17,84 [W]
A133	01 02,6	-21 48	5,763 [ES]	84,05 [W]
A262	01 52,8	+36 09	0,915 [ES]	21,94 [W]
A278	01 57,3	+32 14	1,867 [FJ]	-
A376	02 45,8	+36 51	2,366 [ES]	-
A397	02 57,0	+15 57	0,095 [FJ]	-
A407	03 01,7	+35 50	0,915 [FJ]	-
A419	03 08,5	-23 39	0,549 [FJ]	-
A426	03 18,6	+41 31	21,434 [ES]	210 [H]
A478	04 13,3	+10 29	47,909 [ES]	-
A496	04 33,6	-13 15	5,808 [ES]	36,44 [W]
A539	05 16,6	+06 27	1,299 [FJ]	-
A576	07 21,4	+55 44	2,761 [ES]	1,8 [H]
A644	08 17,4	-07 35	14,652 [FJ]	0,28 [H]
A646	08 22,1	+47 06	7,355[FJ]	-
A779	09 19,8	+33 46	0,2[FJ]	-
A970	10 15,1	-10 42	0,89[FJ]	-
A999	10 23,4	+12 51	0,065[FJ]	-
A1060	10 36,9	-27 32	0,781[ES]	-
A1367	11 44,5	+19 50	1,76[ES]	1,2 [H]
A1644	12 57,2	-17 21	5,156[FJ]	-
A1650	12 58,8	-01 45	13,297[FJ]	-
A1795	13 49,0	+26 35	20,146[ES]	44 [H]
A1837	14 01,8	-11 09	1,065[ES]	-
A1890	14 17,6	+08 11	1,07[FJ]	-
A1983	14 52,7	+16 45	0,659[FJ]	-
A1991	14 54,5	+18 38	3,291[FJ]	28,55 [W]
A2029	15 11,0	+05 46	95,757[W]	0,34 [H]
A2052	15 16,8	+07 00	3,645[ES]	38,46 [W]
A2055	15 18,8	+06 12	2,188[FJ]	-
A2063	15 23,0	+08 38	3,642[FJ]	0,73 [H]
A2107	15 39,8	+21 46	2,714[FJ]	-
A2142	15 58,3	+27 13	58,593[ES]	0,26 [H]
A2147	16 02,3	+15 54	4,231[ES]	-
A2151	16 05,2	+17 45	1,46[ES]	-
A2152	16 05,4	+16 27	0,381[FJ]	-
A2197	16 28,2	+40 54	0,155[FJ]	-
A2199	16 28,6	+39 31	6,295[ES]	23,54 [W]
A2218	16 35,9	+66 13	18,093[FJ]	-
A2244	17 02,7	+34 03	7,011[FJ]	-
A2250	17 10,8	+39 41	0,926[FJ]	-
A2256	17 03,7	+78 43	15,777[FJ]	-
A2312	18 53,6	+68 21	1,967[FJ]	-
A2319	19 20,8	+43 58	28,515[FJ]	5,3 [H]
A2415	22 05,4	-05 35	2,392[FJ]	-
A2556	23 13,1	-21 38	5,524[FJ]	-
A2580	23 21,6	-23 13	4,579[FJ]	-
A2597	23 25,3	-12 06	15,311[FJ]	34 [W]
A2625	23 36,3	+20 32	0,82[FJ]	-
A2626	23 36,5	+21 10	4,782[FJ]	32,97 [W]
A2634	23 38,3	+27 02	1,204[FJ]	-
A2657	23 44,9	+09 09	2,932[FJ]	-
A2670	23 54,2	-10 24	3,885[FJ]	-
A3158	03 43,0	-53 38	6,97[FJ]	-
A3376	06 00,7	-40 02	3,125[FJ]	-
A3389	06 21,8	-64 57	0,386[FJ]	-
A3581	14 07,5	-27 01	0,845[FJ]	40,81 [W]
A4059	23 56,7	-34 40	4,936[ES]	5,3 [H]

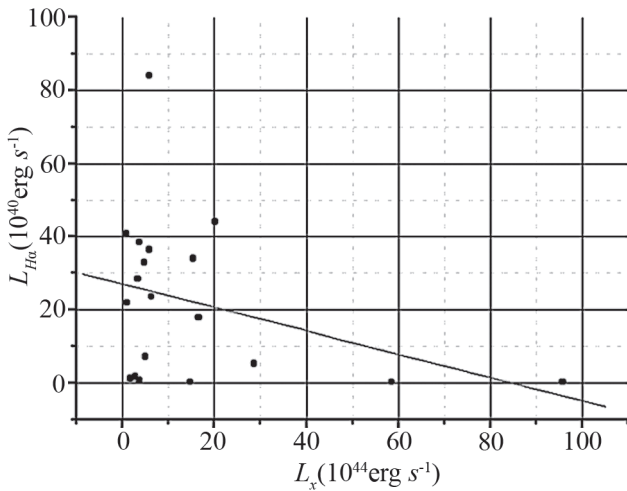


Рисунок. Зависимость оптической светимости газа в красном фильтре $L_{H\alpha}$ от рентгеновской светимости L_x .

Конвективное перемешивание происходит, если характерное время конвекции меньше характерного времени теплопроводности

$$t_{conv} < t_{\chi}.$$

Это условие выполняется, если температура плазмы удовлетворяет неравенству

$$(T_x / 10^8 \text{ K}) < 5,7(R / \text{Мпк})^{-1/2}(m / 10^{14} m_{\odot})^{1/2}(\delta T / T)^{-1/2}. \quad (13)$$

Неравенство выполняется для наблюдаемых параметров скоплений

$$m = (10^{14} \div 10^{15}) m_{\odot}, \delta T / T \approx (10^8 \text{ K} - 10^4 \text{ K}) / (10^8 \text{ K}) \approx 1, R \approx (1 \div 2) \text{ Мпк}.$$

Конвективные ячейки нагреваются в окрестности ядра и всплывают на периферию скопления. В ходе всплытия ячейки высвечивают свою тепловую энергию, которая идет, во-первых, на создание наблюдаемой рентгеновской светимости L_x и, во-вторых, на нагрев окружающей плазмы. Когда температура в ячейке падает ниже 10^5 K , то в ней начинаются процессы рекомбинации плазмы.

Рекомбинационное излучение ячеек можно использовать для проверки соответствия рассматриваемой модели нагрева межгалактического газа наблюдениям. Действительно, полная энергия, запасенная в конвективных ячейках, расходуется на энергию излучения и на энергию конвективных движений. Чем больше излучается энергии в рентгеновском диапазоне, тем меньше энергии остается на пространственное перемешивание ячеек и тем меньше ячеек перемещается во внешние слои скопления и участвует в создании потока рекомбинационного излучения. Поэтому следствием рассматриваемой модели должна быть антикорреляция между светимостями скоп-

лений в рентгеновском диапазоне L_x и светимостями в рекомбинационной линии $L_{H\alpha}$.

Эту антикорреляцию нам удалось обнаружить при анализе наблюдаемых данных [12]. Выборка данных о скоплениях с обнаруженным излучением межгалактического газа в линии H_{α} приведена в таблице.

На рисунке показана зависимость между светимостями скоплений в линии H_{α} и рентгеновском диапазоне.

$$(L_{H\alpha} / \text{эрг/с}) = (27,02 \pm 5,86) \times 10^{-4} - (0,32 \pm 0,21) \times 10^{-4} (L_x / \text{эрг/с}). \quad (14)$$

Как видно, светимость $L_{H\alpha}$ антикоррелирует с рентгеновской светимостью. Значение коэффициента $(0,32 \pm 0,21) \times 10^{-4}$ перед L_x в формуле (14), по-видимому, свидетельствует о том, что излучение H_{α} является рекомбинационным. Действительно, светимость единицы объема полностью ионизированной водородной плазмы с температурой $T < 10^5 \text{ K}$ равна,

$$\varepsilon_{H\alpha} \geq 0,25 \times 10^{-21} (n_e^2 / \sqrt{T_e}) (\text{эрг} / \text{см}^3 \text{с}) = 2,5 \times 10^{-21} (n_e / 10^2 \text{ см}^{-3})^2 (T_e / 10^6 \text{ K})^{-1/2} (\text{эрг} / \text{см}^3 \text{с}).$$

Светимость единицы объема плазмы при тормозных процессах равна

$$\varepsilon_x = 9,1 \times 10^{-19} (n_x / 10^2 \text{ см}^{-3})^2 (T_x / 10^8 \text{ K})^{1/2} (\text{эрг} / \text{см}^3 \text{с}).$$

Отношение светимостей рекомбинационного излучения и тормозного излучения равно

$$\varepsilon_{H\alpha} / \varepsilon_x = 0,03 \times (n_e / n_x)^2 (1 / \sqrt{T_e T_x}), \quad (15)$$

где n_e – концентрация холодной плазмы с температурой $T_e < 10^5 \text{ K}$;

n_x – концентрация горячей плазмы с температурой $T_x > 10^6 \text{ K}$.

Если горячая и холодная плазма не перемешиваются, то выполняется условие равновесия фаз: давление в объемах с холодной плазмой уравнивается давлением окружающей горячей плазмы. Это условие можно записать в виде

$$n_x T_x = n_e T_e. \quad (16)$$

Используя (16), выражение (15) можно записать в виде

$$\varepsilon_{H\alpha} / \varepsilon_x = 0,1 \times 10^{-4} ((T_x / 10^8 \text{ K}) / (T_e / 10^5 \text{ K})^3)^{1/2} (T_e / 10^5 \text{ K})^{-1} \quad (17)$$

Сравнивая коэффициент $0,1 \times 10^{-4}$ в формуле (17) с коэффициентом $(0,32 \pm 0,21) \times 10^{-4}$ в формуле (14), видим, что предположение о том, что излучение H_{α} является рекомбинационным, не противоречит наблюдениям в пределах ошибок.

Основные уравнения модели

Рассмотрим сферически симметричное распределение водородной плазмы вокруг ядра

скопления с массой m_c и радиусом R_c . Излучение H_α обнаружено в облаках с масштабами < 5 кпк и концентрациями $n \approx 10^2 \text{ см}^{-3}$ [12]. Эти облака являются оптически толстыми, т.к. их масштаб не превышает длины свободного пробега фотонов (3). Поэтому будем использовать гидродинамическое приближение для оптически толстой плазмы.

Уравнение движения элемента плазмы с плотностью ρ и скоростью \vec{V} имеет вид

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \vec{V}(\nabla, \vec{V}) = \frac{1}{\rho} \nabla(p + P_\gamma) - \eta \Delta \vec{V} - \frac{Gm(\vec{r})}{r^2} \left(\frac{\vec{r}}{r} \right), \quad (18)$$

где $m(r) = m_c + m(r)$;

$m(r)$ – масса плазмы в сфере радиуса r ;

\vec{r} – радиус-вектор элемента;

P – давление плазмы;

P_γ – давление излучения;

η – коэффициент вязкости.

Уравнение лучистого переноса запишем в виде

$$\nabla P_\gamma = -j \times P_\gamma \quad (19)$$

где $j = 1 / l_{ff}$ – коэффициент поглощения, определяемый процессами тормозного поглощения и $l_{ff} = ct_{ff}$

Уравнение состояния плазмы, через которую идет поток излучения, выберем в форме политропы для идеального одноатомного газа

$$n \sim T^{3/2}, \quad (20)$$

где концентрация плазмы $n = \rho / m_p$.

Изменение температуры элемента для несжимаемой жидкости описывается уравнением теплопроводности

$$(\partial T / \partial t) + (\vec{V}, \nabla T) = \chi \Delta T, \quad (21)$$

где χ – коэффициент лучистой теплопроводности.

Согласно теории, коэффициент теплопроводности равен

$$\chi = (1/3l_T) \times (R / t_\chi), \quad (22)$$

где R – толщина слоя плазмы.

Уравнения (18–22) позволяют описать конвективное перемешивание оптически толстой плазмы. Эти уравнения нелинейные. Для нахождения решения произведем следующие упрощения. Будем рассматривать богатое скопление галактик со сферической симметрией и отсутствием вращения. Также предположим, что в межгалактической среде есть только радиальные крупномасштабные движения $\vec{V} = \{V, 0, 0\}$ и гидродинамические параметры газа являются явными функциями температуры. В этом случае для

описания распределения межгалактического газа по радиусу можно использовать следующие уравнения.

Уравнение гидродинамического равновесия оптически толстого элемента есть

$$(\partial P / \partial r) + (\partial P_\gamma / \partial r) = \rho(G(m_c + m) / r^2).$$

Уравнение распределения массы газа

$$\partial m / \partial r = 4\pi r^2 \rho.$$

Для несжимаемой жидкости ($\text{div } \vec{V} = 0$)

можно использовать уравнение теплопроводности

$$(\partial T / \partial t) + V(\partial T / \partial r) = \chi(1/r^2)(\partial / \partial r)(r^2(\partial T / \partial r)),$$

где $\chi = (1/3)(1/n\sigma_T) \times (R/t_{ff})$ – коэффициент лучистой теплопроводности, возникающей благодаря тормозному поглощению.

Уравнение переноса излучения

$$\partial P_\gamma / \partial r = -jP_\gamma$$

где $j = 1 / l_{ff}$ – коэффициент тормозного поглощения.

Для нахождения решения данной системы уравнений перейдем к новым переменным

$$y = t / t_0, x = r / R, \tau = T / T_0, \partial \tau / \partial y = \tau_y,$$

$$\partial \tau / \partial x = \tau_x, \partial m / \partial x = m_x, \partial P_\gamma / \partial x = (P_\gamma)_x.$$

Учтем, что

$$\rho = m_p n, n = n_0(T / T_0)^{3/2}, P = P_0(T / T_0)^{5/2},$$

$$\chi = \chi_0(T / T_0)^{-1/2}, j = j_0(T / T_0),$$

где $\chi_0 = 5,8 \times 10^{32} \text{ см}^2/\text{с} (R / \text{Мпк})$, $j_0 = 3,9 (\text{Мпк})^{-1}$.

Кроме того, чем сильнее подогрев, тем больше конвективная скорость, поэтому примем $V = V_0(T / T_0)^{1/2}$.

В этом случае перечисленные уравнения примут вид

$$5/2(P_0 / R) \tau_x - j_0 \tau^{-1/2} P_\gamma = (Gn_0 m_p / R^2)((m_c + m) / x^2) \quad (23)$$

$$m_x = 4\pi n_0 m_p R^3 x^2 \tau^{3/2} \quad (24)$$

$$(P_\gamma)_x = -j_0 R \tau P_\gamma \quad (25)$$

$$\tau_y + \frac{V_0}{R/t_0} \tau^{1/2} \tau_x = \left(\frac{\chi_0}{R^2/t_0} \right) \tau^{-1/2} \frac{(x^2 \tau_x)_x}{x^2} \quad (26)$$

Дифференцируя уравнение (23) по x , а затем подставляя в него уравнение (24), (25) и величину P_γ , выраженную из уравнения (23), получим

$$\frac{5}{2} \left(\frac{P_0}{R} \right) \cdot (x^2 \tau_x) - \frac{5}{2} \left(\frac{P_0}{R} \right) \frac{(x^2 \tau_x)_x}{x^2} - 4\pi G n_0^2 m_p^2 R \tau^{3/2} - \frac{2}{x} - \frac{1}{\tau} - j_0 R \tau = \frac{G n_0 m_p}{R^2} (m_c + m) \quad (27)$$

Далее, дифференцируя уравнение (27) по x и подставляя в него уравнения (24) и (26), получим следующий результат

$$4\pi G n_0^2 m_p^2 R \tau^{3/2} = \frac{5}{2} \left(\frac{P_0}{R} \right) \frac{R^2 / t_0}{\chi_0} \tau^{1/2} \left(\tau_y + \frac{V_0}{R/t_0} \tau^{1/2} \tau_x \right) - \frac{1}{x^2} \left(\frac{5}{2} \left(\frac{P_0}{R} \right) \frac{R^2 / t_0}{\chi_0} \tau^{1/2} \left(\tau_y + \frac{V_0}{R/t_0} \tau^{1/2} \tau_x \right) - \frac{-4\pi G n_0^2 m_p^2 R \tau^{3/2}}{\frac{2}{x} - \frac{1}{2\tau} - \alpha R \tau} \right) x^2$$

Полученное уравнение очень сложное – второго порядка и в частных производных. Можно найти его решения для $x \ll 1$ (в окрестности ядра скопления). В этом случае уравнение сводится к виду

$$\tau_y + V_0 / (R / t_0) \tau^{1/2} \tau_x = \alpha \tau, \quad (28)$$

где

$$\alpha = 1,7 \times 10^{-4} (n_0 / 10^2) (T_0 / 10^8)^{-1} (R / \text{Мпк}) (t_0 / \text{год}).$$

Ищем решение уравнения (28) в виде профиля температуры, смещающегося вдоль радиуса: $\tau = \tau(s) = \tau(y - x)$.

В этом случае профиль температуры описывается алгебраическим выражением

$$\ln \frac{T}{T_0} - \frac{V_0}{(r_* / t_*)} \left(\sqrt{\frac{T}{T_0}} - 1 \right) = \frac{t}{t_*} - \frac{r}{r_*}, \quad (29)$$

где

$$t_* = 5,9 \times 10^3 (n_0 / 10^2)^{-1} (T_0 / 10^8) (R / \text{Мпк})^{-1} \text{ год}$$

– характерное время смещения профиля температуры по радиусу,

$$r_* = 5,9 \times 10^3 (n_0 / 10^2)^{-1} (T_0 / 10^8) (t / \text{год})^{-1} \text{ Мпк}$$

– характерная ширина профиля температуры.

Решение (29) является солитоноподобным. Оно описывает уменьшение температуры от ядра скопления к его периферии при конвективном перемешивании газа.

Библиографический список

1. Поздняков, Л.А. Итоги науки и техники. Астрономия / Л.А. Поздняков, Н.М. Соболев, Р.А. Сюняев. – М.: ВИНТИ, 1986. – Т. 31. – С. 267.
2. Ленг, К. Астро-физические формулы / К. Ленг. – М.: Мир, 1978.
3. Франк-Каменецкий, Д.А. Физические процессы внутри звезд / Д.А. Франк-Каменецкий. – М.: Физматгиз, 1959.
4. Furusho T., Yamasaki N. Y., Ohashi T., *Astrophys. J.*, 2003, v. 596, p. 181.
5. Soliger A., Tucker W.H., *Astrophys. J. Lett.*, 1972, v. 175, L 107.
6. Brighenti F., Mathews W.G., *Astrophys. J.*, 2000, v. 535, p. 650.
7. Fabian A.C., Nulsen P.E.J., *MNRAS*, 1977, v. 180, p. 479.
8. Cowie L.L., Binney J., *Astrophys. J.*, 1977, v. 215, p. 723.
9. Reisenegger A., Miralda-Escudí J., Waxman E., *Astrophys. J. Lett.*, 1996, v. 457, L 11.
10. Fabian A.C. et al., *MNRAS*, 2002, v. 318, L 65.
11. Kellogg E., Murray S., *Astrophys. J. Lett.*, 1974, v. 193, L 37.
12. Heckman T.M. et al., *Astroph. J.*, 1989, v. 338, p. 48.

АКТИВНОСТЬ ГАЛАКТИЧЕСКОГО ЯДРА КАК РЕЗУЛЬТАТ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ ЗВЕЗД ГАЛАКТИКИ И ЦЕНТРАЛЬНОГО ГАЗОПЫЛЕВОГО ОБЛАКА

И.К. РОЗГАЧЕВА, доц. физического факультета МГПУ, канд. физ.-мат. наук,
В.М. ЧАРУГИН, проф. физического факультета МГПУ, д-р физ.-мат. наук

Изучение активности галактических ядер как астрофизического явления началось 60 лет назад, когда Сейферт опубликовал в 1942 г. первые спектры галактик с повышенной концентрацией яркости к центру [6]. По современным данным, для АЯГ от сейфертовских галактик до квазаров характерны следующие свойства.

1) Высокая светимость ($10^{45} - 10^{48}$ эрг / с) компактного ядра (размер не превышает нескольких парсек). В оптическом диапазоне непрерывный спектр АЯГ подобен спектру планетарных туманностей. В ультрафиолетовом (УФ) и рентгеновском (X) диапазонах спектр излучения сте-

пенной. Максимум спектра находится либо в УФ, либо X-диапазонах [7].

2) АЯГ является переменным источником. Наиболее быстро (часы) и существенно (в 6–7 раз) поток излучения меняется в X-диапазоне. В инфракрасном (ИК) диапазоне светимость изменяется примерно в 2 раза в течение месяцев.

Обнаружена связь между флуктуациями яркости σ и светимостью L_x АЯГ в X-диапазоне: чем больше светимость, тем меньше флуктуации светимости [8], причем

$$\sigma \propto L_x^{-\beta}, \quad (1)$$

где $0,18 < \beta < 0,36$.

3) Наиболее информативной особенностью АЯГ являются широкие и узкие эмиссионные линии. Все линии переменные. Они появляются с некоторым запаздыванием после всплеска излучения в непрерывном спектре. Линии высокой ионизации появляются раньше линий низкой ионизации. Широкие линии низкой ионизации смещены в красную часть спектра, а широкие линии высокой ионизации – в синюю часть спектра. Для узких линий подобных смещений не обнаружено [9]. Обнаружена связь между эквивалентной шириной линии W и светимостью L ядра галактики в оптическом диапазоне – эффект Балдина: чем больше светимость, тем меньше эквивалентная ширина. Все широкие линии несимметрично расширены в красную часть спектра. Наиболее уверенно это явление наблюдается для рентгеновской K_{α} линии железа на 6,4 кэВ. Полная ширина этой линии достигает 10^5 км/с в шкале скоростей [12–14]. Профиль и ширина линий свидетельствуют о том, что они связаны с процессами рекомбинации в облаках горячей плазмы, которые движутся хаотично в центральной области галактики со скоростями 500–30 000 км/с. Концентрация плазмы оценивается по времени существования линий (характерное время рекомбинации). Для широких линий концентрация не превышает 10^{10} см⁻³, для узких линий – 10^5 см⁻³.

4) Обнаружена поляризация излучения АЯГ. Для сейфертовских галактик поляризация излучения ядра не превышает 3 %, для квазаров – 30 %. Поляризация увеличивается с уменьшением длины волны. Излучение непрерывного спектра в УФ- и X-диапазонах более поляризовано, чем излучение эмиссионных линий [3].

5) В ярких АЯГ наблюдают как одиночные, так и двойные диаметрально противоположные джеты. Распределение направлений джетов относительно плоскостей галактик почти изотропно [4].

Обычно перечисленные свойства АЯГ пытаются объяснить в рамках унифицированной схемы [7]. В этой схеме рентгеновское излучение АЯГ генерируется во время дисковой аккреции вещества галактики на центральную массивную черную дыру (массы 10^6 – 10^9 масс Солнца). При всем разнообразии предполагаемых физических и геометрических свойств диска пока не удается объяснить всю совокупность свойств АЯГ [11, 12]. Например, что свойства

линии 6,4 кэВ указывают на существование аккреционного диска. Однако эта линия не обнаружена в спектрах квазаров, которые рассматриваются как АЯГ с очень мощной аккрецией. Отметим также, что гипотеза о существовании черных дыр не имеет прямых и бесспорных подтверждений. Имеются косвенные указания [5, 13]. Поэтому имеет смысл рассматривать другие модели активности галактических ядер.

В настоящей работе предложена сравнительно простая модель АЯГ без черной дыры. Мы рассматриваем гипотезу о том, что в центре галактики находится небольшое (радиус меньше 10^{-3} пк), но плотное облако полностью ионизованной водородной плазмы с концентрацией 10^5 см⁻³ < n < 10^{10} см⁻³. Масса облака не превышает нескольких масс Солнца. Облако освещается со всех сторон излучением звезд галактики. Если длина свободного пробега фотонов относительно рассеяния на электронах не превышает размеров облака, то при этом рассеянии может происходить нагрев плазмы. Наиболее эффективно нагрев осуществляется ИК-излучением звезд. В облаке температура плазмы достигает 10^6 – 10^9 К. Такая горячая плазма взаимодействует с излучением всех звезд галактик и переизлучает его в ультрафиолетовом и рентгеновском диапазоне. Внешний наблюдатель обнаружит, что яркость облака сравнима с яркостью всей галактики.

Нагрев плазмы приводит к конвективному перемешиванию облака. Это перемешивание объясняет быструю переменность АЯГ, связь между светимостью ядра и флуктуациями светимости (1). Действительно, излучение плазмы и ее конвективное перемешивание имеют один источник энергии – суммарное излучение звезд галактики. Чем больше энергии плазмы идет на процессы излучения фотонов, тем меньше энергии остается на генерацию конвективного перемешивания плазмы. Если флуктуации светимости связаны с высвечиванием тепловой энергии горячих конвективных потоков, то эти флуктуации тем меньше, чем слабее конвекция. Следовательно, чем больше светимость ядра, тем слабее конвекция и тем меньше флуктуации светимости. Этот вывод согласуется с наблюдаемой закономерностью (1).

Широкие эмиссионные линии образуются в конвективных ячейках плазмы. Чем сильнее конвекция, тем шире и интенсивнее линии излучения. Однако светимость облака тем меньше,

чем сильнее конвективное перемешивание плазмы. Поэтому между светимостью облака и эквивалентной шириной эмиссионных линий должна быть антикорреляция, как в эффекте Балдвина. Заметим, что эффект Балдвина не объясняется в рамках унифицированной схемы [10].

Учет конвективного перемешивания позволяет качественно понять 4 и 5 из перечисленных свойств АЯГ. При конвективном перемешивании может происходить генерация магнитного поля магнитогидродинамическим механизмом. Тогда излучение плазмы, находящейся в магнитном поле, будет поляризовано.

Если джеты являются результатом развития гидродинамических неустойчивостей в замагниченной плазме, то их направления не всегда перпендикулярны плоскости галактики. Излучение джетов должно иметь синхротронную природу, как и наблюдается в действительности.

Нагрев центрального облака плазмы в изотропном поле излучения звезд галактики

Рассмотрим случай сферически симметричного облака водородной плазмы. Пусть распределение яркости I_λ по наблюдаемому диску звездной системы описывается распределением Хаббла [14]

$$I_\lambda = I_o \left(1 + \frac{r}{l}\right)^{-2}, \quad (2)$$

где l – характерный масштаб АЯГ.

Постоянная нормировки I_o определяется из условия для светимости системы

$$L = 2\pi \int_0^R I_\lambda r dr \approx 2\pi I_o l^2 \ln\left(\frac{R}{l} - 1\right), \quad (3)$$

где R – характерный радиус галактики.

Определим светимость L как суммарную светимость N звезд с некоторой средней светимостью L_λ : $L = L_\lambda \times N$. Плотность излучения внутри сферы V равна

$$\varepsilon_\lambda = \frac{I_\lambda(r < l)}{c} \approx 1,7 \times 10^{-3} \left(\frac{L_\lambda}{L_o}\right) \left(\frac{N}{10^{12}}\right) \times \left(\frac{l}{\text{пк}}\right)^{-2} \left(\ln \frac{R}{l} - 1\right)^{-1} \frac{\text{эрг}}{\text{см}^3 \text{мкм}} \quad (4)$$

где c – скорость света, $L_o = 2,8 \times 10^{33}$ эрг/с – светимость Солнца в ближнем инфракрасном диапазоне $\lambda = 0,8 - 2$ мкм.

Плотности излучения (4) соответствует яркостная температура

$$T_\lambda = \frac{\lambda^4 \varepsilon_\lambda}{2k} = 6,1 \left(\frac{L_\lambda}{L_o}\right) \left(\frac{N}{10^{12}}\right) \times \left(\frac{l}{\text{пк}}\right)^{-2} \left(\ln \frac{R}{l} - 1\right)^{-1} \left(\frac{\lambda}{\text{мкм}}\right)^4 K, \quad (5)$$

где k – постоянная Больцмана.

Если принять $L_\lambda = L_o$, $N = 10^{12}$, $R = 10^4$ пк, то яркостная температура (5) изменяется в пределах от 10^6 К до 10^9 К при изменении масштаба l от 5×10^{-4} пк до 5×10^{-6} пк.

Будем считать поле излучения изотропным в объеме V , тогда длина свободного пробега фотонов в плазме с концентрацией n равна

$$\Delta = (\sigma_T n)^{-1} = 5 \times 10^{-5} (n / 10^{10} \text{см}^{-3})^{-1}, \quad (6)$$

где σ_T – томсоновское сечение.

Если плазма оптически толстая ($l > \Delta$), то многократные рассеяния фотонов приведут к установлению теплового равновесия между излучением и плазмой и давлением внутри облака и внешним давлением излучения звезд. Плазма нагревается до эффективной температуры, характерной для звезд (меньше 10^5 К). Это равновесие неустойчиво, так как плотность излучения (4) превышает эддингтоновский предел

$$\varepsilon_E = \frac{L_E}{4\pi l^2 c},$$

где светимость Эддингтона равна

$$L_E = 1,3 \times 10^{38} (M / M_o) \text{ эрг/с}, \\ M / M_o = 0,1 (n / 10^{10} \text{см}^{-3}) (l / \text{пк})^3,$$

где M – масса облака плазмы;

M_o – масса Солнца.

Давление излучения взорвет облако. Поэтому для модели долгоживущего АЯГ следует рассматривать оптически тонкую плазму.

В оптически тонкой плазме ($l \leq \Delta$) фотон испытывает не более двух рассеяний на электронах и хотя бы в одном отдает часть энергии и импульса электрону. Разница энергий поступающего и уходящего излучений идет на нагрев плазмы. Если частоты фотонов меньше плазменной, то плазма нагревается до температуры порядка T_λ (см. подробнее [15]). Характерное время нагрева электронов равно

$$t_1 = (3 / 8) (m_e c / \sigma_T \varepsilon_\lambda) = 7,5 \times 10^3 (L_\lambda / L_o)^{-1} \times (N / 10^{12})^{-1} (l / \text{пк})^2 (\ln(R / l) - 1) \text{ лет}. \quad (7)$$

Горячие электроны быстро нагревают протонную компоненту до температуры (5) за время

$$t_2 = 5,6 \times 10^{-12} (n / 10^{10} \text{см}^{-3})^{-1} (T / 10^{10} \text{К})^{3/2} \text{ лет}. \quad (8)$$

Горячая плазма высвечивает тепловую энергию благодаря тормозным и рекомбинацион-

ным процессам. Характерное время высвечивания тепловой энергии равно

$$t_3 = (T / 10^{10} \text{ К})^{1/2} (n / 10^{10} \text{ см}^{-3})^{-1} \text{ лет} \quad (9)$$

Тормозное излучение единицы объема водородной плазмы равно

$$i_{ep} = 1,4 \times 10^{-27} T_\lambda^{1/2} n^2 \text{ эрг/см}^3 \text{ с.}$$

Тормозная светимость облака горячей плазмы равна

$$L_{ep} = \frac{4\pi l^3}{3} \cdot \epsilon_{ep} = 10^{41} \left(\frac{l}{\Delta}\right)^2 \left(\frac{L_\lambda}{L_0}\right)^{1/2} \times (N / 10^{12})^{1/2} (\ln(R / l) - 1)^{-1/2} (\lambda / \text{мкм})^2 \text{ эрг/с.} \quad (10)$$

Светимость (10) максимальна для $l = \Delta$ и больше эддингтоновского предела

$$L_E = 6,5 \cdot 10^{32} \left(\frac{l}{\Delta}\right)^3 \left(\frac{\Delta}{\text{пк}}\right)^{-1} \text{ эрг/с} \quad (11)$$

если $L_\lambda = L_0$ и $N = 10^{12}$. Поток тормозного излучения не разрушает оптически тонкое облако, т.к. не на каждом электроны происходит рассеяние фотонов. Поэтому облако устойчивое. Светимость (10) меньше светимости, характерной для АЯГ. Поэтому, если светимость АЯГ обеспечивается тормозными процессами, облаков должно быть много, чтобы их суммарная светимость была порядка светимости АЯГ. Однако в этом случае суммарная масса облаков будет достаточной для образования черной дыры. Для того чтобы этого избежать, надо учесть, что горячая плазма взаимодействует с излучением окружающих звезд, согласно обратному Комптон-эффекту.

В этом случае горячие электроны преобразуют ИК- и оптическое излучение звезд в УФ- и X-излучение. Характерное время этого процесса равно

$$t_4 = \frac{1}{4} \frac{m_e c}{\sigma_T n k T} = 2,7 \times 10^{-5} (n / 10^{10} \text{ см}^{-3})^{-1} (T / 10^{10})^{-1} \text{ лет.} \quad (12)$$

Время (12) меньше времени (9), если $T > 2,3 \cdot 10^7 \text{ К}$ (размер облака $l < 10^{-3} \text{ пк}$). Такое облако оптически тонкое при $n < 5 \cdot 10^8 \text{ см}^{-3}$. В нем происходит эффективное преобразование ИК- и оптического излучения обычных звезд галактики в УФ- и X-излучение. Светимость облака сравнима со светимостью галактики. Непрерывный спектр излучения степенной, т.к. он образуется благодаря обратному Комптон-эффекту [15]. За время (12) в X- и УФ-диапазонах высвечивается основная часть тепловой энергии плазмы. Затем плазма опять нагревается ИК-излучением

звезд и процесс генерации X- и УФ-излучения повторяется. Поэтому наблюдаемое излучение облака будет обладать квазипериодичностью с характерными временами (7) и (12). Динамическое описание этой квазипериодичности является сложной задачей, требующей исследования кинетики процессов комптоновского нагрева плазмы (7) и комптоновского охлаждения плазмы (12). В настоящей работе эта задача не рассматривается. Ниже мы изучим гидродинамическую модель плазмы, находящейся в поле изотропного излучения. Эта модель позволяет понять динамическую природу быстрой переменности и особенности спектральных линий АЯГ.

Динамика горячей облака плазмы включает два процесса переноса тепла: теплопроводность и конвекция. В плазме эти процессы осуществляются электронами и фотонами. При $T > 10^6 \text{ К}$ и $n > 10^6 \text{ см}^{-3}$ основное значение имеет лучистые теплопроводность и конвекция, т.к. характерный тепловой сдвиг электронов в рассматриваемой плазме – длина Дебая – мал по сравнению с длиной свободного пробега фотонов. Поэтому мы будем описывать процессы переноса, учитывая только взаимодействие фотонов с электронами. Вклад тормозных фотонов не учитывается, так как плотность энергии тормозного излучения плазмы мала по сравнению с плотностью энергии излучения звезд (4). Характерное время лучистой теплопроводности равно

$$t_\chi = t_4. \quad (13)$$

При конвективном движении макроскопические движения элементов плазмы тормозятся лучистой вязкостью. В этом случае надо учесть изменение импульса протонов из-за рассеяния фотонов на электронах. Характерное время лучистой вязкости равно

$$t_\eta = \frac{3}{4} \frac{m_p c}{\sigma_T \epsilon_\lambda} = 1,4 \cdot 10^6 \left(\frac{L_\lambda}{L_0}\right)^{-1} \times (N / 10^{12})^{-1} (l / \text{пк})^2 (\ln(R / l) - 1)^{-1} \text{ лет.} \quad (14)$$

Модель конвективного перемешивания облака водородной плазмы в изотропном поле излучения

Рассмотрим сферически симметричное невращающееся облако водородной плазмы с массой M и радиусом R . Выберем сферическую систему координат с началом в центре облака. Для упрощения модели будем считать, что, во-

первых, плотность ρ гидродинамического элемента плазмы является функцией температуры T и не зависит явно от времени и координат. Это предположение позволяет описывать плазму на масштабах l больше дебаевского как несжимаемую жидкость. Во-вторых, пусть три компоненты скорости элемента $\vec{V} = \{V, V, V\}$ одинаковые и не зависят явно от времени и координат. Скорость зависит от температуры элемента. В этом случае все частные производные функции $V(T)$ по времени и координатам равны нулю. Тогда уравнение движения элемента сводится к уравнению гидродинамического равновесия

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{GM(r)}{r^2} \rho$$

где $M(r)$ – масса плазмы в сфере радиуса r ;
 r – радиальная координата элемента с плотностью $\rho = m_p n$;
 P – давление плазмы.
 Распределение массы в облаке описывается уравнением

$$\frac{dM}{dr} = 4\pi r^2 \rho. \quad (16)$$

Изменение температуры элемента вследствие лучистой теплопроводности будем описывать нерелятивистским уравнением теплопроводности несжимаемой жидкости

$$\frac{\partial T}{\partial t} + V \frac{\partial T}{\partial r} = \chi \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right), \quad (17)$$

где χ – коэффициент лучистой теплопроводности.

В нашей модели теплопроводность осуществляется фотонами изотропного поля излучения. Вычисление коэффициента χ в рамках кинетической теории плазмы и излучения является пока нерешенной задачей. Поэтому мы оценим χ качественно. По порядку величины коэффициент теплопроводности равен произведению длины свободного пробега фотонов $\Delta = (\sigma_T n)^{-1}$ и скорости теплопроводности $v_\chi = R/t_\chi$. Коэффициент теплопроводности равен

$$\chi = \Delta \cdot v_\chi = 4R \frac{kT}{m_e c}. \quad (18)$$

Для аналитического решения уравнений (15–17) необходимо определить уравнение состояния плазмы в поле изотропного излучения. В нашей модели рассматривается оптически тонкая плазма.

При высокой плотности излучения давление плазмы связано с взаимодействием протонов. Кулоновское взаимодействие важно на масштабах меньших дебаевского l_D . В гидродинамическом приближении ($l > l_D$) давление плазмы определяется обменом энергией между электронами благодаря рассеянию фотонов (Комптон-эффект). В первом приближении уравнение состояния можно записать в виде

$$P = knT - \Delta P, \quad (19)$$

где ΔP характеризует изменение давления плазмы вследствие взаимодействия горячих электронов с изотропным излучением. Для качественного анализа достаточно использовать оценку ΔP как плотности энергии, которая отдана (получена) излучению горячими (холодными) электронами. Эффективное изменение плотности энергии электронов в единицу времени равно $n(dE/dt)$, где

$$\frac{dE}{dt} = \frac{8}{3} \sigma_T c \epsilon_\lambda (kT / m_e c^2).$$

Время передачи энергии по порядку величины равно

$$t = \frac{m_e c}{4\sigma_T n k T_\lambda}.$$

Тогда

$$\Delta P = \mp n \cdot \frac{dE}{dt} \cdot t = \mp \frac{2}{3} \epsilon_\lambda \frac{T}{T_\lambda},$$

где знак минус соответствует остыванию электронов в объеме l^3 , знак плюс – нагреву электронов.

Эффективное уравнение состояния имеет вид $P = kT n_{eff}$ где

$$n_{eff} = n_0 \left(\frac{T}{T_0} \right)^{3/2} \left(1 \mp \beta^3 \left(\frac{T}{T_0} \right)^{-3/2} \right),$$

$$\beta^3 = (2/3) (\epsilon_\lambda / n_0 k T_\lambda) = 1,3 \times 10^2 (n_0 / 10^{10} \text{см}^{-3})^{-1} (\lambda / \text{мкм})^{-4}. \quad (21)$$

Здесь использовано уравнение политропы для идеального газа $n \propto T^{3/2}$.

В уравнение (17) входит функция $V(T)$.

Мы выберем функцию $V(T)$ в виде

$$v = v_0 \sqrt{\frac{T}{T_0}}, \quad (22)$$

где v_0 и T_0 определяются граничными и начальными условиями задачи.

Перейдем к безразмерным переменным $y = ct/R$, $x = r/R$, $\tau = T/T_0$, $u = v/c$, $\Omega = n/n_0$. Систему уравнений (2–9) можно привести к двум уравнениям

$$\frac{1}{x^2} (x^2 \tau_x)_x = -\frac{4\pi G m_p^2 n_0 R^2}{kT_0} \cdot \tau^{3/2} (1 \mp \beta^3 \tau^{-3/2})$$

$$\tau_y + u_0 \tau^{1/2} \cdot \tau_x = 4 \left(\frac{kT_0}{m_e c^2} \right) \tau \frac{1}{x^2} (x^2 \tau_x)_x, \quad (23)$$

где $u_0 = v_0/c$ и нижние индексы y и x означают дифференцирование по переменным y и x .

Два уравнения (23) можно заменить одним уравнением вида

$$\tau_y + u_0 \tau^{1/2} \tau_x = -\alpha \tau^{5/2} (1 \pm \beta^3 \tau^{-3/2}), \quad (24)$$

где

$$\alpha = 16\pi \frac{G m_p^2}{m_e c^2} n_0 R^2 = 1,4 (n_0 / 10^{10} \text{см}^{-3}) (R / \text{пк})^2.$$

Уравнение (24) описывает изменение температуры элемента плазмы во времени и при его движении по радиусу облака. Мы будем искать ограниченное решение этого уравнения. Перейдем к переменной

$$S = y - x. \quad (25)$$

Тогда уравнение (24) примет вид

$$\frac{d\tau}{ds} = -\alpha \tau \frac{\tau^{3/2} \mp \beta^3}{1 - u_0 \tau^{1/2}}. \quad (26)$$

Решение уравнения (26) записывается в виде алгебраического уравнения

$$\frac{3\alpha\beta^3}{u_0} (s - s_0) = \left\{ \beta \ln \left| \frac{(\beta \mp z)^2}{\beta^2 \pm \beta z + z^2} \right| - 2\sqrt{3} \arctg \frac{2z \pm \beta}{\sqrt{3}\beta} \pm \frac{2}{u_0} \ln \left| \frac{z^3}{\beta^3 \mp z^3} \right| \right\} \Big|_{z_0}^z. \quad (27)$$

Уравнение (27) удовлетворяет условию $\tau(s \rightarrow s_0) = \tau_0$, которое соответствует граничному и начальному условию задачи. Функция $\tau(s)$ имеет солитоноподобные свойства. Солитон $\tau(s)$ движется со скоростью $V = V_0 \sqrt{\tau} < c$. Ширина солитона равна

$$\zeta = R \frac{u_0}{3\alpha\beta^2} = 9 \cdot 10^{-3} \left(\frac{V_0}{c} \right) \times \left(\frac{n_0}{10^{10} \text{см}^{-3}} \right)^{-1/3} \left(\frac{R}{\text{пк}} \right)^{-1} \left(\frac{\lambda}{\text{МкМ}} \right)^{-8/3} \text{пк}.$$

Решение $T(s)$ имеет пять параметров V_0, T_0, n_0, l, R , которые выбираются в соответствии с наблюдениями.

Заключение

Основное предположение описанной модели АЯГ состоит в том, что изотропное поле излучения с высокой плотностью энергии в центре галактики создается звездами самой галактики.

Убедимся в том, что эта гипотеза, во-первых, не противоречит наблюдаемым данным, и, во-вторых, не требует высокой концентрации звезд к центру.

Наблюдаемое распределение яркости эллиптических галактик описывается формулой

$$I = \frac{I_0}{(1 + r/a)^2}, \quad (28)$$

где a – радиус изофоты, в пределах которой содержится 50 % полной светимости системы.

Для нормальных галактик параметр a равен нескольким килопарсекам.

В сферической системе распределение яркости (28) можно получить с помощью одинаковых звезд (светимость L_λ), распределение которых в простейшем случае описывается функцией

$$\rho = \rho_0 \frac{1}{(1 + r/a)^3}. \quad (29)$$

Тогда

$$I(r) = 2L_\lambda \int_r^R \rho(y) dy \text{ и } a \ll R,$$

$$I_0 = 2L_\lambda \int_0^R \rho dy \approx a \rho_0 L_\lambda.$$

Основная масса звезд содержится внутри сферы радиуса a . Распределения (28) и (29) удовлетворительно описывают внешние слои эллиптических галактик.

Распределение яркости АЯГ имеет клочковатую структуру и не описывается монотонным распределением (28). Пусть такую клочковатую структуру можно представить в виде системы концентрических слоев. Это предположение не противоречит наблюдениям. В галактиках обнаружены кольцевые структуры в распределении газа, пыли и молодых звезд. Распределение яркости для каждого слоя имеет вид

$$I_i(a_i < r < a_{i+1}) = \frac{A_i}{(1 + r/a_i)^2},$$

где $i = 1, 2, \dots, m, 0 < a_1 < a_2 < a_m < R, m$ – целое число слоев.

Распределение звезд в каждом слое описывается формулой

$$\rho_i = \frac{\rho_{i0}}{(1 + r/a_i)^3}.$$

Если все звезды одинаковые, то $A_i \approx a_i \rho_{i0} L_\lambda$. Выберем параметры ρ_{i0} и a_i так, чтобы выполнялись равенства для всех i

$$\frac{a_i}{a_{i-1}} = \frac{R}{a_m}, \rho_{i0} a_i^3 = \rho_{m0} a_m^3.$$

В этом случае в каждом слое содержится одинаковое число звезд

$$\bar{N} \approx 4\pi\rho_{m0} a_m^3 \ln \frac{2R}{(1+\sqrt{2})a_m}.$$

Полное число звезд равно $N = m\bar{N}$. Отношение максимальных яркостей соседних слоев постоянно

$$\frac{A_i}{A_{i+1}} = \left(\frac{a_{i+1}}{a_i}\right)^2 = \left(\frac{R}{a_m}\right)^2.$$

В такой системе слоев центральная область гораздо ярче периферии, т.к.

$$\frac{A_1}{A_m} = \left(\frac{a_m}{a_1}\right)^2 \gg 1.$$

Таким свойством обладает АЯГ.

Система слоев неустойчива относительно сжатия. Стабилизировать внешние слои можно с помощью вращения, тогда звезды будут редко приближаться к центру системы. Сжатию центральных слоев будет препятствовать давление излучения, если плотность энергии ϵ_λ в сфере радиуса $a_2 = l$ больше эддингтоновского предела

$$\begin{aligned} \epsilon_E &= L_E / 4\pi l^2 c = \\ &= 3,8 \times 10^{-11} (M / M_0) (l / \text{пк})^{-2} (\text{эрг/см}^3), \end{aligned}$$

где M – масса внутри слоя от $r = a_1$ до $r = l$;

M_0 – масса Солнца.

Число звезд в слое по порядку величины равно $\bar{N} = M / M_0$. Из условия стабилизации $\epsilon_E \leq \epsilon_\lambda$ следует, что число слоев должно быть большим

$$m = \frac{N}{\bar{N}} > 10^4 \left(\frac{L_\lambda}{L_0}\right)^{-1}.$$

Отметим, что асимптотика найденного выше решения $n \approx z^3$ совпадает с распределением (3), если $\tau < 1$ и $r/a \ll 1$. Этот факт свидетельствует в пользу модели АЯГ, описанной в данной работе.

Эта модель позволяет качественно понять свойства спектральных линий АЯГ. Несимметричное уширение линий в красную сторону спектра связано с тем, что в облаке образуются чаще конвективные ячейки с невысокой концентрацией $n < 10^8 \text{ см}^{-3}$. Они движутся и остывают быстрее плотных ячеек $n > 10^8 \text{ см}^{-3}$. Процессы рекомбинации в них происходят на стадии паде-

ния к центру облака (движутся от наблюдателя), поэтому рекомбинационные линии уширены в красную сторону. Линии, соответствующие высокой степени ионизации, образуются в плотных ячейках на стадии их удаления от центра облака. Они приближаются к наблюдателю, поэтому наблюдается синее смещение линий. Линии низкой ионизации образуются в остывших ячейках, падающих к центру облака. Они удаляются от наблюдателя, поэтому наблюдается красное смещение линий.

Предложенный механизм активности галактических ядер качественно объясняет обнаруженную корреляцию амплитуды переменности и светимости в X-диапазоне (1). Действительно, медленная квазипериодичность АЯГ наблюдается как смена эпох максимальной и минимальной светимости. В эпоху максимума расход энергии на генерацию конвективных движений в плазме минимален. Почти вся лучистая энергия, поступающая в облако, переизлучается плазмой. Поэтому амплитуда быстрой переменности АЯГ, которая связана с конвективным перемешиванием, мала. В эпоху минимума светимости конвективное перемешивание эффективно переносит лучистую энергию. Поэтому амплитуда быстрой переменности больше, чем в эпоху максимума светимости.

Библиографический список

1. Засов, А.В. Физика звезд и галактик / А.В. Засов. – М.: МГУ, 1993.
2. Левич, В.Г. Курс теоретической физики / В.Г. Левич, Ю.А. Вдовин, В.А. Мямлин. – М.: Наука, 1971. – Т. 2. – гл. VII.
3. Новиков И.Д., Фролов В.П. // Успехи физических наук. – 2001. – Т. 171. – № 3. – С. 307.
4. Поздняков, Л.А. Итоги науки и техники. Астрономия / Л.А. Поздняков, Н.М. Соболев, Р.А. Сюняев. – М.: ВИНТИ, 1986. – Т. 31. – С. 267.
5. Холопов, П.Н. Звездные скопления / П.Н. Холопов. – М.: Наука, 1981.
6. Baldwin J.A. // Astrophys. J., 1977, v.214, p. 679.
7. Benn C.R., Vigotti M. // MNRAS, 2002, v. 329, p.221.
8. Blanton E.L., Gregg M.D. // Astronomical J., 2001, v. 121, p. 2915.
9. Woo J.-H., Urry C.M. // Astrophys. J., 2002 v. 579, p. 530.
10. Kinney A.L., Schmitt H.R. et.al// Astrophys. J., 2000, v. 537, p. 152.
11. Tanaka Y. et.al // Nature, 1995, v. 375, p. 659.
12. Fabian A.C., Iwasawa K. // PASP, 2000, v. 112, p. 1145.
13. Haugh D. H., Vermeulen R.C. // Astronomical J., 2002, v.123, p. 1258.
14. Hawkins M.R.S. // MNRAS, 2002, v. 329, p. 76.
15. Magorrian J., Tremaine S.// MNRAS, 1999, v.309, p.447.

ВЛИЯНИЕ ТУРБУЛЕНТНОЙ ПЛАЗМЫ НА СПЕКТР СИНХРОТРОННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ВЫБРОСОВ АКТИВНЫХ ЯДЕР ГАЛАКТИК И КВАЗАРОВ

Е.Н. КОНЬКОВА, *асп. физического факультета МГПУ,*

В.М. ЧАРУГИН, *проф. физического факультета МГПУ, д-р физ.-мат. наук*

Считается общепризнанным, что излучение большинства компактных внегалактических радиоисточников обусловлено синхротронным механизмом с распределением ансамбля релятивистских электронов по степенному закону $N(E) = KE^{-n}$ и спектральной плотностью потока $F \sim \nu^{-\alpha}$, где спектральный индекс $\alpha = (n - 1) / 2$. У большинства источников наблюдаются протяженные выбросы (джеты), характерные для активных ядер галактик. Наблюдения показывают, что низкочастотное радиоизлучение выбросов многих радиоисточников имеет завалы спектров на частотах $\nu \leq 10$ ГГц со спектральным индексом $1 < \alpha < 4$, которые пока не удается объяснить с помощью одной только синхротронной модели.

Одна из возможностей объяснить низкочастотное радиоизлучение таких объектов – это предположить наличие турбулентной плазмы в выбросах радиоисточников и ее влияние на спектр синхротронного излучения.

На роль турбулентной плазмы в космических источниках обращалось внимание во многих работах В.Н. Цытовича, согласно которым в интенсивных космических источниках радиоизлучения должен существовать довольно высокий уровень плазменной турбулентности [1, 2]. Турбулентной плазмой принято называть состояние, при котором могут возбуждаться волны разных мод в широких интервалах частот и волновых чисел. В космических условиях такая плазма может встречаться довольно часто.

Хорошо известно, что плазма может влиять на спектр синхротронного излучения различными способами, например, синхротронное самопоглощение, эффект Разина–Цытовича. В качестве еще одного механизма, искривляющего спектр, можно предложить рассеяние излучения на ленгмюровской турбулентности. Наличие турбулентной плазмы в области генерации электромагнитного излучения должно приводить к эффекту рассеяния электромагнитного излучения на волнах плазменной турбулентности и существенно исказить спектр радиоизлучения на низких частотах. Теория показывает, что наиболее эффек-

тивно возбуждаются продольные ленгмюровские колебания с частотой $\nu_{pl} \approx 8,9 \cdot 10^3 \sqrt{n_e}$. Мы будем рассматривать процесс рассеяния именно на таких продольных ленгмюровских пульсациях. Однако если плазма неоднородна, т.е. электронная температура сильно отличается от ионной, то возможны ионные и ионно-звуковые волны. В данной работе ограничимся случаем однородной и изотропной плазмы и будем рассматривать только турбулентность ленгмюровских волн. Источник турбуликации, которым может быть, например, мощный поток излучения, в работе не рассматривается, и предполагается, что плотность энергии и спектр турбулентности задан.

Исследованию взаимодействия излучения с турбулентной плазмой посвящено много работ, среди которых следует выделить следующие.

В работе [11] предложено, что нетепловое радио и инфракрасное излучение квазаров может происходить в турбулентной плазме. В [1] авторы рассмотрели возбуждение в плазме турбулентных волн разных типов и дали численные оценки мощности турбулентных пульсаций применительно к квазарам, остаткам сверхновых и ядрам сейфертовских галактик, согласно которым наибольший уровень плазменной турбулентности должен наблюдаться в квазарах. Согласно [3], коллективные процессы в плазме могут существенно видоизменить процессы излучения, особенно на частотах, не сильно отличающихся от плазменной.

Для начала приведем оценки мощности ленгмюровской турбулентности исходя из теории распадных процессов. В качестве примера рассмотрим радиоисточник квазар 3С345. Формулы для расчетов можно взять, например из [1]. Максимальная плотность потока в спектре радиоизлучения квазара 3С345 наблюдается на частоте $\nu \sim 5 \times 10^9$ ГГц. При этом спектральная мощность энергии электромагнитного излучения, как и для большинства квазаров, $W^l \sim 1$ эрг·см⁻³.

Полная мощность плазменной турбулентности ленгмюровских волн Q^l , возникающая за счет распадного процесса, равна

$$Q^l(t \rightarrow l + t') = 0,3 \frac{(W^l)^2}{n_e \cdot m_e c^2} \cdot \frac{\omega_{pl}^4}{\omega^3} \quad (1)$$

Здесь концентрация тепловых электронов принята равной $n_e = 10^6 \text{ см}^{-3}$, температура электронов $T_e = 10^6 \text{ K}$, ω_{pe} – плазменная частота турбулентности. При таких параметрах мощность плазменной частоты оказывается $Q^l \sim 10^2 \text{ эрг} \times \text{см}^{-3} \times \text{с}^{-1}$. Сравним эту мощность с мощностью тепловой энергии Q_0 при тех же параметрах источника:

$$Q_0 = \omega_{pl} n_e k T_e \sim 10^3 \text{ эрг} \times \text{см}^{-3} \times \text{с}^{-1} \quad (2)$$

Видно, что уровень плазменной турбулентности Q^l / Q_0 будет значительным.

Таким образом, в компактных радиоисточниках следует ожидать высокого уровня плазменной турбулентности. Рассеяние электромагнитных колебаний на ленгмюровских плазменных волнах приводит к увеличению пути фотона в плазме и изменяет оптическую толщину. Это должно заметно исказить спектр выходящего излучения, и, следовательно, для оценки оптической толщины необходимо принимать во внимание процессы рассеяния.

Влияние томсоновского рассеяния и рассеяния плазменными колебаниями на спектр теплового излучения исследовалось в работах [5, 6].

Пусть в области генерации синхротронного излучения возбуждаются волны ленгмюровской турбулентности в небольшом интервале волновых чисел Δk .

Для малых частот электромагнитных волн, удовлетворяющих условию

$$\omega \approx \omega_{pl} \frac{c}{V_{Te}} \left(\frac{m_e}{m_i} \right)^{1/5}, \quad (3)$$

или $\omega \approx 10^4 \sqrt{n_e}$, рассеяние на ленгмюровских пульсациях интегрально по углам и не зависит от частоты. В этом случае справедливо выражение для времени одного рассеяния

$$\sigma = \frac{\sqrt{6\pi}}{2\pi} \sqrt{\frac{m_i}{m_e}} \left(\frac{V_{Te}}{c} \right)^3 \left(1 + \frac{T_e}{T_i} \right) \omega_{pl} \sqrt{\frac{Q^l}{Q_0}}, \quad (4)$$

где T_e и T_i – температуры электронов и ионов соответственно;

m_e и m_i – массы электронов и ионов;

V_{Te} – скорость теплового движения электронов.

При больших частотах, удовлетворяющих условию

$$\omega \gg \omega_{pl} \frac{c}{V_{Te}}, \quad (4)$$

рассеяние происходит на малые углы и возникает сильная зависимость от частоты. В этом случае для коэффициента упругого рассеяния справедливо выражение

$$\sigma_d = \frac{3\sqrt{6\pi}}{4} \sqrt{\frac{m_i}{m_e}} \left(\frac{V_{Te}}{c} \right)^3 \times \left(1 + \frac{T_e}{T_i} \right) \sqrt{\frac{Q^l}{Q_0}} \left(\frac{\omega_{pl} c}{2V_{Te} \omega} \left(\frac{m_e}{m_i} \right)^{1/5} \right)^4 \quad (5)$$

т.е. σ_d очень быстро спадает с частотой. Турбулентность ленгмюровских волн не возбуждается при волновых числах больших $k_{kp} = 3 / d_e$ и электромагнитные волны с частотами $\omega > k_{kp} c$ уже не взаимодействуют с плазменной турбулентностью, поскольку для интегрального рассеяния по углам необходимо, чтобы волновое число плазмона было близко к волновому числу электромагнитной волны.

Связь σ с оптической толщиной имеет вид: $\tau_l = \sigma(R / c)$.

Оптическая толщина по томсоновскому рассеянию равна

$$\tau_T = \sigma_T n_e R,$$

где n_e – концентрация тепловых электронов;

R – размер источника, $\sigma_T = 6,6 \times 10^{-25} \text{ см}^2$.

Существует критическое значение мощности плазменной турбулентности Q_{kp} [2], для которого σ превосходит томсоновское, т.е. $\tau_l > \tau_T$

$$Q_{kp} \sim Q_0 \frac{m_e}{m_i} \left(\frac{V_e}{\omega_{pl}} \right)^2. \quad (6)$$

Значения σ и σ_d обычно всегда на много порядков превосходят томсоновское сечение, и рассеяние в турбулентной плазме довольно высоко.

Рассмотрим теперь область синхротронного излучения размером R , концентрацией релятивистских и тепловых электронов N_e и n_e , магнитным полем H .

Коэффициенты синхротронного излучения и поглощения j_s и μ_s можно взять, например, из работы [7]

$$j_s \sim N_e H_{\perp}^2 v^{\frac{n+1}{2} - \frac{(1-n)}{2}}$$

$$\mu_s \sim N_e H_{\perp}^2 v^{\frac{n+2}{2} - \frac{(n+4)}{2}}$$

Здесь N_e а – плотность релятивистских электронов. Введем оптическую толщину по синхротронному поглощению $\tau_s = \mu_s R$. Тогда решение уравнения $\mu_s(v_s)R = 1$ определяет частоту ν_s , ниже которой источник непрозрачен из-за синхротронного самопоглощения. В спектре имеется излом, слева от которого поток $F_{\nu} \sim \nu^{5/2}$, а справа – $F_{\nu} \sim \nu^{(n-1)/2}$.

Предположим, что в области генерации синхротронного излучения возбуждена ленгмюровская турбулентность.

Уравнение переноса излучения с учетом рассеяния запишется в виде

$$\cos \theta \frac{dI_v}{dx} = (\sigma_T n_e + \frac{\sigma}{c}) I_v + \mu_s I_v - \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} I_v (\sigma_T n_e + \sigma/c) d\Omega - \mu_s S_v, \quad (7)$$

где функция источника $S_v = j_s / \mu_s$.

Учет рассеяния, по-видимому, впервые применялся в работе [8] для теплового излучения применительно к звездным атмосферам. При решении уравнения переноса с учетом рассеяния электромагнитных волн в турбулентной плазме ограничимся упрощенными методами для случая изотропного рассеяния, считая, что источники излучения расположены в плоскопараллельной среде. Будем решать уравнение (7) в приближении Эддингтона, приняв, что

$$\int I_v \cos^2 \theta \cdot d\Omega = \frac{1}{3} \int I_v d\Omega.$$

Введем также среднюю интенсивность излучения

$$\bar{I}_v = \frac{1}{4\pi} \int I_v d\Omega$$

и обозначим $(\sigma + \mu) d\tau = -d\tau$.

Умножим уравнение (7) на $d\Omega$ и проинтегрируем по всем телесным углам, затем умножим на $\cos\theta(d\Omega / 4\pi)$ и снова проинтегрируем по всем направлениям, тогда с учетом введений получим

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{d\tau} H_v &= \frac{\mu}{\mu + \sigma} 4\pi(\bar{I}_v - S_v) \\ \frac{4}{3} \pi \frac{d}{d\tau} \bar{I}_v &= H_v \end{aligned} \right\}. \quad (8)$$

Решая систему уравнений, получаем

$$\frac{d^2}{d\tau^2} \bar{I}_v = 3 \left(\frac{\mu}{\mu + \sigma} \bar{I}_v - \frac{j}{\mu + \sigma} \right). \quad (9)$$

Или с учетом $S_v = j_s / \mu_s$

$$\frac{d^2}{d\tau^2} \bar{I}_v = 3 \frac{\mu}{\mu + \sigma} (\bar{I}_v - S_v). \quad (10)$$

Уравнение (10) решается при граничном условии, что нет излучения, падающего извне, т.е. $I_v(0, \theta) = 0$ при $\theta > \pi / 2$, и при условии $\tau = 0$.

Если перейти от коэффициентов излучения, поглощения и рассеяния к их соответствующим оптическим толщам для потока выходящего излучения F_v , решение уравнения переноса методом усреднения интенсивности по углам в приближении Эддингтона приведет к следующему выражению

$$F_v = \int I_v d\Omega = \pi S_v \sqrt{\frac{\tau_s}{\tau_s + \tau}} \times \left(1 - \exp\left(\sqrt{\tau_s(\tau_s + \tau)}\right) \right). \quad (11)$$

Численными множителями порядка 1, зависящими лишь от геометрии облака, пренебрегаем.

Здесь и в дальнейшем будем писать не τ_l и τ_T по отдельности, а суммарную оптическую толщину $\tau = \tau_l + \tau_T$, $\tau = \tau_l > \tau_T$.

Если $\tau_l \gg \tau_T$, то учет томсоновского рассеяния не нужен.

Это уравнение совпадает с уравнением, приведенным в [6], при замене $S_v \rightarrow B_v(T)$ и $\mu_s \rightarrow \mu_f$ (μ_f – коэффициент свободно-свободного поглощения).

Учет рассеяния приводит к тому, что $B_v(T)$ заменяется на функцию

$$B_v(T) \sqrt{\frac{\tau_f}{\tau_f + \tau}}.$$

В случае нетеплового излучения

$$S_v \sqrt{\frac{\tau_s}{\tau_s + \tau}}.$$

При определении формы синхротронного спектра такого излучения рассмотрим следующие возможные случаи

$$F_v = \begin{cases} v^{\frac{(n-1)}{2}}, \tau_l \gg \tau_s, \sqrt{\tau_s(\tau_s + \tau_l)} \ll 1; \\ \pi S_v \sqrt{\frac{\tau_s}{\tau_l}} \sim S_v \mu_s^{1/2} \sim v^{\frac{6-n}{4}}, \tau_l \gg \tau_s; \\ \sqrt{\tau_s(\tau_s + \tau_l)} \gg 1; \\ \pi S_v \sim v^{5/2}, \tau_s \gg \tau_l, \tau_s \gg 1 \end{cases}. \quad (12)$$

Из условий видно, что спектр с учетом рассеяния на плазменной турбулентности будет иметь два излома, и в зависимости от того, какой формулой пользоваться, может иметь вид, изображенный на рис. 1,2.

Рассмотрим два случая, когда коэффициент рассеяния постоянен, т. е. не зависит от частоты, и случай, когда коэффициент рассеяния спадает с частотой как $\sigma_d \sim \nu^5$.

а) σ не зависит от частоты, спектр имеет вид на рис. 1.

Справа от максимальной частоты ν_m спектральный индекс при показателе степенного распределения электронов $n = 3$ имеет значение $\alpha = -1$, а левее от частоты максимума возрастает $\alpha \approx 0,75$. Если принять $n = 2$, тогда спектральный индекс

справа от частоты максимума равен $\alpha \approx -0,5$, слева $\alpha \approx 1$. Граница области, где $F_\nu \sim \nu^{(6-n)/4}$ определяется условием $\tau_s = \tau_p$, а на частоте максимума, правее которой источник прозрачен, $\tau_s \tau_l = 1$.

б) σ_d зависит от частоты ($\sigma_d \sim \nu^5$), рис. 2.

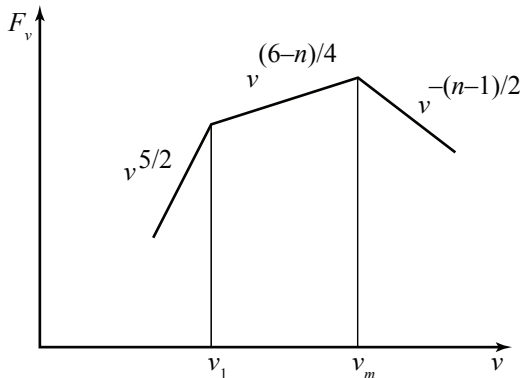


Рис. 1. Синхротронный спектр $F(\nu)$ с учетом рассеяния на плазменной турбулентности.

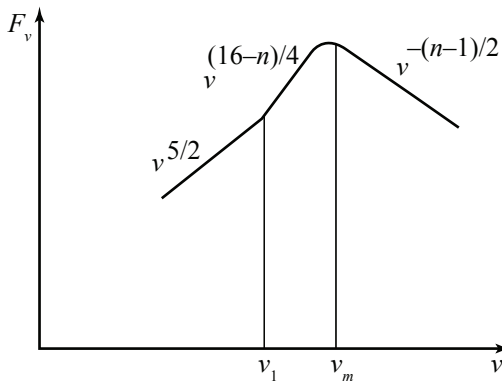


Рис. 2. Синхротронный спектр $F(\nu)$ с учетом рассеяния на плазменной турбулентности для случая $\sigma_d \sim \nu^5$.

Частоты ν_1 и ν_m определяются из тех же условий, что и в предыдущем случае. Из рис. 2. видно, что в случае зависимости σ от частоты спектр значительно изменяется. Спектральный индекс правее частоты ν_m порядка.

Применим теперь полученные результаты к анализу конкретных спектров синхротронных радиоисточников, имеющих завалы на низких частотах.

Рассмотрим радиоисточник квазар 3С345, имеющий красное смещение $z = 0,595$, что соответствует расстоянию до источника 2500 Мпк. В структуре этого квазара наблюдается типичный для большинства объектов с активными ядрами односторонний выброс. На рис. 3. изображен радиоспектр этого источника для разных эпох наблюдений (рисунок взят из работы [10]). Согласно работе [5], спектральный индекс квазара 3С345 на высоких частотах соответствует оптически тонкому источнику синхротронного излучения

и лежит в типичных пределах: $-1,3 < \alpha < -0,6$. Спектральный индекс низкочастотной части ($\nu < 1$ ГГц) достигает $\alpha = 4 \pm 0,2$, что превышает предельный спектральный индекс источника оптически толстого синхротронного излучения, у которого $\alpha = 2,5$, т. е. спектр спадает круче, чем это следует из реабсорбции синхротронного излучения. Плотность тепловых электронов $n_e \approx 10^{(5-6)} \text{ см}^{-3}$, а наблюдаемое характерное время переменности порядка года.

Условия, налагаемые на спектр, следующие

$$\begin{cases} R^2 \tau_s(\nu_m) \tau_l = 1 \\ \tau_s(\nu_1) = \tau_l \\ F(\nu_m) \\ F(\nu_1) \end{cases} \quad (13)$$

К этим условиям нужно еще добавить выражения для коэффициентов поглощения и рассеяния на плазменной турбулентности, которые в окончательном виде можно записать, приняв $n = 2$

$$\mu_s = 8,61 \cdot 10^{-41} N_e H_\perp^2 (\nu / (1,25 \times 10^{19}))^{-3} [1 / \text{см}^2]. \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \tau_l = \frac{\sigma}{c} = 5,5 \cdot 10^{-5} \left(1 + \frac{T_e}{T_i}\right) \times \\ \times n_e^{1/2} \left(\frac{\nu_{Te}}{c}\right)^3 \left(\frac{Q'}{Q_0}\right)^{1/2} [1 / \text{см}] \end{aligned} \quad (15)$$

и если рассеяние зависит от частоты, то

$$\tau_d^l = \frac{\sigma_d}{c} = 7,3 \cdot 10^4 \left(1 + \frac{T_e}{T_i}\right) \frac{c}{V_{Te}} \frac{n_e^2}{\omega^4} \left(\frac{Q'}{Q_0}\right)^{1/2}. \quad (16)$$

Из условия налагаемых на спектр синхротронного излучения и соотношений при заданных параметрах H , N_e и n_e можно было бы определить размер источника R и уровень плазменной турбулентности Q' .

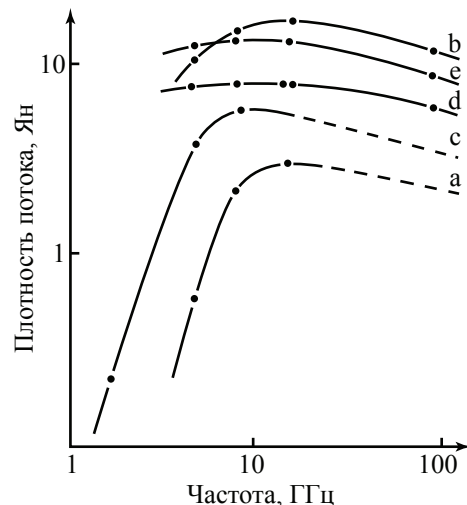


Рис. 3. Радиоспектры квазара 3С345 для разных эпох наблюдений: а – всплеск, 1981.6; б – полное излучение 1981.6; с – компактное ядро 1981; д – полное излучение 1979.4; е – полное излучение 1984.5

Т а б л и ц а

Вид рассеяния	$H, \text{Э}$	$Q', \text{эрг/см}^3 \times \text{с}$	$W', \text{эрг/см}^3$	Размер источника $R, \text{см}$
σ	0,1	10^{-6}	10^{-5}	10^{13}
	0,01	10^{-10}	10^{-9}	10^{15}
	0,001	10^{-14}	10^{-13}	10^{17}
$\sigma \sim \nu^{-5}$	0,1	10^{12}	10^{13}	10^{14}
	0,01	10^8	10^9	10^{16}
	0,001	10^4	10^5	10^{18}

В таблице приводятся различные значения параметров Q' и R источника в зависимости от того, какое принять значение магнитного поля H и концентрации тепловых частиц n_e , а также значение полной плотности волн ленгмюровской турбулентности W' , которое вычисляется по формуле

$$W' = N_d(Q' / \omega_{pl}), \quad (17)$$

где N_d – дебаевское число, которое для квазаров достигает значения 10^8 .

Предположим, что спектр левее максимальной частоты обусловлен рассеянием излучения на турбулентности. Температура электронов $T_e \approx 10^6 \text{ K}$, $n_e = 10^6 \text{ см}^{-3}$, $v_{Te} / c = 2,2 \times 10^{-2}$, плазменная частота $\nu_{pl} \sim \nu \approx 10^8 \text{ Гц}$. Величину поля мы подбавили в области $10^{-4} \leq H \leq 1 \text{ Э}$, а концентрацию релятивистских электронов $N_e \sim 10^{-3} \text{ см}^{-3}$, что широко обсуждается в литературе, например [9].

В случае, когда рассеяние не зависит от частоты и происходит на низких частотах $\nu \sim 10^8 \text{ Гц}$, уровень турбулентной плазмы, в зависимости от величины напряженности магнитного поля, из условия $\tau_s(\nu_m)\tau_i = 1$ оказывается в пределах $10^{-16} < Q' / Q_0 < 10^{-8}$. Если принять такие значения Q' / Q_0 , то из условия $R^2\tau_s(\nu_m)\tau_i = 1$ размер источника, при котором можно ожидать такой уровень плазменной турбулентности оказывается $R > 10^{14} \text{ см}$, что согласуется с наблюдаемым характерным временем переменности низкочастотного радиоизлучения в несколько месяцев. Такой размер квазара 3С345 оказывается меньше, чем следует из наблюдений.

Случай, когда рассеяние зависит от частоты, имеет место на частотах $\nu > 10^9 \text{ Гц}$. Уровень турбулентной плазмы получается на много порядков выше $1 < Q' / Q_0 < 10^9$, а размер источника лучше согласуется с наблюдаемым характерным временем переменности порядка года. В радиоисточнике 3С345 следует, скорее всего, учитывать именно рассеяние с изменением частоты, поскольку частота завала низкочастотного радиоизлучения наблюдается на $\nu \sim 5 \times 10^9 \text{ Гц}$ и удовлетворяет условию $\omega \gg \omega_{pl} (c / V_{Te})$.

Если размер радиоисточников принимать из наблюдаемого характерного времени переменности, которое для низкочастотного радиоизлучения квазаров обычно составляет 1–1,5 года, то теория турбулентной плазмы позволяет дать оценки величины магнитного поля в квазарах порядка $10^{-3} - 10^{-4} \text{ Э}$.

При значениях мощности плазменной турбулентности (таблица) оптическая толща по рассеянию на ленгмюровских пульсациях намного превосходит толщу по томсоновскому рассеянию, т.е. спектр синхротронного излучения должен искажаться рассеянием на плазменной турбулентности и это необходимо учитывать при построении моделей синхротронных радиоисточников.

Вывод

Рассмотренный механизм рассеяния электромагнитных волн на волнах ленгмюровской турбулентности оказывает существенное влияние на низкочастотное радиоизлучение синхротронных источников левее частоты максимума.

При этом спектральный индекс на этом участке спектра порядка $\alpha \geq 1$, в случае, если рассеяние не зависит от частоты, и $\alpha \approx 3,4(\pm 0,5)$ – в случае, если коэффициент рассеяния зависит от частоты. Такой спектральный индекс хорошо согласуется с наблюдаемым индексом в этом диапазоне ($\nu \leq 1 \text{ ГГц}$) ($\nu \leq 1 \text{ ГГц}$) у квазара 3С345.

Из условий, налагаемых на спектр, искаженный рассеянием, можно получить оценки плотности энергии турбулентной плазмы в источнике, размер источника (таблица).

Библиографический список

1. Криворучкий, Э.Н., Цытович, В.Н. // *Астрономический журнал*. – 1969. – № 46. – С. 1003.
2. Цытович, В.Н. *Теория турбулентной плазмы* / В.Н. Цытович. – М.: Атомиздат, 1971.
3. Цытович, В.Н. // *Успехи физических наук*. – 1999. – № 1 – С. 165.
4. Матвеевко, Л.И., Паулини-Тос, И.И. и др. // *Письма в Астрономический журнал*. – 1992. – № 13. – С. 11.
5. Матвеевко, Л.И., Грэм, Д.А., Ценсус, Д.А. // *Астрономический журнал*. – 2005. – № 4. – С. 82.
6. Шакура, Н.И. // *Астрономический журнал*. – 1972. – № 49. – С. 652.
7. Томозов, В.М. // *Астрономический журнал*. – 1973. – № 50. – С. 213.
8. Пахольчик, А. *Радиоастрофизика* / А. Пахольчик. – М.: Мир, 1973.
9. Kellerman K. I., I. I. Paulini-Toth, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, 19, 373, 1981.
10. Matveenko L.I., Pauliny-Toth I. I. K., *Astron. Astrophys.*, 312, 738, 1996.
11. Colgate S. A., *Astrophys. J.*, 150, 163, 1967.

ВЕЙВЛЕТ-АНАЛИЗ ДВУМЕРНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

А.О. КОНОПЛЕВ, *асп. физического факультета МГПУ*

Внаучно-исследовательской деятельности для анализа экспериментальных данных используются классические методы обработки: статистические методы, Фурье-анализ, корреляционный анализ и другие. В настоящее время все большую популярность в научной среде приобретает вейвлет-анализ (от англ. wavelet – «маленькая волна»). Он широко применяется в различных областях: распознавание образов, обработка сигналов, анализ изображений, упаковка больших объемов информации и т.п. [1]

Вейвлет-анализ часто сравнивают с Фурье-анализом. Оба метода позволяют определять частотные характеристики сигнала. Преимуществом вейвлет-анализа является то, что он позволяет определять, в какой момент времени в сигнале присутствует та или иная частота. Таким образом, вейвлет-анализ позволяет изучать сигнал в координатном времени и в частотном пространстве [1].

Вейвлет-анализ применяется в основном для исследования одномерных сигналов: временных рядов, спектров. Большой интерес представляет его использование для анализа двумерных данных.

В настоящей работе применяется вейвлет-анализ для обработки дискретных двумерных изображений. Создана методика обработки двумерных изображений, реализованная в компьютерной программе. Эта методика позволяет обнаруживать неоднородности на изображении, определять их положение. Основным достижением является возможность оценки размера неоднородностей.

В разделе 1 даны общие определения вейвлет-анализа, рассмотрен пример исследования одномерного сигнала.

В разделе 2 описан вейвлет-анализ двумерной функции.

В разделе 3 двумерный вейвлет-анализ рассмотрен на модельных примерах.

1. Определение вейвлет-анализа

Вейвлет-анализ состоит из двух этапов:

I. Вейвлет-преобразование.

II. Анализ результатов вейвлет-преобразования.

Разделение на два этапа происходит, во-первых, потому что вейвлет-преобразование час-

то применяется без дальнейшего анализа результатов (сжатие изображений, видеоинформации и т.д.). Во-вторых, на первом этапе выполняются основные математические вычисления. Они довольно продолжительны по времени и выполняются автоматически, без участия человека. В-третьих, результаты, полученные на первом этапе, можно анализировать различными способами.

Вейвлет-преобразование

Под вейвлет-преобразованием функции $f(x) \in L^2(R)$ (дважды дифференцируемой на множестве действительных чисел) понимается скалярное произведение этой функции и базисных функций вида

$$\psi_{a,b}(x) = a^{-\frac{1}{2}} \psi\left(\frac{x-b}{a}\right). \quad (1)$$

Здесь a и b – параметры, причем a принимает положительные действительные значения, b – любые действительные значения. Иными словами, вейвлет-преобразование – это разложение функции $f(x)$ по всем возможным сдвигам и сжатиям некоторой функции $\psi(x)$. Функцию $\psi(x)$ называют порождающим вейвлетом, материнской вейвлет-функцией или вейвлетом. Порождающий вейвлет $\psi(x)$ выбирается исследователем произвольно, исходя из цели исследования [2].

Примером порождающего вейвлета является «Мексиканская шляпа» (Mexican hat, МЕХИНАТ) – вторая производная от гауссианы [3]

$$\psi(x) = (x^2 - 1) e^{-\frac{x^2}{2}} \quad (2)$$

Это один из простейших и наиболее часто используемых вейвлетов. Ее вид приведен на рис. 1.

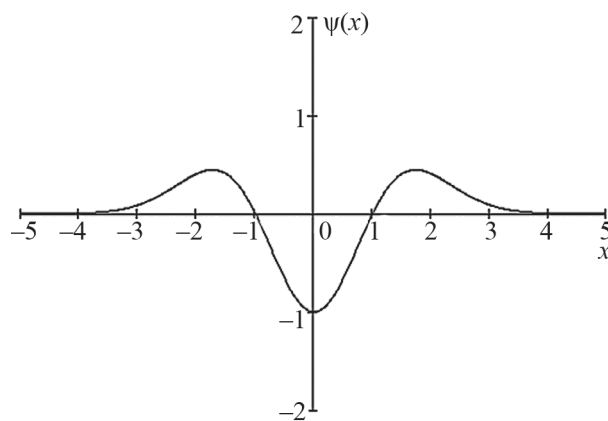


Рис. 1. Вейвлет МЕХИНАТ

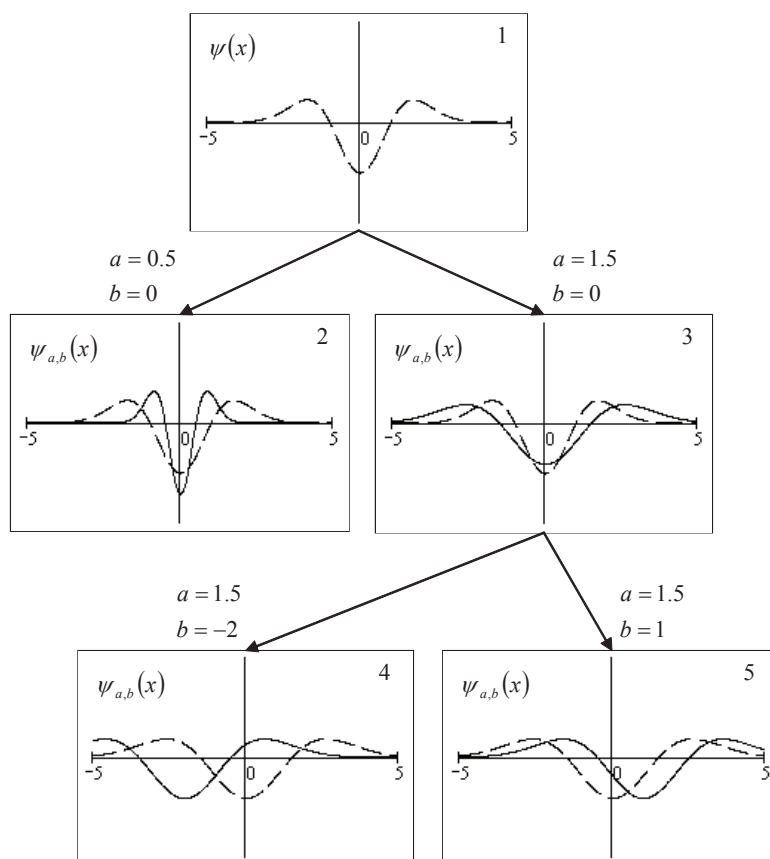


Рис. 2. Формирование множества базисных функций. На графике 1 изображен вейвлет (МЕХИНАТ). На графиках 2, 3 показаны сжатие и растяжение вейвлета. На графиках 4, 5 приведены различные сдвиги вейвлета, подвергнутого растяжению

При различных значениях a и b вейвлет (1) формирует (порождает) множество базисных функций, показанных на рис. 2.

Целью вейвлет-преобразования является вычисление функции двух переменных:

$$W(a, b) = a^{-\frac{1}{2}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \psi\left(\frac{x-b}{a}\right) dx. \quad (3)$$

В случае, когда параметры a и b изменяются непрерывно, вейвлет-преобразование называют непрерывным (непрерывное вейвлет-преобразование, НВП) [2].

Получить функцию $W(a, b)$ в аналитическом виде можно только в том случае, если удастся взять интеграл в формуле (3). При вейвлет-анализе экспериментальных данных функция $f(x)$ представлена конечным набором чисел. Аналитический вид функции $\psi(x)$ выбирается из соображений удобства (например, МЕХИНАТ).

Чаще всего экспериментальные данные представляют собой конечное дискретное однородное множество чисел. В этом случае интегрирование в (3) заменяется суммированием

$$W(a, b) = a^{-\frac{1}{2}} \sum_{k=1}^p f(x_k) \psi\left(\frac{x_k - b}{a}\right), \quad k = 1 \dots p. \quad (4)$$

Преобразование (4) называется непрерывным вейвлет-преобразованием дискретных данных, так как функция W является непрерывной функцией своих аргументов a и b . Чаще всего выбирают конечный дискретный набор значений этих параметров $a \in (a_1, a_2 \dots a_n)$; $b \in (b_1, b_2 \dots b_m)$.

Тогда формула (4) принимает вид

$$W_{i,j} = a_i^{-\frac{1}{2}} \sum_{k=1}^p f(x_k) \psi\left(\frac{x_k - b_j}{a_i}\right), \quad k = 1 \dots p, i = 1 \dots n, j = 1 \dots m. \quad (5)$$

Такое вейвлет-преобразование называют дискретным вейвлет-преобразованием дискретных данных.

Результатом дискретного вейвлет-преобразования (5) является двумерный массив $W_{i,j}$, который удобно представить графически.

На рис. 3 приведен график $f(x_k)$ суммы двух синусоид (график 1). Синусоида с периодом 20π определена на всем диапазоне $x_k \in (0; 160)$, а синусоида с периодом 2π – только на $x_k \in (0; 100)$.

На рис 3. показано графическое представление функции двух переменных $W_{i,j}$ (изображение 2) – результат вейвлет-преобразования.

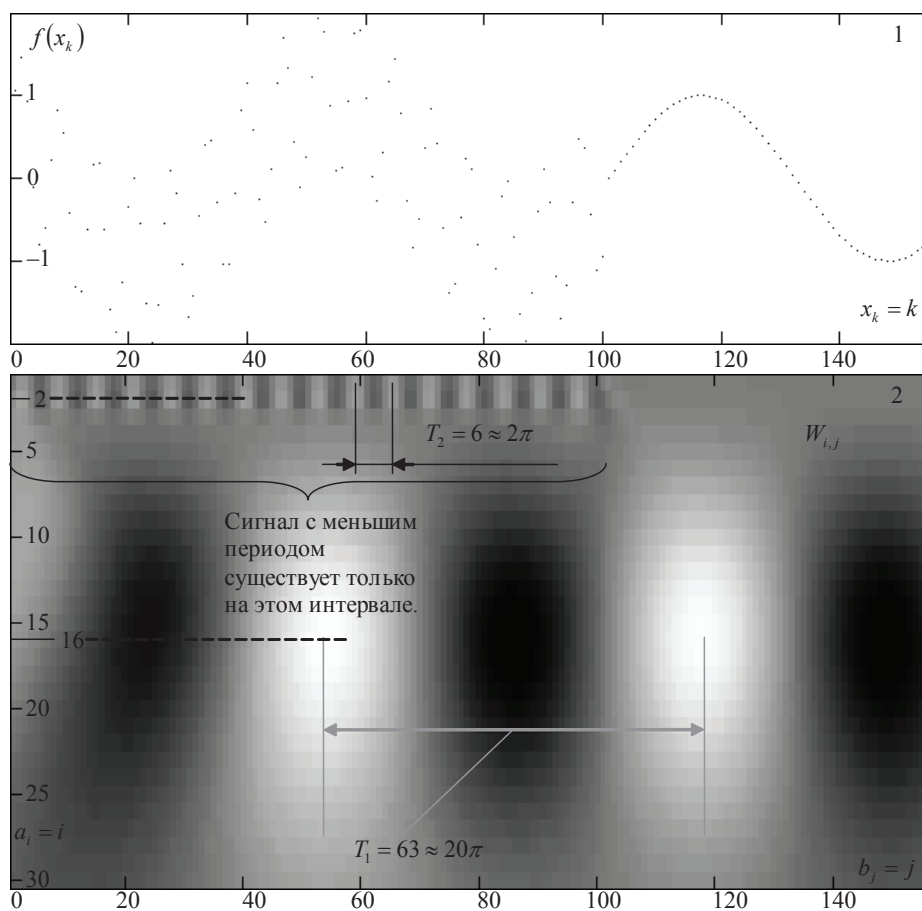


Рис. 3. Функция $f(x_k)$ (график 1) и результат ее вейвлет-преобразования $W_{i,j}$ при помощи вейвлета МІХАНАТ (изображение 2)

Анализ результатов вейвлет-преобразования

Изображение 2 на рис. 3 состоит из двух частей. Первая (занимающая большую часть изображения) – полоса чередующихся больших двух светлых и трех темных пятен. Середина светлого пятна соответствует локальному максимуму функции $W_{i,j}$, середина темного пятна – локальному минимуму функции $W_{i,j}$. Сравнивая график 1 и изображение 2 на рис. 3, можно увидеть, что локальные максимумы и минимумы $W_{i,j}$ соответствуют максимумам и минимумам функции $f(x_k)$. Расстояние между соседними светлыми пятнами примерно равно периоду функции $f(x_k)$. Эта часть изображения соответствует синусоиде с периодом 20π .

Вторая часть изображения (верхняя левая область изображения) состоит тоже из чередующихся светлых и темных пятен. Она соответствует синусоиде с периодом 2π .

Таким образом, можно сделать следующие выводы:

- вейвлет-анализ позволяет по отдельности исследовать сигналы, представленные в смешанной форме;

- можно определить интервалы, на которых существуют максимумы и минимумы сигналов;
- измерив расстояния между локальными максимумами (минимумами) по оси b_j , можно определить период сигнала, если сигнал периодический;
- измерив положение максимумов (минимумов) функции $W_{i,j}$ по оси a_i , можно оценить размер неоднородностей в сигнале. В приведенном примере размеры неоднородностей 2 и 16 единиц. Их соотношение примерно равно соотношению периодов соответствующих им сигналов

$$\frac{2}{16} \approx \frac{T_2}{T_1} \approx \frac{20\pi}{200\pi}.$$

2. Двумерное вейвлет-преобразование

Вейвлет-анализ можно применить для исследования функций двух переменных:

$$f(x, y), \tag{6}$$

В этом случае анализируемая функция и вейвлет будут функциями двух переменных

$$\psi(x, y), \tag{7}$$

$$\Psi_{a,b,c}(x, y) = a^{-2} \psi\left(\frac{x-b}{a}, \frac{y-c}{a}\right). \tag{8}$$

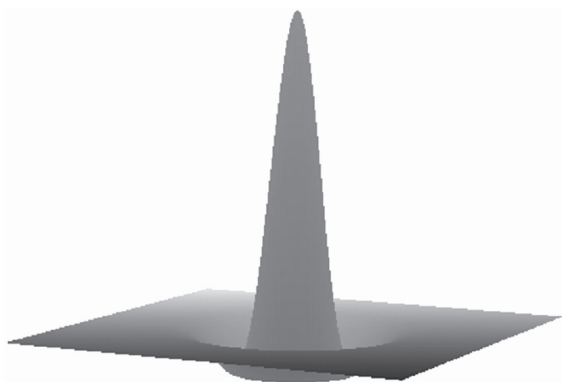


Рис. 4. Вейвлет МЕХИНАТ

Вейвлет МЕХИНАТ показан на рис. 4 [4].

$$\psi(x, y) = (2 - x^2 - y^2)e^{-\frac{x^2 + y^2}{2}}. \quad (9)$$

Результатом вейвлет-преобразования в этом случае будет функция трех переменных

$$W(a, b, c) = a^{-2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \psi\left(\frac{x-b}{a}, \frac{y-c}{a}\right) dx dy, \quad (10)$$

$$W_{i,j,h} = a_i^{-2} \sum_{k=1}^p \sum_{l=1}^q f(x_k, y_l) \psi\left(\frac{x_k - b_j}{a_i}, \frac{y_l - c_h}{a_i}\right),$$

$$k = 1 \dots p, l = 1 \dots q, i = 1 \dots n,$$

$$j = 1 \dots m, h = 1 \dots s. \quad (11)$$

Анализ результатов вейвлет-преобразования удобно производить, представив набор коэффициентов W графически. Это просто сделать при вейвлет-преобразовании функции одной переменной, так как массив W получается двумерным (рис. 3, изображение 2). Если производится вейвлет-преобразование функции двух переменных, массив W – трехмерный. В этом случае проводить анализ сложнее, так как невозможно представить графически трехмерный массив данных целиком.

Обычно поступают следующим образом.

1. Производят вейвлет-преобразование при фиксированном значении параметра a (формулы (10), (11)). Результатом будет функция $W_{b,c} = W_{a,b,c} |_{a=\text{const}}$. В случае вейвлета МЕХИНАТ (рис. 4) этот метод применяется для поиска и определения положения неоднородностей заданного размера, пропорционального значению a .

2. Производят вейвлет-преобразование при фиксированном значении параметров b и c (формулы (10), (11)). Результатом будет функция $W_a = W_{a,b,c} |_{b=\text{const}, c=\text{const}}$. В случае вейвлета МЕХИНАТ (рис. 4) этот метод применяется для оценки размеров неоднородностей, когда известно их положение. Размер пропорционален параметру a .

Примеры, иллюстрирующие применение этих двух методов, приведены ниже.

3. Примеры применения вейвлет-анализа модельных данных

Пример 1

Оценка размера

Внутри окружности радиуса r случайно распределены точки с координатами (x_u, y_u) . Радиус r задается произвольно. Поверхностная концентрация точек одинакова при любых r .

Каждая точка задается гауссианой

$$g(x, y) = e^{-\frac{x^2 + y^2}{\sigma^2}}.$$

То есть формируется функция, над которой можно будет провести вейвлет-преобразование

$$f(x, y) = \sum_{u=1}^v g(x - x_u, y - y_u) = \sum_{u=1}^v e^{-\frac{(x-x_u)^2 + (y-y_u)^2}{\sigma^2}}. \quad (12)$$

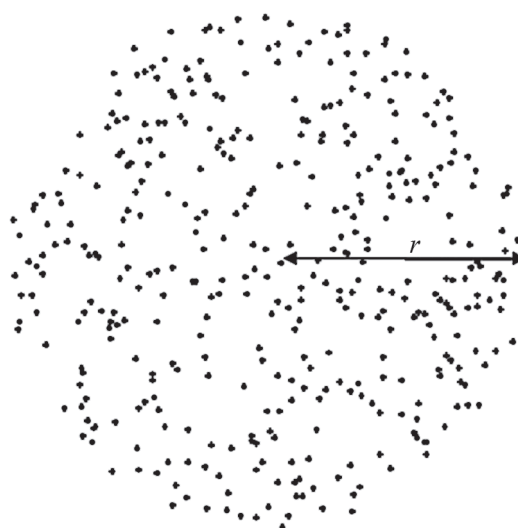


Рис. 5. Точки, равномерно распределенные внутри окружности радиуса r



Рис. 6. Анализируемая функция в дискретном виде $f(x_k, y_l)$

Значения определенных из графика $a_{i\max}$ для различных r . $\bar{\eta} = 1,41$

r	0,010	0,020	0,030	0,040	0,050	0,060	0,070
$a_{i\max}$	0,007	0,014	0,022	0,028	0,036	0,042	0,051
$\eta = r / a_{i\max}$	1,43	1,43	1,36	1,43	1,39	1,43	1,37

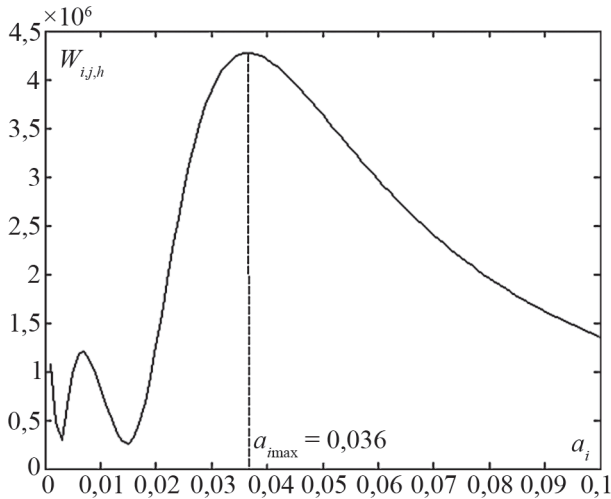


Рис. 7. Зависимость $W_{ij,h}(a_i)$ при значении $r = 0,050$

Изображение приводится к дискретному виду (рис. 6).

Производится вейвлет-преобразование для точки, находящейся в центре окружности. При этом изменяется только параметр a_i в формуле (11). Результат такого преобразования приведен на рис. 7.

Значения $a_{i\max}$ для других r приведены в таблице.

Из табл. 1 видно, что параметр a_i при максимальном значении $W_{ij,h}$ пропорционален радиусу r окружности, внутри которой равномерно распределены точки. Отклонения отношения $\eta = r / a_{i\max}$ от среднего значения $\bar{\eta}$ связаны с тем, что координаты точек внутри окружности задаются случайным образом.

Этот метод оценки размеров неоднородностей удобен, когда надо определить соотношения между размерами различных неоднородностей.

Пример 2

Поиск и определение положения неоднородностей

На рис. 8 на изображении 1 распределены точки. Каждая точка аналогично примеру 1 моделируется гауссианой. Распределение точек взято из каталога галактик 2dF RGS. На изображении приведен фрагмент каталога.

На рис. 8 на изображениях 2, 3, 4 графически изображены результаты вейвлет-преобразований $W_{ij,h}$ при различных значениях параметра a_i . На изображениях 2, 3, 4 светлые области соответствуют большим значениям функции $W_{ij,h}$, темные – меньшим. Положение локальных максимумов соответствует положению неоднородностей заданного размера в распределении точек. Масштаб искомых неоднородностей задается параметром a_i . a_i играет роль радиуса неоднородности. Здесь неоднородности – скопления точек. Более яркие локальные максимумы соответствуют большим отклонениям от однородности.

Значение функции $W_{ij,h}$ имеет вероятностный смысл. Чем больше концентрация точек в окрестности (b_j, c_h) , тем больше значение $W_{ij,h}$. Чем больше $W_{ij,h}$ в конкретной точке, тем с большей вероятностью там находится неоднородность размера a_i . Но при этом нельзя говорить, что в данной точке находится неоднородность размера a_i . Истинный размер неоднородности определяется методом, описанным в примере 1.

На изображении 4 отчетливо выделяются 6 локальных максимумов: A, B, C, D, E, F . Для параметра $a_i = 40$ можно сказать, что вероятность нахождения неоднородности этого размера в точке F больше, чем в других, а в точке D – меньше, чем в других. В точке D значение функции $W_{ij,h}$ – минимальное из всех локальных максимумов, в точке F – максимальное.

Этот метод определения положения неоднородностей удобно применять, когда приблизительно известно, какого размера неоднородности находятся на изображении. Далее методом, описанным в примере 1, можно уточнить размер неоднородностей.

Заключение

На модельных примерах показаны возможности применения вейвлет-анализа для обработки экспериментальных данных. Описанный метод позволяет выявить периодичность одномерного сигнала, определить период и время существования гармоник.

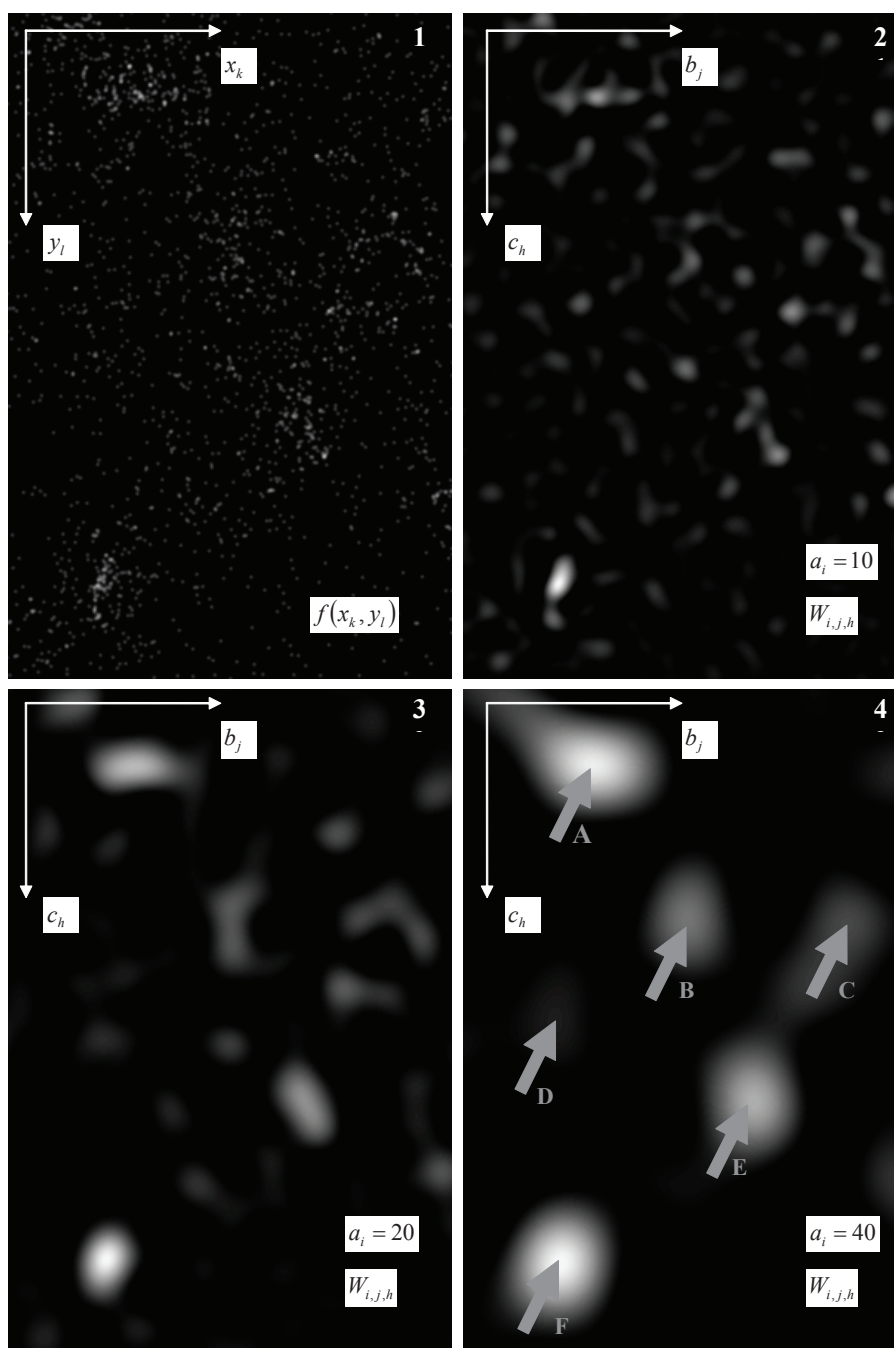


Рис. 8. Фрагмент каталога 2dF RGS (изображение 1) и результаты его вейвлет-преобразования (изображения 2, 3, 4) при различных значениях a_i . a_i измеряется в пикселях изображения

На двумерных изображениях метод позволяет обнаруживать неоднородности, определять их положения и размеры.

В дальнейшем предполагается применить описанный метод вейвлет-анализа к данным каталога галактик 2dF RGS с целью нахождения структур, которые образуют галактики, определения их положений и относительных размеров.

В заключение автор выражает благодарность научному руководителю И.К. Розгачевой за постановку задачи и обсуждение работы.

Библиографический список

1. Астафьева, Н.М. Вейвлет-анализ: основы теории и примеры применения / Н.М. Астафьева // Успехи физических наук. – М., 1996.
2. Грибунин, В.Г. Глоссарий по цифровой обработке сигналов. Предварительная версия / В.Г. Грибунин. – СПб.: <http://www.autex.spb.ru>.
3. Введение в анализ данных с применением непрерывного вейвлет-преобразования / Перевод: В.Г. Грибунин СПб.: <http://www.autex.spb.ru>.
4. Slezak E., Bijaoui A., Mars G. *Astron. & Astrophys.* 1989, Vol. 227, P. 301.
5. Girardi M., Biviano A., Giuricin G., Mardirossian F., Mezzetti M. *Astrophys. J.* 1993, Vol. 404, P. 38.
6. Pisani A. *Mon. Not. R. astr. Soc.* 1993, Vol. 256, P. 706.

ВОЗМОЖНОСТИ СПУТНИКОВЫХ СВЧ-РАДИОМЕТРИЧЕСКИХ СИСТЕМ ВЫСОКОГО РАЗРЕШЕНИЯ ДЛЯ ДИСТАНЦИОННОГО ЗОНДИРОВАНИЯ ЛЕСНЫХ ЭКОСИСТЕМ

Ю.С. ГАЛКИН, *проф. каф. физики МГУЛ, д-р техн. наук,*

А.Г. ГРАНКОВ, *ст. науч. сотр. ИРЭ РАН, д-р физ.-мат. наук,*

А.А. МИЛЬШИН, *ст. науч. сотр. ИРЭ РАН,*

В.Н. ХАРЧЕНКО, *проф. каф. физики МГУЛ, д-р техн. наук,*

В.С. ШАЛАЕВ, *проф. МГУЛ, д-р техн. наук,*

А.С. ШМАЛЕНЮК, *ст. науч. сотр. ИРЭ РАН, канд. физ.-мат. наук*

С момента становления спутниковой СВЧ-радиометрии лесные районы, в основном тропические леса, использовались как природный калибровочный репер, т.е. как природный аналог абсолютно черного тела. Но уже интерпретация первых измерений показала, что лес может быть объектом исследований. Так, сопоставление измерений с первого спутника с СВЧ-радиометром Космос-243 и спутника Нимбус-5 над лесом в бассейне реки Ориноко в Центральной Америке позволили проследить за изменениями гидрологического режима на интервале в несколько лет. За прошедшие десятилетия в области исследования лесов спутниковыми СВЧ-радиометрическими методами был достигнут значительный прогресс.

В спутниковой СВЧ-радиометрии, как и в других областях дистанционного зондирования, нет четко зафиксированного определения «системы высокого разрешения». Это понятие определяется на основе экспертных оценок, исходя из уровня развития технических средств [1] и требований, предъявляемых к пространственному разрешению по набору решаемых задач [2]. Угловая разрешающая способность θ радиометра связана с диаметром антенны D и длиной волны λ известным соотношением:

$$\theta = \lambda / D,$$

а пространственное разрешение на местности L зависит от расстояния вдоль луча антенны между радиометром и зондируемой поверхностью R :

$$L = \theta \times R.$$

Лучшие действующие спутниковые радиометры имеют угловое разрешение $\theta = 0,18-2,2^\circ$ в диапазоне длин волн $\lambda = 0,3-4,5$ см с пространственным разрешением от 5 до 60 км [1]. В настоящее время к системам высокого разрешения относят спутниковые СВЧ-радиометры с разрешением на местности лучше 10 км.

Обзор теоретических и экспериментальных исследований леса методами спутниковой

СВЧ-радиометрии, представленный в докладах [3], показал, что в экологических и климатических направлениях изучения лесных экосистем основная роль принадлежит всепогодным спутниковым СВЧ-радиометрическим методам. Для решения этих задач в виду их глобальности в наибольшей степени подходят спутниковые сканирующие многоканальные радиометры миллиметрового и сантиметрового диапазонов, которыми оснащены спутники Nimbus-7, DMSP, ADEOS-II, EOS-Aqua, а также планируемый к запуску в 2007 г. L -радиометр в рамках миссии SMOS (the Soil Moisture and Ocean Salinity) для измерения влажности почв и солености океанов. В настоящее время сформировались следующие направления исследований лесов:

- 1) моделирование радиотеплового излучения лесов при спутниковых наблюдениях;
- 2) классификация типов лесов с помощью спутниковых СВЧ-радиометрических методов;
- 3) спутниковый мониторинг температурно-влажностного режима (режима засухи и пожароопасности) бореальных лесов;
- 4) спутниковый мониторинг сезонной и межгодовой динамики радиотеплового излучения бореальных лесов;
- 5) изучение тропических лесов спутниковыми СВЧ-радиометрическими методами;
- 6) оценка оптической толщины и биомассы лесов спутниковыми СВЧ-радиометрическими методами.

Есть значительное количество публикаций, посвященных исследованиям лесов спутниковыми радиометрическими методами. Мы не ставили целью выполнить обзор по всем публикациям в области исследования леса спутниковыми СВЧ-радиометрическими методами. Наша задача заключалась в вычленении наиболее важных направлений в этой области дистанционного зондирования.

Моделирование радиотеплового излучения лесов

Основной интегральной величиной, характеризующей интенсивность радиотеплового излучения, является яркостная температура (ЯТ) T^{BT} среды. При спутниковых измерениях, как и при остальных схемах радиометрических измерений, радиометр измеряет антенную температуру T^A . Антенная температура связана с яркостной температурой среды соотношением

$$T^A = \frac{\eta}{4\pi} \int_{\Omega} T^{BT}(\Omega) D(\Omega) d\Omega,$$

где $D(\Omega)$ – нормированная диаграмма направленности антенны;

η – коэффициент полезного действия антенны;

$T^{BT}(\Omega)$ – угловое распределение ЯТ среды.

На этапе калибровки радиометра антенные температуры преобразуются в яркостные. При моделировании и тематической обработке удобнее представлять интеграл от углового распределения ЯТ в виде распределения яркостных температур в пикселе (например, в квадрате) T_p^{BT}

$$T_p^{BT} = \sum_{j=1}^N f_j T_j^{BT}, \quad (1)$$

где f_j , T_j^{BT} – соответственно, относительные площади и яркостные температуры j -го типа поверхности (открытой почвы, почвы с растительностью, водной поверхности и т.п.) в пикселе.

Применение систем высокого разрешения позволяет уменьшить количество типов поверхностей в элементе разрешения в соответствии с (1), что в конечном счете повышает точность восстановления геофизических параметров.

При спутниковых наблюдениях радиометр принимает излучение, формируемое тремя средами – почвой, растительностью и атмосферой. Яркостная температура системы почва – лес – атмосфера (СПЛА) может быть представлена в виде полуэмпирической модели

$$T_{\Sigma}^{BT} = T_S^{BT} + T_C^{BT} + T_{SKY}^{BT},$$

где T_S^{BT} – радиоизлучение почвы, ослабленное лесным пологом и атмосферой,

$$T_S^{BT} = (1 - r_s) T_s \exp(-\tau_C - \tau_A);$$

T_{SKY}^{BT} – прямое восходящее T_A^{BT} излучение атмосферы и отраженное излучение атмосферы T_A^{BT} и космоса T_{COS}^{BT} , ослабленное лесом и атмосферой,

$$T_{SKY}^{BT} = T_A^{BT} + r_s(T_A^{BT} + T_{COS}^{BT} \exp(-\tau_A)) \exp(-2\tau_C - \tau_A);$$

T_C^{BT} – прямое и отраженное излучение леса,

$$T_C^{BT} = T_C(1 - \omega_C)[1 - \exp(-\tau_C)][1 + r_s \exp(-\tau_C)] \exp(-\tau_A)$$

с температурой полога T_C и почвы T_s ; интегральным ослаблением пологом τ_C и атмосферой τ_A ; коэффициентом отражения почвы r_s и альбедо лесного полога ω_C .

Спектральная зависимость яркостной температуры СПЛА обусловлена наличием частотной зависимости параметров $r_s(f)$, $\omega_C(f)$, $\tau_A(f)$ и $\tau_C(f)$ в приведенных соотношениях. Частотные зависимости коэффициента отражения почвы и альбедо растительности имеют монотонный характер и слабо влияют на спектральный характер $T_{\Sigma}^{BT}(f)$. Спектральная зависимость $\tau_A(f)$ имеет выраженный характер, обусловленный наличием резонансных областей поглощения в линии кислорода (~ 0,5 см) и водяного пара (~ 1,35 см). Поглощение в атмосфере хорошо изучено, и необходимые данные можно найти в справочных изданиях.

Из приведенных выше соотношений следует, что основным параметром, определяющим поглощение радиоволн лесным пологом, является τ_C , величина которого при зондировании в миллиметровом, сантиметровом и дециметровом диапазонах определяется поглощением в листьях, хвое, ветвях крон и стволах

$$\tau_C = \tau_L + \tau_N + \tau_B + \tau_T.$$

Основной проблемой при моделировании и интерпретации экспериментальных данных является выбор модели для τ_C .

Для оценки величины интегрального поглощения необходимы знания о комплексной диэлектрической проницаемости (КДП), мнимая часть которого определяет спектральный характер поглощения радиоволн.

Для иллюстрации спектральной зависимости КДП лесной растительности воспользуемся работой [4], в которой выполнены оценки мнимой части КДП свободной воды (соленость $S = 8$ г/л), хвои и листья в диапазоне волн 0,003–3 м. Результаты расчетов представлены на рис. 1. Как следует из графиков, характер спектра мнимой части КДП растительности определяется главным образом спектральными особенностями КДП растительной влаги. Поэтому в ряде случаев используется полуэмпирическое соотношение для описания зависимости интегрального ослабления радиоволн в пологе

$$\tau_C = AfW\varepsilon_V'' = bW,$$

где f – частота;

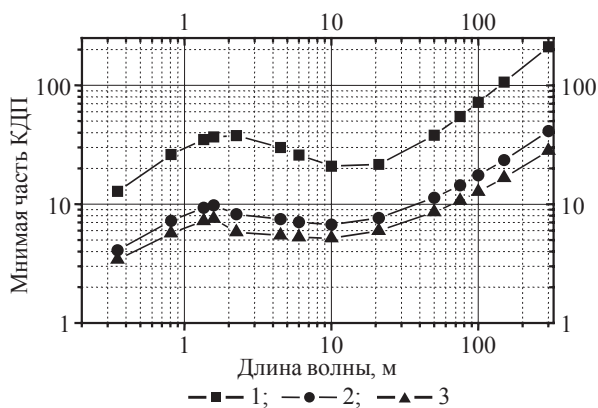


Рис. 1. Спектральная зависимость мнимой части КДП. Кривые: 1 – соленая вода, 2 – листья, 3 – хвоя

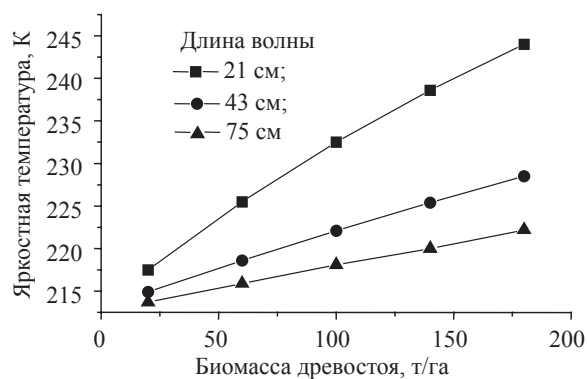


Рис. 2. Спектральная зависимость ЯТ сплошного елового леса от биомассы древостоя в *L*- и *P*-диапазоне при зондировании в надир

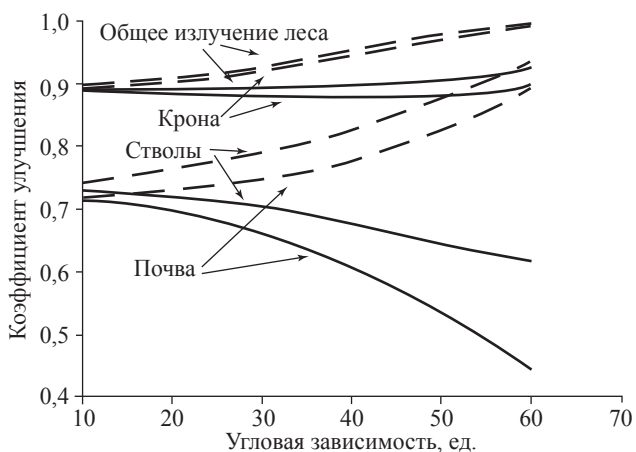


Рис. 3. Угловая зависимость коэффициента излучения лиственного леса в *L*-диапазоне. Вклад почвы, стволов и крон в общее излучение леса (непрерывная линия – ГП, пунктирная линия – ВП)

W – влагозапас лесного полога на единицу площади;

b – эмпирический коэффициент, (удельное ослабление), связывающий на данной длине волны интегральное ослабление лесного полога с влагозапасом, а следовательно, с биомассой.

На рис. 2 представлен пример спектральной зависимости ЯТ сплошного елового леса от биомассы древостоя на длинах волн 21, 43 и 75 см при зондировании в надир [5]. Отмечается практически линейный характер зависимости ЯТ от биомассы.

Поляризационные измерения лесных покровов в СВЧ-диапазоне дают дополнительную информацию. Для иллюстрации мы приводим рис. 3 из работы [8], где представлена угловая зависимость коэффициента излучения лиственного леса на волне 21 см на горизонтальной (ГП или Н) и вертикальной (ВП или V) поляризациях. В работе исследовался вклад почвы, стволов и крон в общее излучение леса и важный вывод: в *L*-диапазоне вклад в общее излучение (поглощение) стволовой массы является незначительным. Основное поглощение обусловлено поглощением радиоволн элементами кроны деревьев.

Таким образом, многочисленные модельные исследования указывают на прямую зависимость характеристик ослабления радиоволн лесным пологом от содержания растительной влаги или биомассы полога.

Классификация типов лесов с помощью спутниковых СВЧ-радиометрических методов

В основу классификации типа земной поверхности положены спектральные и поляризационные различия излучательных характеристик доминирующего типа поверхности в антенном пятне. Для анализа применяются статистические подходы.

Одной из первых публикаций, посвященных классификации лесов, была работа финских ученых [9]. Авторы использовали данные сканирующего радиометра SMMR спутника Nimbus-7 за осенние периоды 1978–1982 гг. над лесными областями Южной Финляндии. Анализ радиояркостных температур на частотах 10.7 и 18 ГГц (10.7Н, 18Н) на горизонтальной поляризации (Н) позволил выделить семь типов ландшафта: лес с доминированием сосны, разреженный хвойный лес, густой хвойный лес, лиственный лес, сельскохозяйственные угодья, болотистая местность и вода (рис.4).

Наиболее эффективным подходом является классификации типов земной поверхности по данным радиометра SSM/I полярных спутников серии DMSP: F-08, F-10 ÷ F-16, которые функционируют с 1987 г. по настоящее время. SSM/I

является четырехчастотным, семиканальным инструментом, измеряющим излучение на ГП (Н) и ВП (V) на частотах 19,35 (19V, 19H), 22,235 (22V), 37 (37V, 37H) и 85,5 ГГц (85V, 85H). Для идентификации тропических лесов используется следующий алгоритм [10]

$$T_{22V}^{BT} - T_{19V}^{BT} \leq 4; (T_{19V}^{BT} + T_{37V}^{BT}) / 2 - (T_{19V}^{BT} + T_{37V}^{BT}) / 2 \leq 1,9;$$

$$T_{85V}^{BT} - T_{37V}^{BT} \geq 0; T_{85H}^{BT} - T_{37H}^{BT} < 4,5; T_{19V}^{BT} > 262$$

Здесь представлены значения ЯТ в Кельвинах. Алгоритмы получены на основе обработки спутниковых экспериментальных данных над тропическими лесами в экваториальной зоне – в бассейне Амазонки и в Конго. Дальнейшие исследования показали, что данные радиометра SMM/I позволяют определять до семи разновидностей тропических лесов [11]. Представленные данные были получены благодаря применению специальных алгоритмов для повышения пространственной разрешающей способности, что повысило точность классификации до 81 %.

Помимо «чистых» СВЧ-методов для классификации лесов применяют комплексные подходы с привлечением средств оптического и СВЧ-диапазонов (радиолокация), которые имеют существенно лучшее пространственное разрешение по сравнению с СВЧ-радиометрами.

Спутниковый мониторинг температурно-влажностного режима (засухи и пожароопасности) бореальных лесов

СВЧ-радиометрические методы позволяют определять или индцировать важные в пожароопасном отношении параметры и состояние лесного полога, такие как температура полога, приземное влагосодержание атмосферы, осадки, потоки тепла и влаги, радиационный индекс сухость.

Наличие тесной корреляционной связи между интегральным влагосодержанием атмосферы и температурой приземного воздуха позволяет определять температуру воздуха в пологе леса по данным измерения радиотеплового излучения на волне 1,35 см – резонансной линии поглощения водяного пара. Для четырех исследуемых лесных районов была построена регрессионная зависимость среднемесячных температуры воздуха в пологе леса и ЯТ на волне 1,35 см по данным радиометра SSM/I спутника DMSP F08 за апрель-сентябрь 1988-1989 гг. Уравнение регрессии имеет вид

$$T^A = -295,72 - 1,16414T_{22V}^{BT}.$$

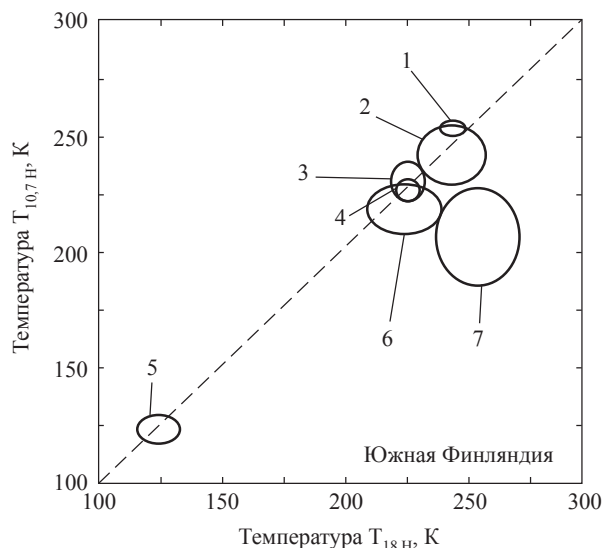


Рис. 4. Пример двухканальной (частоты 10,7 и 18 ГГц) обработки радиометра SMMR спутника Nimbus-7 для классификации семи типов лесов: 1 – лес с доминированием сосны; 2 – разреженный хвойный лес; 3 – болотистая местность; 4 – густой хвойный лес; 5 – вода; 6 – лиственный лес; 7 – сельскохозяйственные угодья

Более эффективными являются алгоритмы, основанные на многоканальных измерениях. В работе [16] получены два алгоритма восстановления температуры T^A в лесном пологе по данным радиометра SSM/I.

Первый алгоритм, основанный на линейной регрессии

$$T^A = 0,2769T_{19V}^{BT} - 0,5101T_{19H}^{BT} + 0,09758T_{22V}^{BT} + 0,6959T_{37V}^{BT} - 0,4244T_{37H}^{BT} - 0,03812T_{85V}^{BT} - 0,02716T_{85H}^{BT} - 243,4.$$

Второй эмпирический алгоритм основан на поляризационных различиях излучения леса на частоте 19,35 ГГц

$$T^A = [2,275T_{19V}^{BT} - 1,275T_{19H}^{BT}] / 0,9432.$$

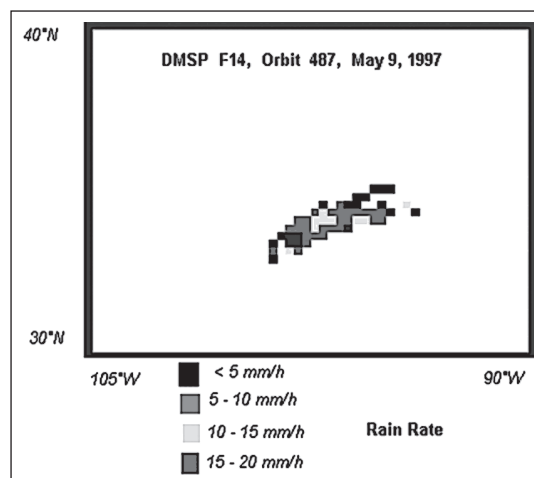


Рис. 5. Пример определения зоны выпадения и интенсивности осадков в штате Оклахома по данным СВЧ-измерений со спутника DMSP F14 (виток 487)

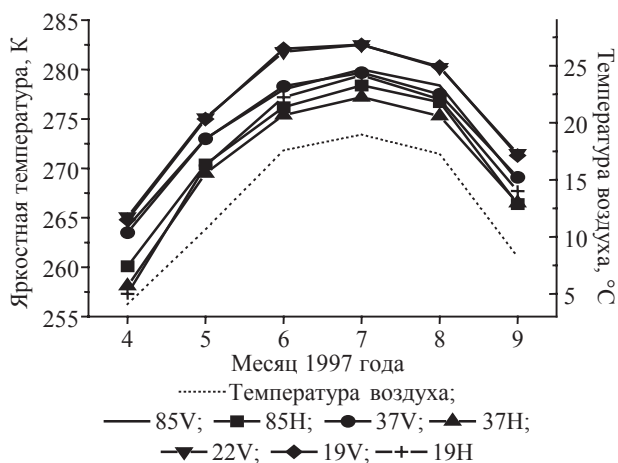


Рис. 6. Сезонная динамика среднеемесячных ЯТ и температуры воздуха в лесном пологом в Московской области в 1997 г. по данным радиометра SSM/I

В качестве критерия сезонной изменчивости пожарной опасности леса в работах [6] используется среднеемесячное значение радиационного индекса сухости (РИС), определяемого как отношение радиационного баланса (РБ) R к количеству тепла LP (L – скрытая теплота парообразования), которое необходимо затратить на испарение выпавших осадков P за рассматриваемый промежуток времени. РБ является одним из климатообразующих факторов. Для пожароопасных сезонов приращение РИС достигает десятков и сотен процентов в зависимости от сезона и географической зоны. Нами была выявлена взаимосвязь широтного хода спектров среднеемесячных ЯТ и РИС для лесов различных географических зон в весенний период пожароопасного сезона по данным спутников DMSP F10, F11, F13, F14 за апрель-май 1997 г. Целесообразность использования спектра ЯТ для оценки РИС объясняется высокой степенью корреляции между ЯТ и РБ

$$T^{BT} = 233,5 + 343R$$

с коэффициентом корреляции 0,98.

Для обнаружения зон осадков и оценки их интенсивности по данным радиометра SMM/I используются различные подходы, в том числе частотная методика, которая считается лучшей для средних широт. Интенсивность осадков определялась по разности ЯТ на ВП в каналах 85 и 37 ГГц (рис. 5).

Поскольку характерный пространственный корреляционный интервал метеорологических параметров в приземном слое составляет около 25 км, то используемые спутниковые технические средства должны иметь лучшее разрешение. Например, определение зон и интенсивности

осадков с помощью радиометра SMM/I осуществляется с разрешением 12,5 км, а у радиометра AMSR-E спутника EOS-Aqua пространственное разрешение вдвое лучше.

Спутниковый мониторинг сезонной и межгодовой динамики радиотеплового излучения boreальных лесов

Исследование сезонной и межгодовой динамики спектров ЯТ представляет интерес для изучения глобальных изменений, влияния погодных и климатических факторов на характеристики излучения зондируемых природных объектов.

В работах [7, 13] выполнены экспериментальные исследования сезонной динамики среднеемесячных значений ЯТ системы поверхность-лес-атмосфера в различных географических зонах Северного полушария с апреля по сентябрь 1988, 1989, 1990 и 1997 гг. Обработывались архивные данные радиометра SSM/I спутников DMSP F-08, F-10, F-13, F-14. Исследования показали, что сезонный ход ЯТ СПЛА для различных физико-географических зон обусловлен текущими погодными условиями и прежде всего особенностями температурно-влажностного режима в интерфейсном слое лес-атмосфера (рис. 6).

Для оценки межгодовой и сезонной изменчивости ЯТ в работе [13] используется коэффициент вариаций $\delta = \sigma^{yT} / T^{yT}$, где σ^{yT} – среднеквадратичное и T^{yT} – средние за месяц значения ЯТ. При короткопериодных изменениях климата мерой изменчивости обычно служат среднеемесячные значения дисперсии исследуемого параметра, а не средние значения. Результаты обработки среднеемесячных значений коэффициента вариаций ЯТ СПЛА по Аляске, Кеть-Чулыму, Московской области и Оклахоме представлены в работе [13]. Анализ экспериментальных значений коэффициента вариаций ЯТ в разных лесных зонах выявил ряд отличий, связанных с влиянием местных природных и климатических условий. Эти отличия проявляются в сезонном ходе, спектральных особенностях, диапазоне изменения сезонных и межгодовых величин, зональном характере минимума коэффициента вариаций. Выявлена взаимосвязь сезонной и межгодовой динамики коэффициента с уровнем пожарной опасности лесов на месячных временных масштабах.

Пример крупномасштабного радиотеплового излучения Земли на волне 4,5 см на вертикальной поляризации представлен на рис. 7.

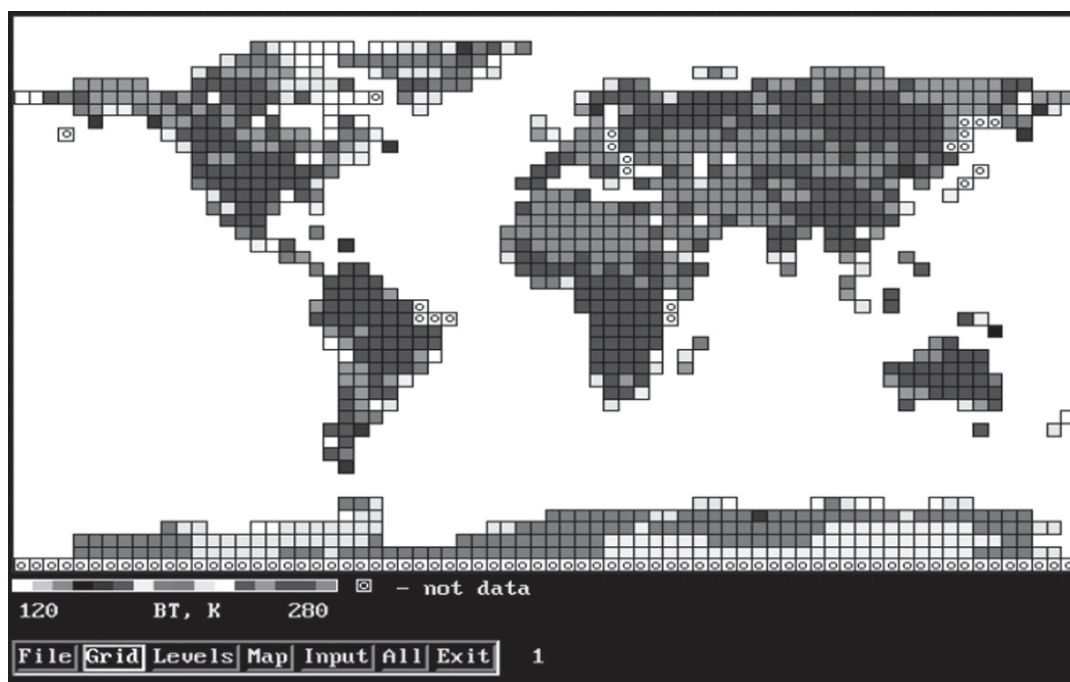


Рис. 7. Крупномасштабное радиотепловое излучение Земли на волне 4,5 см на ВП по данным радиометра SMMR спутника Nimbus-7

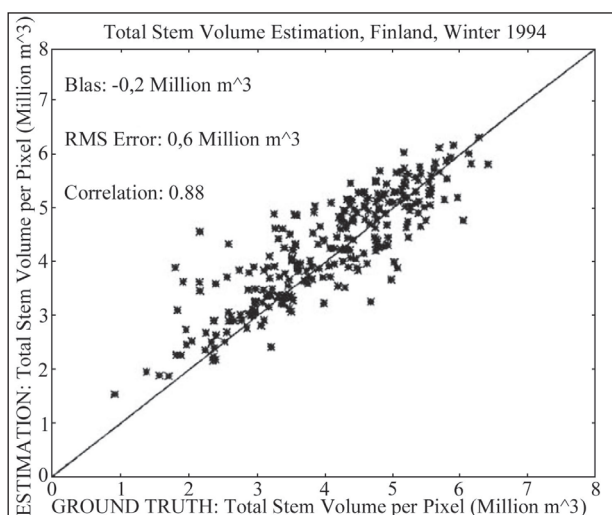


Рис. 8. Пример использования данных радиометра SSM/I для оценки запаса стволов в пикселе в лесах Финляндии

Изучение тропических лесов спутниковыми СВЧ-радиометрическими методами

Тропические леса составляют 17,8 % всех лесов. Особенностью архитектуры тропического леса является отсутствие доминирующего типа растительности. На участке в 1 га может совместно произрастать до 100 типов различных видов деревьев. Тропические леса развиваются в условиях равномерного увлажнения и равномерной температуры в течение года. Наблюдается выраженная вертикальная стратификация температуры полого и влажности воздуха. Тропические

леса характеризуются самым высоким среди растительных сообществ уровнем биомассы, достигающим 40–60 кг/м².

При интерпретации экспериментальных данных лес моделируется непрерывной средой со случайными пространственными флуктуациями диэлектрической проницаемости в отличие от других типов лесов, растительные элементы которых моделируются тонкими и толстыми цилиндрами (хвоя, веточки, ветви и стволы) и дисками (листва). Помимо решения задачи классификации типов тропических лесов перед СВЧ-радиометрией ставится задача оценки тепло- и влагообмена в пологе. На начальном этапе исследований делаются попытки оценить градиент температуры и влажности в пологе и определить зоны выпадения осадков. В [8] данные радиометра SMMR использовались для определения температуры в нижней и верхней частях полого, а в [7] – для температуры и влажности.

Оценка оптической толщины и биомассы лесов спутниковыми СВЧ-радиометрическими методами

Определение характеристик ослабления радиоволн и биометрических показателей леса является приоритетной задачей спутниковой СВЧ-радиометрии. В [8] приводится ссылка о наличии корреляционной связи между данными SMM/I и запасом стволовой древесины для лесов Финляндии в зимний период (рис. 8). В [15] разработан и

применен на данных SMMR алгоритм определения оптической толщины растительности τ_c , использующий связь τ_c с поляризационным индексом

$$MPDI = (T_V^{BT} - T_H^{BT}) / (T_V^{BT} + T_H^{BT})$$

в виде $\tau_c = t_c = C_1 \ln(C_2 MPDI + C_3)$, где коэффициенты определяются диэлектрическими свойствами почв. Сезонный ход поляризационного PI и частотного FI индексов по данным радиометра SMM/I [14] на частотах 19 и 37 ГГц указывает на взаимосвязь индексов с биомассой листвы лесов.

Заключение

Спутниковые СВЧ-радиометрические методы имеют широкий спектр возможностей в исследовании леса и определении параметров системы почва-лес-атмосфера. Достоинством СВЧ-радиометрических методов является наличие устойчивых взаимосвязей между характеристиками излучения СПЛА и биометрическими, агрометеорологическими параметрами исследуемой среды. Одним из факторов, снижающих эффективность метода, является низкая пространственная разрешающая способность.

Системы высокого разрешения снижают количество типов поверхностей в элементе разрешения и тем самым улучшают качество радиометрического разрешения по определяемым геофизическим параметрам.

Расширение спектрального диапазона в области дециметровых волн позволит в будущем перейти к глобальной оценке лесной биомассы и влажности почв под лесным пологом.

В данной работе использовались спутниковые и метеорологические данные, предоставленные NASA Marshall Space Flight Center Distributed Active Archive Center (MSFC DAAC, в настоящее время – Global Hydrology Resource Center), Satellite Active Archive, NCEP/NCAR. Авторы выражают им свою искреннюю признательность и благодарность за помощь.

Работа выполнена при финансовой поддержке МНТЦ, грант № 2059.

Библиографический список

1. Гранков, А.Г. Современное состояние спутниковых СВЧ-радиометрических средств для исследования климатоформирующих процессов / А.Г. Гранков, А.А. Мильшин // Проблемы окружающей среды и природных ресурсов. – 1999. – № 12. – С. 17–34.
2. Кондратьев, К.Я. Глобальная экология: дистанционное зондирование. Итоги науки и техники, сер. Атмосфера, океан, космос. Программа «Разрезы» / К.Я. Кондратьев, А.А. Бузников, О.М. Покровский. – М.: ВИНТИ. – 1992. – Т. 14. – 312 с.
3. Гранков, А.Г. Применение спутниковых СВЧ-радиометрических методов в исследовании леса / А.Г. Гранков, А.А. Мильшин, А.А. Чухланцев и др. // Тез. докл. 2-й открытой Всеросс. конференции «Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса». – М., 2004. – С. 185.
4. Гранков, А.Г. Спектральные особенности радиотеплового излучения лесного полога / А.Г. Гранков, А.А. Мильшин, А.А. Чухланцев и др. // 59 научная сессия РН-ТОРЭС им. А.С. Попова, 19-20 мая 2004 г. – М., 2004. – С. 146–148.
5. Мильшин, А.А. Исследование сезонной динамики характеристик излучения системы поверхность-лес-атмосфера в СВЧ-диапазоне / А.А. Мильшин, А.Г. Гранков, Н.К. Шелобанова // Препринт № 3 (624), ИРЭ РАН. – М., 1998. – 62 с.
6. Мильшин, А.А. Сезонная динамика взаимосвязи СВЧ-излучения и радиационного индекса сухости лесов при разных уровнях пожароопасности / А.А. Мильшин, А.Г. Гранков, Н.К. Шелобанова // ЛШ научная сессия РНТОРЭС им. А.С. Попова, 20-21 мая 1998. – М., 1998. – С. 86–87.
7. Гранков, А.Г. Сезонная и межгодовая динамика радиотеплового излучения леса с разным уровнем пожароопасности по данным радиометра SSM/I / А.Г. Гранков, О.О. Кузнецов, А.А. Мильшин и др. // Проблемы окружающей среды и природных ресурсов. – 1999. – № 10. – С. 2–14.
8. Pampaloni P. Microwave radiometry of forests // Waves in Random Media. 2004. 14. P. 275–298.
9. Hallikainen M.T., Jolma P.A., Hyypa J.M. Satellite Microwave Radiometry of forest and surface types in Finland // IEEE Trans. on Geos. and Rem. Sens., vol.26, NO. 5, 1988, P. 622–628.
10. Neale C.M.U., McFarland M.J., and Chang K. Land-Surface-Type Classification Using Microwave Brightness Temperatures from the Spatial Sensor Microwave/Imager // IEEE Trans. and Geosc. and Rem. Sensing, vol.28, No.5, 1990, P. 829–838.
11. Long D.G., Daum D.R., and Hardin P.J. Spatial Resolution Enhancement of SSM/I Data: Vegetation Studies of the Amazon Basin // Proceedings of IEEE IGARSS'96, Burham Yates Conference Center, Lincoln, Nebraska, USA, 27-31 May 1996, P. 1606–1608.
12. Pulliainen J., Grandell J. and Hallikainen M. SSM/I-Based Surface Temperature Retrieval Methods for Boreal Forest Zone // Proceedings of IEEE IGARSS'96, Burham Yates Conference Center, Lincoln, Nebraska, USA, 27-31 May 1996, P. 2110–2112.
13. Noilhan J. and Calvet J.-C. Mesoscale land-atmosphere models and usefulness of microwave remote-sensing data // ESA/NASA International Workshop. VSP, 1994, B.J. Choudhury, J.H. Kerr, E.G. Njoku and P. Pampaloni, P.17-54.
14. Calvet J.-C., Wigneron J.-P., Kerr Y.H. and Brito J.L.S. Use of passive microwaves over The Amazon forest // IGARSS'92, Houston, 2, 1992, P. 1673–1675.
15. Owe M., R.de Jeu, and Walker J. A. Methodology for Surface Soil Moisture and Vegetation Optical Depth Retrieval Using the Microwave Polarization Difference Index // IEEE Trans. On Geosc. And Remote Sensing, Vol.39, No. 8, 2001, P. 1643–1654.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ОСЛАБЛЕНИЯ РАДИОВОЛН ЛЕСНЫМ ПОЛОГОМ В ГЛОБАЛЬНОЙ МОДЕЛИ РАДИОИЗЛУЧЕНИЯ ЗЕМНОЙ ПОВЕРХНОСТИ В L- И P- ДИАПАЗОНАХ

Ю.С. ГАЛКИН, *проф. каф. физики МГУЛ, д-р техн. наук,*

А.Г. ГРАНКОВ, *ст. науч. сотр. ИРЭ РАН, д-р физ.-мат. наук,*

А.А. МИЛЬШИН, *ст. науч. сотр. ИРЭ РАН,*

А.С. ШМАЛЕНЮК, *ст. науч. сотр. ИРЭ РАН, канд. физ.-мат. наук*

При наблюдении климатических процессов и глобальных изменений методами СВЧ-радиометрии представляют интерес исследования отклика радиотеплового излучения земной поверхности на глобальные изменения в пространственных масштабах, принятых при изучении климата. В ряде современных климатических моделей расчеты выполняются на сетке $4^\circ \times 5^\circ$, $2,5^\circ \times 2,5^\circ$ и $1^\circ \times 1^\circ$ по широте и долготе. Глобальные атмосферные циркуляционные и другие модели (GCM) используются для решения климатологических задач. В СВЧ-радиометрии глобальное моделирование используется для исследования крупномасштабной пространственно-временной динамики радиоизлучения Земли. Эти исследования важны для анализа потенциала перспективных спутниковых радиометров L- и P-диапазонов с низким пространственным разрешением [1, 14] в климатологических задачах, для создания и проверки универсальных алгоритмов глобального мониторинга влажности почв в рамках проекта европейского космического агентства SMOS [15] и для совместного использования технологий моделирования (ГИМС) и СВЧ-данных. При моделировании и изучении глобального круговорота воды используется атмосферная общая циркуляционная модель. Одним из основных входных параметров модели является влажность почв земной поверхности, которая может быть определена дистанционными методами, использующими спутниковую СВЧ-радиометрию дециметрового диапазона. Лесные области занимают около трети поверхности суши. В дециметровом диапазоне лесной полог является полупрозрачной средой, что позволяет в будущем оценивать влажностный режим под лесным пологом спутниковыми методами. Такая задача решалась в работе [5] с использованием самолетной съемки на площади 540 км^2 , что соответствует пространственному разрешению спутникового радиометра. Для исследования эффективности СВЧ-радиометрического метода разрабатывается глобальная модель радиотеплового излучения зем-

ной поверхности в L- и P-участках СВЧ-диапазона (15–100 см) [1, 14].

Общее описание радиационной модели

Микроволновая модель основана на теории переноса излучения в многослойной среде. Модель учитывает вклад радиотеплового излучения четырех уровней: суши (воды), растительного покрова, атмосферы (тропосферы и ионосферы) и галактического радиоизлучения. Моделирование радиояркостной температуры (ЯТ) выполнено для различных типов земной поверхности: пустынь, тундры, лиственных, хвойных и тропических лесов, саванны, степей, с учетом относительной доли площади почвы без растительности в ячейке $4^\circ \times 5^\circ$ по широте и долготе. Модель излучения почвы учитывает длину волны, угол наблюдения, вид поляризации, коэффициент излучения, объемную влажность, плотность, состав, минерализацию, температуру поверхностного слоя почвы и ослабление излучения в растительном покрове и атмосфере. ЯТ растительного покрова определяется с учетом прямого и отраженного от почвы излучения слоя растительности и ослабления излучения атмосферой и радиогалактик. Значение интегрального ослабления пологом растительности определяется на основании данных о биомассе элементов растительного покрова, их влагосодержании, геометрии и физической температуры. В модели используется линейная зависимость между содержанием воды в растительности и оптической толщиной растительного слоя. Вклад излучения небосвода выполнен с учетом поглощения в кислороде и ионосфере с использованием модели глобального распределения электронной концентрации и отраженного от поверхности распределенного космического излучения, которые являются функциями географических координат. При моделировании ЯТ земной поверхности использовались архивные и климатические данные о типах почв и растительности, влажности и температуры почвы, биомассе растительности и метеорологических параметрах атмосферы

Рассмотрим конкретную реализацию радиационной модели. При спутниковых наблюдениях ЯТ системы «почва – растительность – атмосфера» (СПЛА) в дециметровом диапазоне может быть представлена в виде полуэмпирической модели

$$T_{\Sigma}^{BT} = T_S^{BT} + T_C^{BT} + T_{SKY}^{BT}, \quad (1)$$

где T_S^{BT} – радиоизлучение почвы, ослабленное растительным пологом и атмосферой:

$$T_S^{BT} = (1 - r_s) T_s \exp(-\tau_C - \tau_A) = T_{S0}^{BT} \exp(-\tau_C - \tau_A); \quad (2)$$

T_{SKY}^{BT} – прямое восходящее T_A^{BT} излучение атмосферы и отраженное излучение атмосферы T_A^{BT} и космоса T_{COS}^{BT} , ослабленное растительностью и атмосферой

$$T_{SKY}^{BT} = T_A^{BT} + r_s (T_A^{BT} + T_{COS}^{BT} \exp(-\tau_A)) \times \exp(-2\tau_C - \tau_A) \quad (3)$$

T_C^{BT} – прямое и отраженное излучение растительности

$$T_C^{BT} = T_C (1 - \omega_c) [1 - \exp(-\tau_C)] \times [1 + r_s \exp(-\tau_C)] \exp(-\tau_A) \quad (4)$$

с температурой полога T_C и почвы T_s ; интегральным ослаблением пологом τ_C и атмосферой τ_A ; коэффициентом отражения почвы r_s и альбедо растительной среды ω_c .

Излучение почв моделируется трехслойной средой (воздух – слой почвы толщиной 20 см – полубесконечный слой почвы) с шероховатой границей верхнего слоя с ЯТ

$$T_{S0}^{BT} = T_{SF}^{BT} + \Delta T_{SR}^{BT}, \quad (5)$$

где T_{SF}^{BT} – яркостная температура, соответствующая излучению ровной поверхности и приращение ΔT_{SR}^{BT} , обусловленное наличием шероховатости.

Значение ΔT_{SR}^{BT} определяется через индикатрису обратного рассеяния D

$$\Delta T_{SR}^{BT} = \frac{T_s}{4\pi} \int_0^{\pi/2} \int_0^{2\pi} D_{v,h}(\beta, \theta) \sin \theta \cdot d\theta \cdot d\varphi. \quad (6)$$

Для функции корреляции шероховатости, описываемой соотношением $R(x, y) = \exp(-(x^2 + y^2) / r^2)$, где r играет роль радиуса корреляции, выражение для индикатрисы рассеяния на горизонтальной поляризации имеет вид

$$D_h(\beta, \theta) = \frac{k^2 \sigma^2 r^2 \pi}{(2\pi)^2} |1 - \epsilon_{s2}|^2 \cos^2 \beta \cos \theta \times \exp\left(-\left(\frac{\pi r}{\lambda}\right)^2 (\sin \theta - \sin \beta)^2\right) \times \frac{\left| \cos \theta + \sqrt{\epsilon_{s2} - \sin^2 \theta} \frac{1 - \alpha^2(\theta) r_{h23}(\theta)}{1 + \alpha^2(\theta) r_{h23}(\theta)} \right|^2}{1} \times \frac{1}{\left| \cos \beta + \sqrt{\epsilon_{s2} - \sin^2 \beta} \frac{1 - \alpha^2(\beta) r_{h23}(\beta)}{1 + \alpha^2(\beta) r_{h23}(\beta)} \right|^2}. \quad (7)$$

Здесь r_{h23} – Френелевский коэффициент отражения на границе 2-ой и 3-ей среды на горизонтальной поляризации

$$r_{h23} = \frac{\sqrt{\epsilon_{s2} - \sin^2 \beta} - \sqrt{\epsilon_{s3} - \sin^2 \beta}}{\sqrt{\epsilon_{s2} - \sin^2 \beta} + \sqrt{\epsilon_{s3} - \sin^2 \beta}},$$

где $\alpha(\beta) = \exp(-ikh\sqrt{\epsilon_{s2} - \sin^2 \beta})$;

h – толщина слоя;

β, θ – углы падения и отражения волны от вертикали.

Мы использовали модель комплексной диэлектрической проницаемости почвы из [16], которая учитывает объемные доли содержания песка и глины в почве.

Из соотношений (1–4) следует, что основным параметром, определяющим поглощение радиоволн лесным пологом, является интегральное поглощение τ_C , которое определяется поглощением в листьях, хвое, ветвях крон и стволах

$$\tau_C = \tau_L + \tau_N + \tau_B + \tau_T \quad (8)$$

ЯТ радиоизлучения поверхности океана T_O^{BT} определяется коэффициентом отражения R и температурой излучающего слоя T_o

$$T_O^{BT} = (1 - R) T_o = \chi_o T_o \quad (9)$$

В случае шероховатой морской поверхности выражение для коэффициента отражения в рамках двухмасштабной модели имеет вид

$$R_p(\theta) = \frac{1}{4\pi} \int_0^{\pi} \int_0^{\pi/2} \sigma_p(\theta, \theta_s, \varphi_s) \sin(\theta_s) d\theta_s d\varphi_s$$

$$\sigma_p = \sigma_p^0 + \sigma_p^1, p = h, v. \quad (10)$$

Здесь σ^0, σ^1 – дифференциальные сечения рассеяния крупномасштабной и мелкомасштабной составляющих.

Для оценки величины ЯТ тропосферы в глобальной модели используется экспериментальная спектральная зависимость, которая описывается выражением дебаевского типа в диапазоне волн 20÷70 см в зените с погрешностью, не превышающей 15 % [3]

$$T_T^{BT} = \alpha \frac{v^2 \Delta v}{v^2 + \Delta v^2}, \quad (11)$$

где $\alpha = 4,5 \times 10^{-3}$ (К МГц⁻¹), $\Delta v = 0,73 \times 10^3$ (МГц); v – частота (МГц).

T_T^{BT} – определяется эффективной температурой T_T^E и интегральным поглощением τ

$$T_T^{BT} = T_T^E (1 - \exp(-\tau)) \approx T_T^E \tau. \quad (12)$$

Величину τ можно определить из экспериментальной зависимости (11). Для модели средней (по широте) атмосферы с линейным тем-

пературным профилем $T(h) = T_s - bh$ и углов $\beta > 5^\circ$ имеем

$$T_T^E = T_s - bl_o^\circ + b\alpha_o(l_o^\circ)\text{csc}(\beta), \quad (13)$$

где β – угол места;

l_o° – характеристическая высота;

T_s – температура атмосферы у поверхности;

α_o – погонное поглощение в кислороде.

С учетом (11–13) глобальные вариации ЯТ тропосферы рассчитываются в модели путем введения из базы данных температуры приповерхностного слоя атмосферы T_s .

При расчете ЯТ ионосферы в начале определяется эффективная электронная температура T_E , а затем вычисляется ЯТ

$$T_I^{BT} \approx \tau T_E \quad (14)$$

Используя данные о толщине Δl характерных слоев ионосферы D, E, F_1, F_2 , о частоте соударения электронов и их концентрации из модели глобального распределения электронной концентрации, можно рассчитать значение интегрального поглощения $\tau = 2\beta\Delta l$, где β – погонное поглощение.

Максимальное интегральное поглощение имеет слой F_2

$$\tau_{MAX}^{F_2} = K\lambda^2,$$

где $K = 5 \cdot 10^{-7}$ Нп/см², λ в см.

Поскольку поглощение в ионосфере мало, $\tau_{MAX}^{F_2} \ll 1$ и учет вариаций его представляют интерес главным образом при исследовании параметров океана, остановимся на проблеме, связанной с поворотом плоскости поляризации, или эффектом Фарадея. При прохождении радиоволн через ионосферу происходит поворот плоскости поляризации излучения за счет магнитного поля Земли.

Величина поворота плоскости поляризации Ω_F зависит от электронной концентрации $N_e(h, t)$, напряженности магнитного поля Земли $H_0(h)$, высоты h и ориентации θ_B космического аппарата относительно силовых линий и растет обратно пропорционально квадрату частоты f

$$\Omega_F = k_2 f^{-2} \int N_e(h, t) H_0(h) \cos \theta_B dl. \quad (15)$$

В отсутствие деполяризации ЯТ среды определяется согласно (9), а эффект Фарадея приводит к появлению второй составляющей сигнала, и выражение для ЯТ будет иметь вид

$$\begin{aligned} T_h(\Omega_F) &= [\chi_h \cos^2(\Omega_F) + \chi_v \sin^2(\Omega_F)] T_0 \\ T_v(\Omega_F) &= [\chi_v \cos^2(\Omega_F) + \chi_h \sin^2(\Omega_F)] T_0, \end{aligned} \quad (16)$$

отсюда величина вариации ЯТ, обусловленная деполяризацией, составит

$$\Delta T_{h,v}(\Omega_F) = \pm [\chi_v - \chi_h] \sin^2(\Omega_F) T_0. \quad (17)$$

Для тропических лесов и сплошных бореальных лесов с высоким уровнем биомассы различие в коэффициентах излучения на ортогональных горизонтальной (ГП) и вертикальной (ВП) поляризациях χ_h, χ_v практически отсутствует и влияние деполяризации несущественно. Для разреженных лесов, за счет влияния почвы, поляризационные различия для χ_h, χ_v становятся весьма значительными и их необходимо учитывать.

Для ослабления влияния ионосферы необходимо применять в спутниковых радиометрах антенны с круговой поляризацией.

Космическое радиоизлучение состоит из распределенного радиоизлучения межзвездного газа; радиоизлучения дискретных источников с угловыми размерами от единиц угловых секунд до десятков угловых минут и монохроматического радиоизлучения нейтрального водорода. Для рассматриваемой задачи представляет интерес распределенное радиоизлучение, состоящее из изотропного реликтового излучения интенсивностью 2,7 К и распределенного радиоизлучения Галактики и Метагалактики, а также радиоизлучение дискретных источников – Солнца и Луны. В качестве исходных данных для расчета распределенного радиоизлучения используются результаты экспериментальных измерений ЯТ небосвода на частоте $f_1 = 404$ МГц. Пересчет ЯТ на другие частоты f осуществляется с учетом известной в радиоастрономии частотной зависимости

$$T_{COS}^{BT}(f) = T_{COS}^{BT}(f_1) [f_1 / f]^\alpha, \quad (18)$$

где спектральный индекс α может изменяться от 2,3 до 2,8.

Подсвет космического радиоизлучения без учета поглощения в атмосфере определяется для гладкой поверхности в виде

$$\Delta T_{COS}^{BT} = r_s T_{COS}^{BT}(\alpha, \beta, t), \quad (19)$$

а для шероховатой поверхности зависит от индикатрисы рассеяния подстилающей поверхности:

$$\Delta T_{COS}^{BT} = \int_{\Omega} T_{COS}^{BT}(\alpha, \beta, t) F(\theta, \varphi) d\Omega$$

где $T_{COS}^{BT}(\alpha, \beta, t)$ – ЯТ распределенного космического излучения, которое является функцией экваториальных координат – прямого восхождения и склонения, а также времени;

$F(\theta, \varphi)$ – индикатриса рассеяния.

При расчете поглощения радиоволн в поверхностном слое океана, почвы и в растительности нам необходимы знания комплексной диэлектрической проницаемости перечислен-

ных природных сред. Для расчета комплексной диэлектрической проницаемости почвы (КДП) использовалась четырехкомпонентная модель из [16], полученная на основе модели Лоора для эффективной диэлектрической проницаемости матричной системы

$$\epsilon_M = (3\epsilon_s + 2V_{fw}(\epsilon_{fw} - \epsilon_s) + 2V_{bw}(\epsilon_{bw} - \epsilon_s) \times 2V_\alpha(\epsilon_\alpha - \epsilon_s)) / (3 + V_{fw}(\epsilon_s / \epsilon_{fw} - 1) + V_{bw}(\epsilon_s / \epsilon_{bw} - 1) + V_\alpha(\epsilon_s / \epsilon_\alpha - 1)), \quad (20)$$

где индексы bw , fw , s , α относятся к связанной воде, свободной воде, скелету почвы и воздуху;

V_{bw} , V_{fw} , V_α – плотности заполнения единицы объема, соответственно, связанной, свободной воды и воздуха.

Древесная растительность состоит из смеси воздуха, сухой древесины, связанной и свободной воды. КДП растительности ϵ_v в соответствии с теорией диэлектрических свойств смеси определяется как

$$\epsilon_v = \epsilon_d + \epsilon_{bw}v_{bw} + \epsilon_{fw}v_{fw}, \quad (21)$$

где v_{bw} , v_{fw} – плотности заполнения единицы объема, соответственно, связанной и свободной водой;

ϵ_{bw} , ϵ_{fw} – КДП связанной и свободной воды;

$$\epsilon_d = \epsilon'_d + j\epsilon''_d$$

диэлектрическая проницаемость сухой растительности. Для расчета КДП соленой воды ϵ_{fw} , входящей в состав почвы, растительности и океана, используются релаксационные модели Дебая и Коула-Коула

$$\epsilon_w = \epsilon'_w + j\epsilon''_w = \epsilon_\infty + \frac{\epsilon_0 - \epsilon_\infty}{1 + (j\frac{\lambda_s}{\lambda})^{1-\alpha}} + j60\sigma_0\lambda, \quad (22)$$

где ϵ_0 и ϵ_∞ – статическая и оптическая проницаемость;

λ_s – релаксационная длина волны;

α – параметр распределения времени релаксации молекулы воды, значение $\alpha = 0$ соответствует модели Дебая;

член $60\sigma_0\lambda$ описывает поправку на ионную проводимость раствора NaCl к мнимой части ϵ''_w . Параметры ϵ_0 , ϵ_∞ , λ_s , α , σ_0 зависят от температуры и солености воды. Для модельных расчетов удобны аппроксимации Стогринга, дающие погрешность определения ϵ'_w , ϵ''_w по модели Дебая порядка 1 % в диапазоне длин волн 0,2 ÷ 200 см, температуры 0 ÷ 40 °C и солености 0 ÷ 40 г/л

$$\begin{aligned} \epsilon_0(t, N_s) &= \epsilon_0(t, 0) \alpha(N_s) \\ \epsilon_0(t, 0) &= 87,74 - 0,4008t + \\ &+ 9,398 \times 10^{-4}t^2 - 1,410 \times 10^{-6}t^3, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \alpha(N_s) &= 1,0 - 0,2551N_s + \\ &+ 5,151 \times 10^{-2}N_s^2 - 6,889 \times 10^{-3}N_s^3, \end{aligned}$$

$$\epsilon_\infty(t) = 5,0 + 0,02t$$

$$\lambda_s(t, N_s) = \lambda_s(t, 0)b(N_s)$$

$$\begin{aligned} \lambda_s(t, N_s) &= 3 \times [1,1109 - 3,824 \times 10^{-2}t + \\ &+ 6,938 \times 10^{-4}t^2 - 5,096 \times 10^{-6}t^3] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b(N_s) &= 0,1463 \times 10^{-2}N_s^2 + 1,0 - 0,04896N_s - \\ &- 0,02967N_s^2 + 5,644 \times 10^{-3}N_s^3, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_0(t, N_s) &= \sigma_0(25, N_s)[1,0 - 1,962 \times 10^{-2}\Delta + \\ &+ 8,08 \times 10^{-5}\Delta^2 - \Delta N_s(3,020 \times 10^{-5} + 3,922 \times 10^{-5}\Delta + \\ &+ N_s(1,721 \times 10^{-5} - 6,584 \times 10^{-6}\Delta))] \times 10^{-2}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_0(25, N_s) &= N_s(10,384 - 2,3776N_s + \\ &+ 0,6825N_s^2 - 0,1358N_s^3 + 1,0086 \times 10^{-2}N_s^4) \end{aligned}$$

$$\Delta = 25,0 - t,$$

где t – температура раствора в градусах Цельсия;

N_s – нормальность раствора NaCl в г-экв/л,

связанная с соленостью s соотношением

$$N_s = s(1,707 \times 10^{-2} + 1,205 \times 10^{-5}s + 4,058 \times 10^{-9}s^2)$$

Приведенные соотношения дают лишь общее, схематичное представление о глобальной модели радиотеплового излучения Земли в дециметровом диапазоне. Например, модель излучения ионосферы не сводится только к соотношениям (14–16), для описания ее используется несколько десятков формул и численных алгоритмов.

Выходные параметры глобальной модели представляют набор матриц с размерностью 46 × 72. Входные параметры имеют разное пространственное разрешение, и специальный блок модели выполняет интерполяцию входных данных.

Для исследования пространственно-временной динамики радиационных характеристик СПЛА на сезонных масштабах использовались архивные метеорологические данные, NCEP/NCAR данные о влажности почв с разрешением 2,5° × 2,5°, классификация типов почв по схеме, принятой в FAO/UNESCO и карты типов растительности, полученные в рамках проекта ISLSCP – из глобальных наблюдений радиометром AVHRR спутника NOAA с пространственным разрешением 1° × 1°, карты изофот радиоизлучения космоса с разрешением 5° × 5°.

В качестве примера выходных графических данных глобальной модели приведены схемы распределения радиоизлучения Метагалактики на земную поверхность на волне 75 см (рис. 1), радиоизлучение ионосферы на волне 21 см (рис. 2) и радиоизлучение земной поверхности на волне 21 см (рис. 3). Отсутствие данных обозначено на рисунках ячейками с кругом внутри.

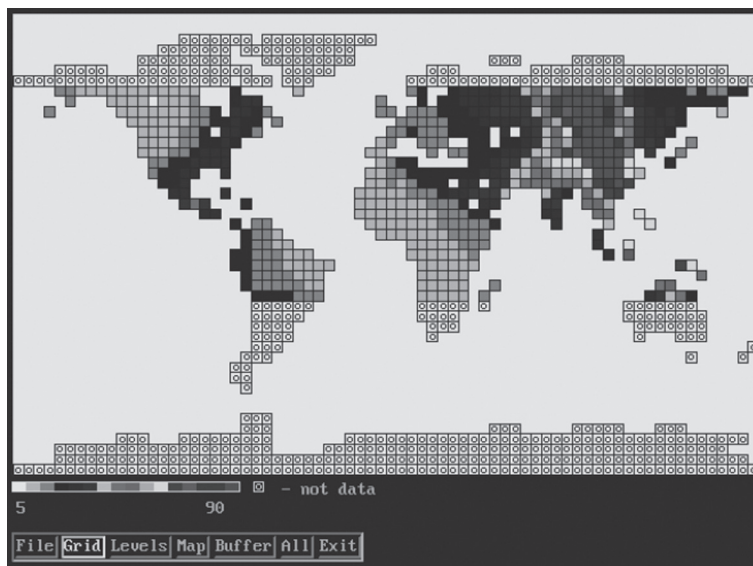


Рис. 1. Пример радиоизлучения Метагалактики на земную поверхность на волне 75 см

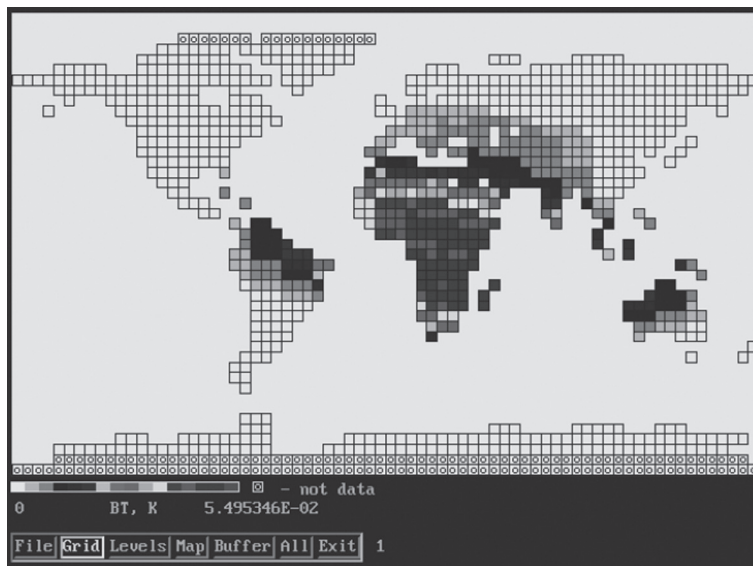


Рис. 2. Пример радиоизлучения ионосферы на волне 21 см

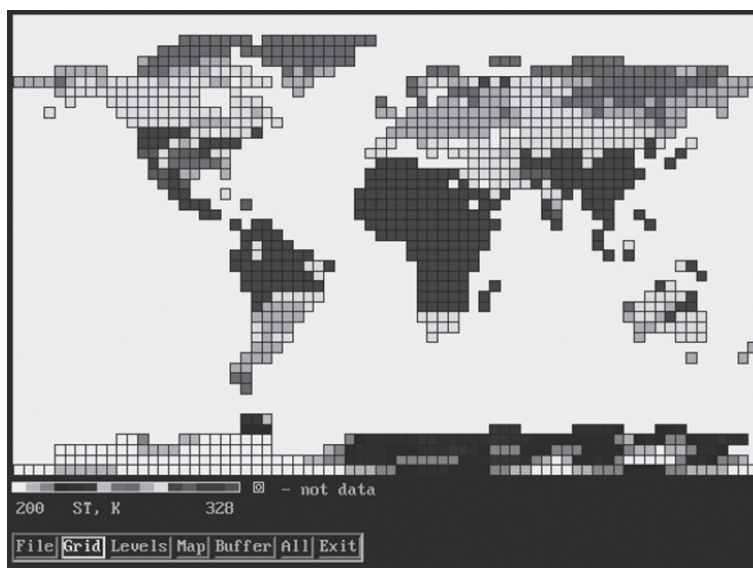


Рис. 3. Радиоизлучение земной поверхности на волне 21 см

Радиационная модель лесного полога

При глобальном моделировании эффективная ЯТ в пространственной ячейке T_p^{BT} зависит от пространственного распределения (мозаичности) яркостных температур

$$T_p^{BT} = \sum_{j=1}^N f_j T_j^{BT}, \quad (23)$$

где f_j , T_j^{BT} – соответственно, относительные площади и яркостные температуры j -го типа поверхности (открытой почвы, почвы с растительностью, водной поверхности и т.п.) в ячейке.

При глобальном моделировании модель имитирует спутниковые наблюдения, когда радиометр принимает излучение, формируемое подстилающей поверхностью и атмосферой. Наиболее сложный вид подстилающей поверхности представляют лесные зоны, которые моделируются тремя средами: почвой, лесной растительностью и атмосферой. Существуют различные электродинамические модели лесной среды, ряд из них требует для функционирования до десятков параметров среды [4]. Такой подход неприемлем в силу сложности описания лесного полога, например, особенностью архитектуры тропического леса является отсутствие доминирующего типа растительности, на участке в 1 га может совместно произрастать до 100 типов различных видов деревьев с трех-четырех ярусной структурой.

Спектральная зависимость яркостной температуры СПЛА обусловлена наличием частотной зависимости параметров $r_s(f)$, $\omega_c(f)$, $\tau_A(f)$ и $\tau_c(f)$ в приведенных соотношениях (1–4). Частотные зависимости коэффициента отражения почвы, альbedo растительности и поглощения в атмосфере имеют монотонный характер и слабо влияют на спектральный характер $T_{\Sigma}^{BT}(f)$.

Выбор модели для τ_c является *ключевой задачей* при глобальном моделировании и интерпретации экспериментальных данных по двум причинам. Во-первых, чтобы правильно моделировать спектры ЯТ в соответствии с (1). Во-вторых, что более важно для приложений, использующих как параметр биомассу леса, это определение спектральных связей между интегральным поглощением в (8) и биомассой лесной растительности. На фиксированной длине волны, как известно из теории и экспериментов, интегральное поглощение пропорционально биомассе

растительности и зависит также от влагосодержания, ориентации и геометрических размеров его составляющих, а также физической температуры.

Исследование вклада составляющей τ_T в общее интегральное поглощение (8) выполнялось рядом исследователей, обзор дан в [17]. В этих работах использовалась дискретная модель леса. Стволы моделировались вертикальными цилиндрами, веточки и ветви – хаотично ориентированными цилиндрами, листья моделировались дисками. Крона разделялась на несколько слоев. Модели учитывали механизм поглощения и рассеяния радиоволн элементами растительности. Моделирование показало, что основной вклад в общее излучение вносит крона и минимальный вклад приходится на долю стволов. Экспериментальные данные по ослаблению излучения кронами и стволами одиночных деревьев в горизонтальном направлении также указывают на значительную долю ослабления элементами кроны. Поэтому при моделировании мы должны уделять главное внимание ослаблению радиоволн кронами деревьев, т.е. составляющими τ_L , τ_N , τ_B в (8).

Рассмотрим, какие параметры лесного полога используются в глобальных циркуляционных моделях. Пространственное разрешение GCM по широте и долготе составляет от $4^\circ \times 5^\circ$ до $1^\circ \times 1^\circ$. Во всех моделях имеются разные схемы распределения типов земной поверхности. В модели [5] приводятся также значения биомассы для всех типов растительности. В модели [6] имеются данные о листовом индексе и удельной площади растительности в ячейке. Но наиболее подходящей для наших целей является модель [19]. Параметры растительности, используемые при моделировании, были получены в экспериментальных работах ISLSCP (International Land Surface Climatology Project). Пространственное разрешение типов ландшафта по результатам обработки данных NDVI радиометра AVHRR составило $1^\circ \times 1^\circ$ в проекте ISLSCP. В модели представлены данные о типах поверхности, о высоте лесного полога в верхней H_T и нижней части H_B , о массе стволов на единицу площади Q_T , о ширине и длине листа и относительной доли растительности в ячейке (табл. 1).

В рамках простейшей дискретной модели леса элементы лесного полога моделируются диэлектрическими цилиндрами (хвоя, ветви) и дисками (листва).

Параметры растительности

Тип поверхности	$H_{г2}$ м	$H_{в2}$ м	Ширина листа, м	Длина листа, м	LAI	Покрытие	$Q_{г2}$ кг/м ²
Водная поверхность	0	0	0	0	0	0	0
Вечнозеленые смешанные леса	17	8,5	0,001	0,055	6	0,8	3,6
Вечнозеленые широколиственные леса	35	1	0,05	0,1	6	0,9	9
Смешанные листопадные леса	14	7	0,001	0,04	6	0,8	3,6
Широколиственные листопадные леса	20	11,5	0,08	0,15	5,97	0,8	6,2
Смешанный растительный покров	18,5	10	0,04	0,1	5,95	0,79	4,9
Лесистая местность	14,9	8,02	0,0195	0,1286	5,98	0,799	3,92
Лесистые пастбища	7,7	4,006	0,0187	0,2327	5,14	0,804	1,98
Сплошные кустарники	4,1	2,08	0,0065	0,1648	5,95	0,79	1
Редкие кустарники	0,45	0,063	0,0034	0,0437	5,92	0,27	0,03
Пастбища	0,5	0,01	0,01	0,3	2,16	0,8	0,02
Пахотные земли	0,5	0,01	0,01	0,3	5,95	0,824	0
Открытая почва	0	0	0,003	0,03	0,79	0,08	0
Населенная местность	2,05	1,022	0,0149	0,2415	5,17	0,73	0,49

В этом случае составляющие интегрального поглощения для кроны рассчитываются как

$$\tau = A_p k_o \sec \theta \varepsilon_v'' t_p Q / \rho_v \quad (24)$$

где A_p – параметр, зависящий от геометрической формы рассеивающих элементов растительности;

k_o – волновое число;

θ – угол зондирования от надира;

Q – масса растительности на единицу площади;

ρ_v – удельная плотность сырой растительности;

ε_v'' – мнимая часть комплексной диэлектрической проницаемости растительности;

t_p – коэффициент пропускания листа или иглки; индекс p относится к горизонтальной или вертикальной поляризации.

Для расчета ослабления в листве и ветвях необходимы данные об их биомассе. Биомассу ветвей для лиственных и хвойных деревьев можно задать в виде $Q_B = k_B Q_{г2}$, где коэффициент k_B находится из литературных источников [6, 7]. Расчет интегрального поглощения в листве выполняется с учетом LAI [8]

$$\tau_L = A_p k_o \sec \theta \varepsilon_v'' t_p B \times LAI / \rho_w = A_p k_o \sec \theta \varepsilon_v'' t_p B \times LAI m / \rho_w \quad (25)$$

где $B \times LAI$ – масса листвы на единицу площади, пропорциональная листовому индексу;

m – весовое влагосодержание растительности, находится из литературных источников;

ε_v'' – КДП растительной влаги.

Листовой индекс LAI является наиболее доступным параметром, позволяющим оценивать листовую биомассу, и определяется из данных глобальных наблюдений радиометром AVHRR

с последующим пространственным ($1^\circ \times 1^\circ$) и временным (месяц) осреднением. Значительную часть всех лесов составляют листопадные леса, и знание листового индекса может быть использовано для оценки глобальных сезонных вариаций биомассы леса, что важно при интерпретации спутниковых СВЧ-радиометрических измерений для контроля гидрологического режима лесных почв, оценки уровня пожарной опасности лесов и в других приложениях. Для анализа сезонной динамики состояния живой растительности в работе [8] использовались архивные данные за 1988 г. для двух лесных участков – смешанные хвойно-лиственные леса умеренно-континентального климата Московской области ($55,7^\circ\text{N}-39,5^\circ\text{E}$) и леса восточной части штата Оклахома ($35^\circ\text{N}-95^\circ\text{W}$) с короткохвойной корабельной сосной, дубово-сосновым и дубово-орешниковым древостоем. Нарастание листового индекса в весенне-летний период обусловлено главным образом процессами облиствления древостоя. Так, величина приращения LAI для Оклахомы составляет 3,2, а для Москвы около 2,8, что обусловлено зональным характером распределения лесов.

Модельные расчеты (1–25) позволяют получить количественные оценки взаимосвязи радиационных характеристик радиотеплового излучения системы почва-лес с изменениями биомассы, ее сезонными вариациями, температуры и влагосодержания лесного полога в мм, см и дм диапазонах, исследовать вариации ЯТ СПЛА на суточных и сезонных масштабах. Модели позволяют исследовать поляризационные свойства полога, оценить вклад в общее поглощение элементов полога. К недостаткам подхода следует

отнести необходимость знания глобального распределения биомассы и влагосодержания элементов лесного полога. Рассмотренный метод не подходит для исследования тропических лесов, которые моделируются слоистой случайно-неоднородной средой.

Для оценки интегрального поглощения (8) в лесной растительности на волне 21 см используется эмпирическое соотношение [4, 15]

$$\tau_c = bW, \quad (26)$$

где W – влагозапас ветвей лесного полога в $\text{кг}/\text{м}^2$; $b = 0,33$ – эмпирический коэффициент (удельное ослабление).

В глобальной модели [15] значение W для тропических, лиственных и хвойных лесов составило, соответственно, 6, 4 и 3 $\text{кг}/\text{м}^2$. Соотношение (6) можно представить в виде

$$\tau_c = \gamma L, \quad (27)$$

где γ – погонное ослабление радиоволн растительностью;

L – высота лесного полога.

Зная величину γ из экспериментов и высоту лесного полога $L = H_T - H_B$ можно определить τ_c .

В работе [4] приводится эмпирическая модель зависимости погонного ослабления γ (дБ/м) от частоты f (МГц) в виде соотношения $\gamma = Af^C$, где $A = 8 \times 10^{-4}$, $C \approx 0,8$ для разных типов лесов (тропических, лиственных и хвойных) в диапазоне частот 30 – 9000 МГц.

Эмпирическая модель (26–27) лишена главного недостатка модели (24–25) – нет необходимости знания биомассы и влагосодержания лесного полога. Эта модель используется для расчета поглощения в тропических лесах.

При глобальном моделировании приходится использовать оба подхода, органично сочетая преимущества последних.

Обязательный этап в разработке глобальной модели связан с валидацией результатов моделирования. Мы затронем только часть вопросов, связанных с тестированием модели. Сложный характер зависимости радиационных характеристик от параметров среды обуславливает разработку различных подходов для валидации результатов моделирования излучения Земли. Отсутствие в настоящее время спутниковых СВЧ-радиометрических данных дециметрового диапазона стимулирует использование для локальной валидации глобальной модели результатов полевых и самолетных экспериментов [9, 10], выполненных в

70–90-е годы исследователями России (СССР), США и Европы в различных географических зонах Северного полушария в весенне-летне-осенние сезоны. Для валидации коэффициента излучения системы почва-лес можно использовать результаты систематизации коэффициента излучения различных типов поверхностей, полученные в работе [9] и представленные в таб. 2. Значительный разброс коэффициентов излучения отражает различные режимы увлажнения; температурные вариации, связанные с сезонным ходом радиоизлучения земли; степень покрытия лесом и биомассу леса.

На основе упомянутой выше систематизации данных радиометрических измерений в работе [10] изучалась корреляционная связь между данными в сантиметровом диапазоне 2–6 см и данными в дециметровой области 18–50 см. Экспериментальные результаты указывают на высокую степень корреляции, и, следовательно, для валидации можно использовать корреляционный подход.

В отсутствие спутниковых экспериментальных данных в дм диапазоне для оценки эффективности глобальной модели радиотеплового излучения земной поверхности в L- и P-диапазоне [11] можно привлечь имеющиеся спутниковые экспериментальные данные на самой длинной волне в см диапазоне 4,5 см. Применение радиометрии для климатических исследований стало возможным после запуска в 1978 г. многоканального сканирующего радиометра SMMR на спутнике Nimbus-7. В работе [11] приводятся результаты анализа сезонной динамики среднемесячных значений ЯТ на частоте 6,6 ГГц на ВП и ГП для основных типов земной поверхности, используемых в климатических моделях: тропический лес, лиственный листопадный лес, смешанный лес, хвойный лес, лиственный лес, саванна, трава, лиственные кусты с травой, лиственные кусты с открытой почвой, пустыня, тундра, возделываемые травянистые культуры и многолетние льды и ледники.

С этой целью выполнена обработка данных SMMR за май – сентябрь 1982 г., включающая накопление данных по ячейкам $4^\circ \times 5^\circ$, осреднение за месяц и селекцию по типам земной поверхности. Для каждого типа суши получены оценки математического ожидания, среднеквадратического отклонения и диапазона изменения ЯТ.

**Значения коэффициентов излучения поверхности
для различных зон Северного полушария в L- и P-диапазоне**

Природные зоны и типы земной поверхности	1-r _s	
	L-диапазон	P-диапазон
Тайга	0,84–0,93	–
Лесостепь	0,73–0,97	–
Степь. Аридные районы	0,79–0,87	–
Полупустыни и пустыни	0,85–0,96	–
Полупустыни и пустыни. Зона недостаточного увлажнения	0,74–0,91	0,75–0,94
Область высокой поясности. Зона переменного увлажнения	0,70–0,90	0,65–0,90
Смешанные и широколиственные леса	0,81–0,91	–
Смешанные и широколиственные леса. Торф	0,76–0,88	0,82–0,94
Смешанные и широколиственные леса. Гари торфяного и сфагнового болота	0,71–0,97	–
Переменно-влажные леса. Сельскохозяйственные поля	0,61–0,94	0,67–0,88
Сахель	0,56–0,92	–
Морской лед	0,55–0,93	–

На необходимость учета космического радиоизлучения при моделировании радиотеплового излучения лесов указывается в работах [12, 13].

Заклучение

Соотношения (1–27) дают общее представление о радиационной модели земной поверхности.

Отметим особенности глобального моделирования ослабления растительностью:

- возможность моделирования в широком диапазоне мм, см и дм длин волн;
- размеры ячейки (пространственное разрешение) одинаковы на всех длинах волн;
- малый уровень мозаичности: два – четыре типа поверхности в ячейке;
- использование упрощенных моделей радиоизлучения поверхности;
- необходимость применения различных подходов (моделей) для описания элементов среды;
- глобальные модели наиболее адекватно отражают крупномасштабные пространственные процессы;
- возможность валидации результатов моделирования на волнах 0,8–4,5 см с использованием экспериментальных спутниковых данных;
- масштабы временной динамики определяются возможностями используемых баз данных геофизических параметров среды;
- отсутствие систематизированных баз данных по глобальному распределению биомассы растительности.

Полученные результаты представляют интерес при разработке радиофизических методов для дистанционного зондирования лесной

поверхности в сантиметровом и дециметровом диапазонах.

Работа выполнена при финансовой поддержке МНТИЦ, грант № 2059.

Библиографический список

1. Мильшин, А.А. Глобальная модель радиотеплового излучения земной поверхности в L- и P-частках СВЧ-диапазона / А.А. Мильшин, А.Г. Гранков, Н.К. Шелобанова // ЛIII научная сессия РНТОРЭС им. А.С. Попова, 20-21 мая 1998г. – М., 1998. – С. 75–76.
2. Мильшин, А.А. Картирование температурно-влажностного режима лесных систем по данным самолетной фотосъемки, ИК-измерений и СВЧ-радиометрических измерений в L-диапазоне / А.А. Мильшин, А.Г. Гранков, В.Г. Мишанин // Исслед. Земли из космоса. – 1999. – № 5. – С. 85–93.
3. Хрулев, В.В. О спектре яркостных температур атмосферы в дециметровом диапазоне волн / В.В. Хрулев, А.А. Петровский, П.А. Капустин // Изв. вузов. Радиофизика. – 1971. – Т. 14. – № 1. – С. 15–17.
4. Чухланцев, А.А. Ослабление электромагнитных волн растительными покровами / А.А. Чухланцев, А.М. Шутко, С.П. Головачев // Радиотехника и электроника. – 2003. – Т. 48. – № 11. – С. 1285–1311.
5. Арманд, Н.А. Методы обработки данных радиофизического исследования окружающей среды / Н.А. Арманд, В.Ф. Крапивин, Ф.А. Мкртчян. – М.: Наука, 1987. – 270 с.
6. Смирнов, В.В. Органическая масса в некоторых лесных фитоценозах Европейской части СССР / В.В. Смирнов. – М.: Наука, 1971. – 362 с.
7. Алексеев, В.А. Световой режим леса / В.А. Алексеев. – Л.: Наука, 1975. – 227 с.
8. Мильшин, А.А. Вариации радиотеплового излучения леса в L- и P-диапазоне с учетом сезонного хода LAI по данным радиометра AVHRR спутников NOAA / А.А. Мильшин // Проблемы экоинформатики (материалы 3-го международного симпозиума): сб. науч. тр. – М.: ИРЭ РАН, ИПЭ РАЕН, 1998. – С. 84–88.
9. Мильшин, А.А. Экспериментальные значения радиояркостных температур земных покровов в L- и P-диапазоне / А.А. Мильшин, А.Г. Гранков, Л.А. Паршина // Проблемы экоинформатики (материалы 4-го междуна-

- родного симпозиума): сб. науч. тр. – М.: ИРЭ РАН, ИПЭ РАН, 2000. – С. 90–93.
10. Мильшин, А.А. О корреляции радиотеплового излучения земных покровов в сантиметровом и дециметровом диапазонах / А.А. Мильшин, А.Г. Гранков, Л.А. Паршина // Проблемы экоинформатики (материалы 4-го международного симпозиума): сб. науч. тр. – М.: ИРЭ РАН, ИПЭ РАН, 2000. – С. 94–97.
 11. Мильшин, А.А. Крупномасштабная пространственно-временная динамика радиотеплового излучения земной поверхности по данным радиометра SMMR / А.А. Мильшин, А.Г. Гранков, Н.К. Шелобанова, О.О. Кузнецов // LV научная сессия РНТОРЭС им. А.С. Попова, 17-19 мая 2000 г. – М., 2000. – С. 101–102.
 12. Мильшин, А.А. Об учете влияния радиоизлучения небосвода при спутниковых измерениях в L- и P-диапазоне / А.А. Мильшин, А.Г. Гранков // Проблемы экоинформатики (материалы 4-го международного симпозиума): сб. науч. тр. – М.: ИРЭ РАН, ИПЭ РАН, 2000. – С. 110–112.
 13. Гранков, А.Г. О возможности спектральных измерений ослабления радиоволн лесным пологом в природных условиях с использованием космического радиоизлучения в дециметровом и метровом диапазонах / А.Г. Гранков, А.А. Мильшин, А.А. Чухланцев // Проблемы окружающей среды и природных ресурсов. – 2004. – № 1. – С. 55–59.
 14. Grankov A.G. and Mil'shin A.A. Modeling microwave emission of land surface at L-, P-bands in the frame of the general circulation model // *Annales Geophysicae*, EGS, Part II.: Hydrology, Oceans, Atmosphere. Nonlinear Geophysics. Supl. II to Vol.15, 1997, P.276.
 15. Pellarin T., Calvet J.-C., and Wigneron J.-P. Surface Soil Moisture Retrieval From L-Band Radiometry: A Global Regression Study // *IEEE Trans. on Geos. and Rem. Sens.*, V.41, NO.9, 2003, P.2037-2051.
 16. Dobson M.C., Ulaby F.T., Hallikainen M.T., and El-Rayes M.A. Microwave dielectric behaviour of wet soil. Part II: Dielectric mixing models // *IEEE Trans. Geosci. Rem. Sens.*, 1985, GE-23, P.35-46.
 17. Pampaloni P. Microwave radiometry of forests // *Waves in Random Media*. 2004. 14. P.275-298
 18. Dorman J.L., Sellers P.J. A global climatology of albedo, roughness length and stomatal resistance for atmospheric General Circulation Models as represented by the simple biosphere model (SiB) // *Am. Meteorol. Soc., J. Appl. Meteorol.* 1989. 28. P.833-855.
 19. Sellers P.J., Los S.O., Tucker C.J., Justice C.O., Dazlich D.A., Collatz G.J., and Randall D.A. A global 1 deg. x 1 deg. NDVI data set for climate studies. Part 2: The generation of global fields of terrestrial biophysical parameters from the NDVI. I. *J. Remote Sensing*. NO.15. 1994. P.3519-3545.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА МЕТОДОВ КООРДИНАТНОЙ ПРИВЯЗКИ СНИМКОВ ДЗЗ ДЛЯ ГИС-УПРАВЛЕНИЯ ЛЕСНОЙ ИНФРАСТРУКТУРОЙ

Ю.С. ГАЛКИН, *проф. каф. физики МГУЛ, д-р. техн. наук*
 В.Н. ХАРЧЕНКО, *проф. каф. физики МГУЛ, д-р. техн. наук*

Известно, что леса России являются природообразующим фактором не только национального, но и планетарного масштаба. Это обстоятельство предъявляет особые требования к организации устойчивого управления лесной инфраструктурой с позиций обеспечения экологии и рационального природопользования.

Лесное хозяйство страны – это комплекс объектов и мероприятий, направленных на оптимизацию использования, воспроизводства, охраны и защиты лесов для получения продуктов леса при сохранении биосферных функций лесов.

Информационной основой ведения лесного хозяйства, согласно Лесостроительной инструкции, являются данные организации территории и лесотаксационных работ. Наибольшую актуальность вопросы организации территории приобретают благодаря вступлению в действие нового Лесного кодекса, согласно которому основой ведения хозяйства будет аренда лесных территорий, требующая коренного изменения управления инфраструктурой на базе современных космических и геоинформационных технологий.

Определение координат портативными GPS-навигаторами

Технологический процесс организации территории, особенно при использовании ГИС, основным компонентом включает координатное обеспечение, для чего проводятся необходимые топографо-геодезические работы:

- установление границ участков лесного фонда;
- съемки планшетных рамок;
- съемки отдельных наиболее значимых элементов внутренней ситуации;
- съемка границ хозяйственно-ценных выделов;
- съемка отвода лесосек;
- промер границ, квартальной и визирной сети и ходовых линий;
- геодезическое увязывание сети лесостроительных планшетов и др.

При проведении указанных работ традиционными геодезическими методами прокладываются преимущественно теодолитные хода и

используются теодолиты и буссоли, дальномеры и мерные ленты. Особенности таких методов являются:

- необходимость обеспечения прямой оптической видимости и проходимости всех звеньев хода;
- необходимость развития съёмочного обоснования;
- возрастание погрешности измерений при увеличении длины ходов и изрезанности рельефа;
- значительная доля низкоквалифицированного и малопроизводительного труда;
- большая численность полевой бригады;
- сложность камеральной обработки результатов полевых измерений;
- сложность исправления ошибок;
- сложность сопряжения с современными методами обработки и представления информации.

Указанные особенности наиболее распространённой технологии топографо-геодезических работ в лесном хозяйстве приводят к низкой эффективности труда.

За рубежом подобную технологию не применяют уже более 20 лет, заменив ее электронной тахеометрией, а последние 15–10 лет – GPS-технологиями.

GPS-технология определения координат точек на местности не имеет ни одного из перечисленных недостатков и повышает производительность работ в 5–10 раз. При этом точность измерений не ниже точности следующего класса или разряда относительно геодезических пунктов, используемых для привязки объекта к государственной геодезической сети, и не зависит от удаленности измеряемой точки от опорных межевых знаков, границ объекта, кварталных просек и изрезанности рельефа. Измерения проводятся бригадой минимальной численности, камеральная обработка максимально автоматизирована и может проводиться на базе полевой партии в день исполнения работ (контроль качества), и результаты непосредственно могут быть использованы в современных ГИС-продуктах.

Кроме того, применение GPS-технологии в лесном хозяйстве повышает интеллектуализацию и престижность соответствующих специальностей.

GPS-технологии в настоящее время находят самое широкое применение, от управления полетом и автоматической посадкой современно-

го авиалайнера до определения места нахождения отдельной персоны в многомиллионном городе.

Учитывая широкое распространение применения GPS-технологий несколько десятков фирм в мире выпускают более сотни разновидностей GPS-приемников с большим разбросом функциональных и потребительских характеристик. Наиболее агрессивную торговую политику в нашей стране проводят такие зарубежные фирмы, как Leica, Trimble Navigation, Javad Positioning System и др., которые, создав российскую дилерскую сеть, почти полностью заняли рынок продаж различных GPS-приемников геодезического применения. Эти приемники отличаются высокой точностью (до миллиметров при определенных технологиях измерений и обработки результатов), но и высокой стоимостью (более десяти тысяч долларов), относительно большими массогабаритами (до 10 кг в двух-трех транспортных контейнерах) и сложностью организации измерений, обработки и представления результатов (специальный пакет математической обработки стоимостью от 5 до 40 тыс. долл.).

Опыт показывает, что спутниковые измерения в залесенной местности для целей лесоустройства и лесопользования имеют свою специфику.

Большинство лесостроительных и лесопользовательских работ, кроме юридически ответственных (границы землепользования, инженерные и строительные и т.п. объекты), допускают относительно невысокие точности измерений, соответствующие требованиям лесных планшетов и используемых ГИС-продуктов. Эти точности лежат в диапазоне от метров до десятка метров, что позволяет применять другой класс GPS-приемников, так называемые портативные GPS-навигаторы, имеющие массу в сотню грамм и стоимость от 170 до 600 долл.

Поэтому тематика данного исследования по применению GPS-приемников в лесном хозяйстве в настоящее время весьма актуальна, так как позволяет обосновать и оптимизировать выбор техники и технологии спутниковых измерений для повышения эффективности топографо-геодезических работ в лесной отрасли.

Разработкой, выпуском и продажей портативных приемников в настоящее время занимаются более десятка фирм в различных странах.

Мировыми брендами стали такие фирмы, как Garmin, Magellan, Humminbird, Furuno,

GlobalSat и др. Основной упор производители делают на навигационное обеспечение транспортно-туристических и рыболовно-охотничьих потребностей обычного обывателя-непрофессионала, соединяя приемники с радарами, сонарами, эхолотами, карманными компьютерами и комплектуя креплениями к транспортным средствам, выносными антеннами, кабелями бортового питания и т.п. Номенклатура выпускаемых приборов – многие десятки типов.

Ручные портативные приемники разрабатывает и выпускает преимущественно фирма Garmin, которая занимает лидирующее положение в мире и в наибольшей степени проявляется на российском рынке. О серьезности подхода фирмы к обеспечению запросов потребителя на рынке указанной продукции можно судить по перечню модификаций разработанных и выпущенных фирмой приборов за последние 8–10 лет:

eTrex, eTrex Camo, eTrex Legend, eTrex Legend C, eTrex Summit, eTrex Venture, eTrex Vista, eTrex Vista S, Geco 101, Geco 201, Geco 301, GPS12, GPS12XL, GPS12CX, GPS12MAP, GPS 38, GPS48, eMap, eMap Delux, GPS II Plus, GPS III Plus, GPSMAP 175, GPS 126, GPS 128, GPSMAP 180, GPSMAP 230, GPS 72, GPS 76, GPS 60C, GPS 60CS, GPSMAP 76, GPSMAP 76C, GPSMAP 76CS, GPSMAP 76S, eTrex Venture CX, eTrex Vista CX, eTrex Legend CX, GPS 60CX, GPS 60CSX, GPSMAP 76CX, GPSMAP 76CSX.

Все модели имеют одинаковую чувствительность отсчета координат точки, равную $\pm 1 \div 3$ метра, и точность определения координат ± 15 метров и скорости ± 5 см/с. Совершенствование моделей проводилось в основном по запросам рынка и касалось улучшения эксплуатационных свойств путем добавления функций (смена карт, связь с компьютером, включая Bluetooth, звуковая сигнализация и др.) и модернизации эргономики и дизайна (цветной дисплей, подсветка экрана и клавиатуры и т.д.).

Существенные технические усовершенствования можно отсчитывать от моделей 12 серии: возможность организации дифференциального режима измерений (DGPS), при котором точность определения координат повышается до $\pm 3 \div 5$ метров. Однако неудобство метода состоит в необходимости использовать два приемника (базовый опорный и подвижный измерительный) при измерениях и обеспечивать радиоканал связи между ними с помощью специальных приемопередат-

чиков. Устранение этого недостатка реализовано начиная с 60 серии путем подключения так называемой функции WAAS (Wide Area Augmentation System) – системы зонального расширения, которая позволяет проводить коррекцию без опорной станции и обеспечивает точность определения координат менее 3 м (по данным фирмы).

Общая номенклатура выпускаемых приборов превосходит многие десятки типов. В работе были использованы портативные приемники фирмы Garmin моделей eTrex, GPS12 и GPS60C. Установленные в одной точке, они давали одинаковые отсчеты с точностью единицы последнего разряда, что свидетельствует о возможности распространения результатов исследований на весь модельный ряд данной фирмы. Для всего ряда фирмой заявлена погрешность определения координат ± 15 м при любых измерениях без использования DGPS- и WAAS-коррекции, удовлетворяющая требованиям бытового применения.

Однако опыт применения портативных приемников для профессиональных работ показывает, что формальное использование указанной величины неправомерно для оценки точности измерений, которая существенно зависит от методики проведения измерений, включающей хотя бы простейшую геодезическую обработку: усреднение, замыкание, уравнивание и привязки. Результаты проведенных исследований подтверждают указанное положение, которое иллюстрируется приводимым примером.

Исследования проводились на пунктах государственной геодезической сети, координаты которых были известны и принимались за эталонные. На каждом пункте бралось по 20 отсчетов GPS, что позволяет оценивать инструментальную точность величиной 0.7 метра. На рисунке приведены отклонения отсчетов от эталонных значений до обработки (В – по широте, С – по долготе) и после обработки (D – по широте и E – по долготе). Численные значения результатов и средней квадратических ошибок (СКО) приведены в табл. 1.

Т а б л и ц а 1

Численные значения погрешностей определения координат

Вид погрешности	Без обработки, м	С обработкой, м
Систем. погр. по широте	+12	0,0
Систем. погр. по долготе	+2,8	-0,2
СКО по широте	12,6	2,0
СКО по долготе	3,1	1,1

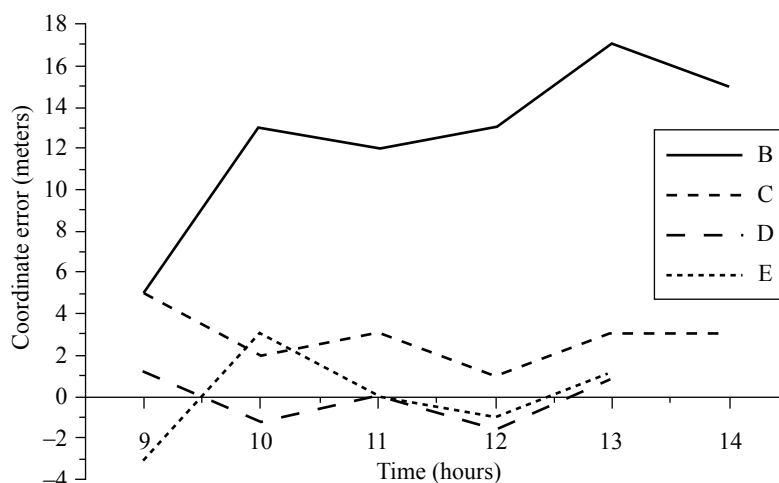


Рисунок. Влияние обработки GPS-измерений на точность координат

Полученные погрешности допустимы при многих технологических процессах лесоустройства и лесопользования.

Таким образом, показано, что портативные GPS-навигаторы могут быть использованы в профессиональной деятельности в лесной отрасли, но и измерения должны проводиться не по бытовой, а профессиональной методике. При этом невязку удобно определять на базе при начале и окончании хода измерений, а привязку – примерно в середине хода.

Оценка точности координатной привязки космических снимков высокого разрешения

В настоящее время дистанционное зондирование Земли (ДЗЗ) из космоса находит все большее применение в решении актуальных экономических, социальных и научных задач. Одним из активных потребителей космической продукции является лесная отрасль хозяйства.

Тенденция развития космической техники дистанционного зондирования, направленная на повышение точности и разрешающей способности космических изображений, увеличивает объемы информации, сообщаемой потребителю, которые он должен добавлять в уже имеющиеся ГИС-продукты, созданные, как правило, под задачи на момент начала информатизации. В этом случае возможны координатные нестыковки объектов, причиной которых может быть как их разномасштабность, так и неточности трансформирования поступивших изображений. Предварительной оценке влияния указанных причин посвящена данная статья. Оценка проведена для двух снимков сверхвысокого разрешения: Ikonos – 1 м и QuickBird – 0,6 м.

Независимое определение координат точек проводилось портативным GPS-приемником Garmin 12 с обработкой результатов по методике, изложенной в предыдущем разделе.

Оценка метрических свойств приемника на день контроля снимков проведена по 10 отсчетам на 4 пунктах государственной геодезической сети, пересчитанных в систему WGS-84 (в линейном выражении). Результаты показаны в табл. 2.

СКО определялась по отклонениям от эталона.

Определяемые точки на снимках выбирались по периметру на расстояниях 2–12 км друг от друга. Было выбрано 5 хорошо опознаваемых и доступных для измерителей точек. Измерения и обработка проводились по той же методике, как на пунктах ГГС.

Т а б л и ц а 2

Точность измерений GPS приемником

№ точек	$N_{GPS} - N_{ГГС}$ (м)	$E_{GPS} - E_{ГГС}$ (м)
1	2,0	1,2
2	0,4	1,2
3	0	0
4	-2,8	0,9
Среднее	-0,1	0,8
СКО	1,7	1,4

Т а б л и ц а 3

Точность точек Ikonos

№ точек	ΔN (м)	$\delta \Delta N$ (м)	ΔE (м)	$\delta \Delta E$ (м)
1	-10,3	-0,9	6,3	0,1
2	-8,7	0,7	9,0	2,8
3	-6,3	3,1	2,4	-3,8
4	-11,0	-1,6	7,5	1,3
5	-10,8	-1,4	5,8	-0,4
Сред.	-9,4		6,2	
СКО	9,6	1,8	6,6	2,2

Т а б л и ц а 4

Точность точек QuickBird

№ точек	ΔN (м)	$\delta \Delta N$ (м)	ΔE (м)	$\delta \Delta E$ (м)
1	-2,8	-1,8	0,1	1,8
2	-1,3	-0,3	0,3	2,0
3	-3,8	-2,8	-2,0	-0,3
4	0,7	1,7	-1,5	0,2
5	2,2	3,2	-5,5	-3,8
Сред.	-1,0		-1,7	
СКО	2,4	2,2	2,7	2,1

Т а б л и ц а 5

Точностные соответствия ГИС, координат и пространственного разрешения космических изображений

Знаменатель ЦМР и ЦММ	Твердая точка	Нетвердая точка	Разрешение
10 000	1	4	2
25 000	2.5	10	6
100 000	10	40	23
250 000	25	100	55
500 000	50	200	250

Результаты приведены в табл. 3 и 4 для Ikonos и QuickBird соответственно. Знак Δ означает уклонение от эталона (данные GPS), а знак δ – уклонение от среднего.

Из сравнения данных табл. 3 и 4 с результатами табл. 1 и 2 можно сделать вывод, что снимок с Ikonos отцентрирован неточно, с ошибкой примерно 11 метров, а второй снимок, с учетом точности измерений, следует признать точным. Деформация изображений, с учетом точности измерений, практически отсутствует.

В табл. 5 приведены условия взаимного соответствия ГИС-основы и требуемых координатных точностей снимков и их пространственного разрешения (в метрах). Здесь ответственным пунктом является выбор ГИС-основы. Дело в том, что распространенными являются ЦММ масштаба 1 : 200 000 и мельче. Более крупномасштабные основы необходимо создавать по месту. Это трудоемкое и дорогое дело, а то, как его упрощают и удешевляют, остается неизвестным.

Таким образом, данное исследование свидетельствует, что проблема взаимного координатного согласования ГИС-продуктов, картографических материалов и космических снимков существует. За основу согласования целесообразно принять данные качественных профессиональных GPS-измерений, а методику разработать с учетом целевых задач отрасли.

МЕТОДЫ ПОВЫШЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРНОЙ СТАБИЛЬНОСТИ ВИХРЕТОКОВЫХ ДАТЧИКОВ

Ю.П. БАТЫРЕВ, *доц. каф. физики МГУЛ, канд. техн. наук,*
 Н.П. ПОЛУЭКТОВ, *проф. каф. физики МГУЛ, д-р техн. наук,*
 В.Н. ХАРЧЕНКО, *проф. каф. физики МГУЛ, д-р техн. наук,*
 В.Е. БАГДАТЬЕВ, *инженер ФГУП «НПО Измерительной техники»*

Электромагнитные (вихретоковые) датчики находят широкое применение в системах управления работой различных агрегатов [1, 2]. В частности, вихретоковый метод – один из эффективных и надежных при контроле и диагностике состояния роторов энергоагрегатов, таких как турбины электростанций, стоимостью сотни миллионов рублей. С помощью вихретоковых датчиков обеспечивают измерение относительной вибрации, числа оборотов, искривления, а также тепловых расширений вала ротора.

Принцип работы вихретокового датчика основан на явлении электромагнитной индукции. Переменное электромагнитное поле, созданное катушкой датчика, создает вихревые токи в металлическом объекте, которые воздействуют на поле возбуждающей катушки и изменяют ее индуктив-

ность. Это вызывает изменение параметров колебательного контура (амплитуды, частоты, фазы), в который входит катушка датчика. Регистрация изменения этих параметров позволяет определить свойства предмета и его положение относительно датчика [3].

В данной статье рассмотрены методы компенсации температурной погрешности вихретоковых датчиков, которая является преобладающей при работе на повышенных температурах. Увеличение температуры окружающей среды может вызывать изменение индуктивности катушки, межвитковой емкости катушки, сопротивления провода катушки, геометрии корпуса катушки, параметров соединительного кабеля, а также свойств контролируемого объекта. Воздействие этих факторов в совокупности приводит

к тому, что погрешность выходного сигнала при изменении температуры от 20 °С до 170 °С в зоне действия датчика может достигать до 16 % в автогенераторной схеме возбуждения датчика.

Методы повышения температурной стабильности вихретоковых измерителей можно условно разделить на:

- технологические;
- параметрические;
- схемотехнические;
- методические.

Технологические методы повышения температурной стабильности включают вопросы оптимизации применяемых конструкционных материалов в части подбора их коэффициентов линейного температурного расширения α_m , введение в технический процесс изготовления преобразователя процессов старения (термоциклирование), а также применения специальных технологий изготовления обмотки, например, заливка в пластмассу или эпоксидную смолу в вакууме с целью исключения воздушных включений. Применение этих методов позволяет стабилизировать значение межвитковой емкости обмотки, а также стабилизировать смещение обмотки в целом под воздействием температуры.

При использовании параметрической стабилизации во многих случаях для температурной коррекции обмотки применяют намотку проводом с высоким сопротивлением, имеющим низкий или заданный температурный коэффициент

сопротивления. Данная мера может быть полезна при высоких несущих частотах, при этом увеличение сопротивления компенсируется увеличением индуктивного сопротивления ωL и значение добротности Q оказывается приемлемым для получения требуемой чувствительности. Для примера: удельное сопротивление чистой меди $\rho_0 = 1,55 \cdot 10^{-6} \text{ Ом}\cdot\text{см}$, температурный коэффициент $\alpha_0 = 433 \cdot 10^{-5} \text{ К}^{-1}$ (табл. 1).

На рис. 1 приведены выходные экспериментально полученные характеристики преобразователя в автогенераторной и фазовой схеме обработки информации для обмотки $\varnothing 12 \text{ мм}$, выполненной из медно-манганиновой проволоки $\varnothing 0,2 \text{ мм}$ с параметрами $R_a = 10,26 \text{ Ом}$, $L \cong 25 \text{ мкГн}$. Диапазон возбуждающихся частот при исследовании фазовой схемы лежал в диапазоне 0,75 ч 1,5 МГц. Автогенераторная схема имела параметры $C_0 = 1000 \text{ пФ}$, $f = 1 \text{ МГц}$, $R_{\text{вн}} = 5 \text{ Ом}$. Из анализа представленных характеристик видно, что применение автогенераторного метода не обеспечивает большого диапазона измерения с линейной характеристикой.

Фазовый метод выделения сигнала дает больший линейный участок, хотя при этом абсолютные приращения сигнала составляют меньшие значения по сравнению с автогенераторным методом в диапазоне измерения, что обуславливает необходимость применения усилителя постоянного тока. Датчик закреплялся в жестком металлическом приспособлении.

Т а б л и ц а 1

Заполнение ρ_0 и α_0 для некоторых высокоомных сплавов для применения

Сплав	Массовое содержание компонентов, %	$\rho_0, 10^{-6}$ Статья I ОмЧсм	$\alpha_{20}, 10^{-5} \text{ К}^{-1}$
Константан	45 Cu, 45 Ni, 1 Mn	50	-3
Манганин	86 Cu, 12 Mn, 2 Ni	43	1–2
	85 Cu, 9,5 Mn, 5,5 Al	45	1–3
Медь-алюминий	95 Cu, 5 Al	11	8,0
Медь-марганец	95,5 Cu, 9,5 Mn	35,2	9,1
Медь-марганец-алюминий	93 Cu, 5 Mn, 2 Al	22	5
	88 Cu, 10 Mn, 2 Al	38	-3
Никелин	67 Cu, 30 Ni, 2-3 Mn	40	11
Низельбер	60 Cu, 17 Ni 23 Zn	30	35

Т а б л и ц а 2

Результаты температурных испытаний медно-манганинового датчика на воздействие повышенной температуры в статическом режиме

Температура, °С		20	100	140	150	160				
$U_{\text{вых}}$, В зазор 1 мм (2 слоя ситалла)	Погрешность, %	0,751	0,741	1,3%	0,722	3,8%	0,712	5,2%	0,703	6,4%
$U_{\text{вых}}$, В зазор 2 мм (4 слоя ситалла)	Погрешность, %	1,395	1,372	1,6 %	1,314	5,8%	1,301	6,7%	1,275	8,6%

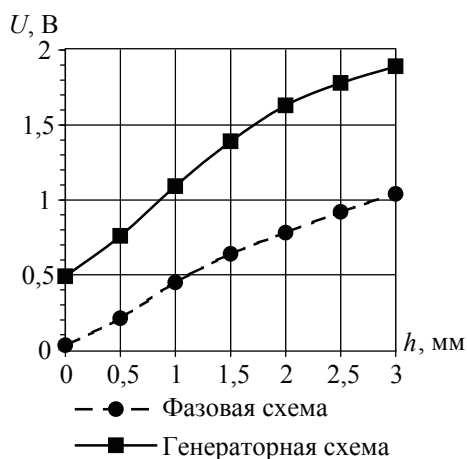


Рис. 1. Выходные характеристики датчика из марганца

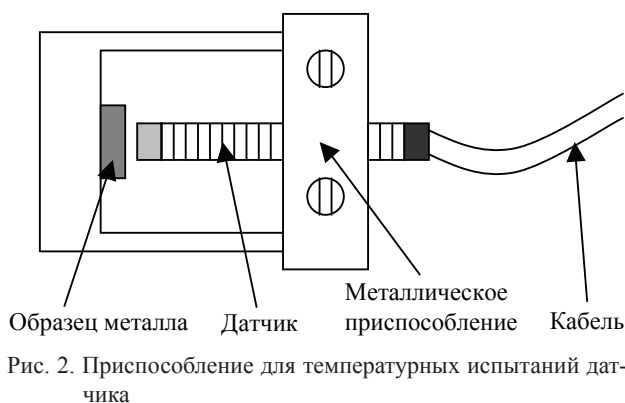


Рис. 2. Приспособление для температурных испытаний датчика

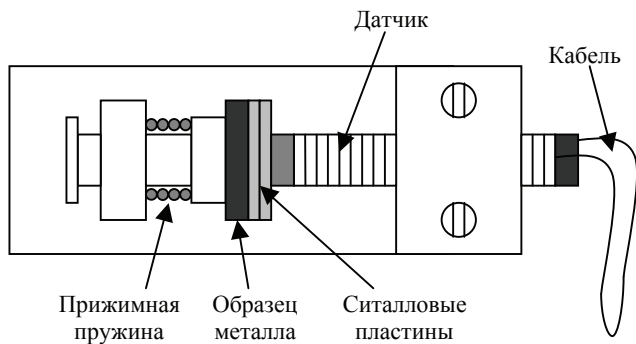


Рис. 3. Приспособление с прижимной пружиной для температурных испытаний датчика

На рис.2 приведена схема температурных испытаний медно-марганцевого датчика на воздействие повышенной температуры 170 °C в статическом режиме, в табл. 2 – результаты испытаний.

При изменении температуры изменяются электрические параметры датчика: индуктивность L , активное сопротивление R_a , паразитная емкость C_p , что приводит к изменению эквивалентного сопротивления контура измерительной обмотки.

При изменении температуры меняются как линейные размеры металлического объекта,

так и проводимость его материала. В результате изменяются как глубина проникновения электромагнитного поля обмоток датчика в материал объекта, зависящая от проводимости материала, так и величина зазора (h) между датчиком и объектом. Поэтому жесткое приспособление для крепления датчика было доработано, чтобы исключить перечисленные неоднозначности и сохранить фиксированную величину зазора (рис. 3).

Это достигается путем помещения в зазор эталонных диэлектрических пластин с малым коэффициентом температурного расширения. Материалом пластин служит ситалл (температурный коэффициент расширения $\approx 5 \cdot 10^{-7} \text{ K}^{-1}$). Возникающие линейные расширения объекта и датчика компенсирует прижимная пружина. При этом абсолютная величина зазора между датчиком и имитатором объекта в цикле измерений остается постоянной во всем диапазоне варьируемой температуры. В следующем цикле измерений ступенчато изменяют величину зазора (h), а температуру внутри термостата варьируют в тех же пределах, что и в первом цикле. После нескольких циклов измерений получают массив дискретных отчетов, в которых содержится скрытая информация зависимости выходной характеристики датчика как от изменения величины зазора (h), так и от изменения собственных электрических параметров датчика в диапазоне варьируемых температур. Полученные данные для этого же датчика в приспособлении с прижимной пружиной отражены в табл. 3.

Как видно из приведенных таблиц, только доработка устройства крепления позволила значительно улучшить температурную погрешность датчика. В реальных условиях эксплуатации, когда датчик установлен на кожухе турбины, а головка датчика находится в масляно-жидкостной среде при температуре более 100 °C перед вращающимся валом достаточно сложно оценить температурную погрешность, поскольку температурному воздействию подвергаются как сам датчик, так и объект контроля. Соответственно меняются геометрические размеры как вала турбины, так и кожуха, на котором установлен датчик, а также электрофизические параметры объекта и самого датчика. Поэтому в практике измерений принято контролировать зазоры относительно установившегося режима после прогрева рабочей среды. В этом случае проведенные эксперименты показали, что температурная погрешность не превышает 3–5 % в диапазоне температур до 170 °C.

Результаты температурных испытаний медно-манганинового датчика, полученные в приспособлении с прижимной пружиной

Температура, е С		20	100		140		150		160	
$U_{\text{вых}}$ В зазор 1 мм (2 слоя ситалла)	Погрешность, %	0,79	0,792	0,25 %	0,787	0,38 %	0,783	0,88 %	0,775	1,8 %
$U_{\text{вых}^2}$ В зазор 1,5 мм (3 слоя ситалла)	Погрешность, %	1,067	1,057	0,9 %	1,038	2,7 %	1,026	3,8 %	1,01	5,3 %

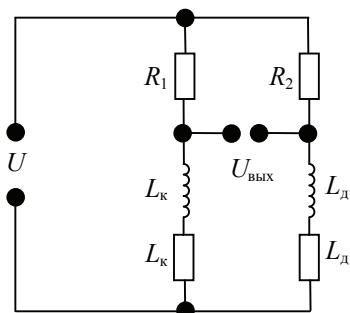


Рис. 4. Мостовая схема включения

Схемотехнические методы повышения температурной устойчивости предполагают компенсацию воздействия путем его выделения с помощью дополнительных каскадов электроники, а также использованием дополнительных (опорных, компенсационных) обмоток. Примером такой схемы может служить мостовая схема включения, приведенная на рис. 4. В этом случае обмотки L_k и L_d одновременно подвергаются температурному воздействию и изменение межвитковой емкости и сопротивления проводов обмоток происходит в них одновременно. Измерение Z_d рабочей обмотки датчика вызывает изменение амплитуды и фазы напряжения $U_{\text{вых}}$ разбаланса моста.

Вторую компенсирующую обмотку L_k можно использовать в качестве датчика температуры. Полученные данные о температуре среды используются для коррекции функции преобразования преобразователя. В однообмоточных датчиках данный метод можно применять путем размещения в нем термометра сопротивления. Примером такого датчика со встроенным термометром сопротивления служит проволочный датчик, разработанный нами для измерения осевого расширения ротора турбины.

Для компенсации температурной погрешности в датчик встроен платиновый термометр сопротивления РСА 1.2010.5М фирмы *Jumo*. Как показали проведенные испытания, выходная характеристика датчика при повышении температуры начинает менять угол наклона, величина которого, в конечном счете, зависит как от самой

температуры, так и от частоты тока возбуждения и параметров контура (рис. 5). Первоначально производится линеаризация выходной характеристики датчика с помощью кусочно-линейной аппроксимации в нормальных условиях. Для этого характеристика датчика $V = f(I)$ разбивается на определенное число участков, число которых зависит от задаваемой погрешности датчика, с одной стороны, и его быстродействия, с другой стороны, которое определяется типом процессора и объемом массива данных. Абсциссы и ординаты их границ записываются в память, образуя начальный массив точек градуировочной характеристики $M_0 = (V_{00}, V_{10} \dots V_{n0})$ при температуре t_0 . Как показали проведенные исследования, при повышении температуры характеристика датчика меняет тангенс угла наклона, оставаясь линейной (рис. 5б), хотя сама зависимость носит нелинейный характер (рис. 5а) и тоже подвергается кусочно-линейной аппроксимации. В этом случае каждой i -й точке температуры будет соответствовать свой массив $M_i = (V_{0i}, V_{1i} \dots V_{ni}) = K_i \times M_0$, получаемый из исходного массива M_0 перемножением всех членов массива на коэффициент K_i , зависящий от температуры t и получаемый из выражения

$$K_i = \frac{K_{V_i}}{K_{V_0}}$$

Коэффициенты K_{V_i} и K_{V_0} определяют тангенс угла наклона выходной характеристики соответственно для температур t_i и t_0 .

Таким образом, с помощью датчика температуры определяется коэффициент наклона выходной характеристики, который высчитывается микроконтроллером по алгоритму на основе обработки калибровочных точек зависимости выходного напряжения на краю диапазона измерения от температуры. Испытания созданных образцов датчиков показали, что проведенная данным методом компенсация температурной погрешности позволила получить суммарную погрешность не более 2,5 % во всем диапазоне температур.

Зависимости индуктивности датчика от температуры

$t, ^\circ\text{C}$	Печатный		Ленточный		Проволочный	
	$R, \text{Ом}$	$L, \text{мкГн}$	$R, \text{Ом}$	$L, \text{мкГн}$	$R, \text{Ом}$	$L, \text{мкГн}$
20	1,63	11,4	1,11	35,35	3,11	54,9
50	1,7	11,4	1,18	35,36	3,34	54,9
75	1,81	11,4	1,21	35,36	3,61	54,9
100	1,95	11,3	1,29	35,38	3,86	54,93
125	2,07	11,3	1,37	35,41	4,1	54,97
150	2,2	11,3	1,45	35,45	4,38	54,99

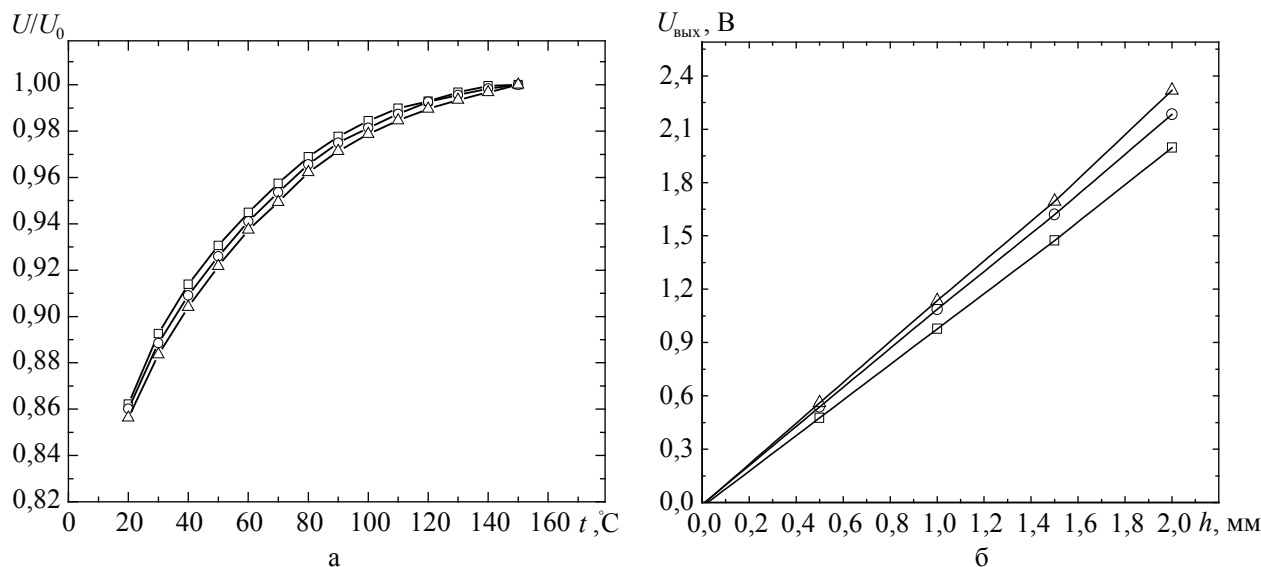


Рис. 5. Зависимость выходного напряжения: а) от температуры для различных зазоров: $\Delta - h = 1 \text{ мм}$, $\circ - h = 1,5 \text{ мм}$, $\square - h = 2 \text{ мм}$; б) от зазора для различных температур: $\square - t = 20 \text{ }^\circ\text{C}$, $\circ - t = 100 \text{ }^\circ\text{C}$, $\Delta - t = 150 \text{ }^\circ\text{C}$.

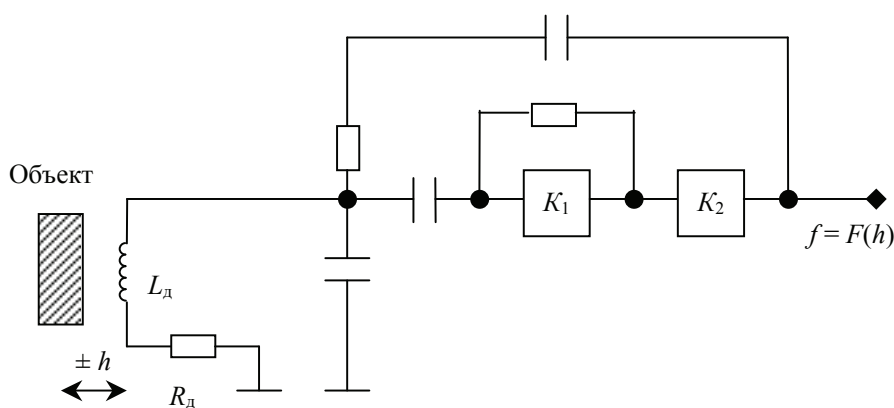


Рис. 6. Схема преобразователя с частотным выходом K_1, K_2 – усилители

Наиболее устойчивой к температурным воздействиям является частотная схема преобразования, что обусловлено малой зависимостью индуктивности обмотки датчика L_d от температуры. Проведенные исследования зависимости индуктивности датчика от температуры показали, что изменение индуктивности датчика в диапазо-

не температур от $20 \text{ }^\circ\text{C}$ до $170 \text{ }^\circ\text{C}$ составило менее 1 % от номинального значения, что отражено в табл. 4.

Простейший пример схемы преобразователя с частотным выходом приведен на рис. 6.

Одним из преимуществ частотной схемы преобразования является также то, что выходной

сигнал является импульсным (уровень ТТЛ) и легко сопрягается с цифровыми схемами обмотки. Основные возникающие при этом проблемы:

– обеспечение устойчивого режима генерации при больших диапазонах измерения зазора h (от 0 до ∞);

– необходимость линеаризации выходной характеристики $f = F(h)$.

Реализация этой функции на аналоговом уровне при помощи линейных элементов (диоды, логарифмирующие усилители, умножители) ведет, во-первых, к температурной нестабильности схемы и, во-вторых, к трудностям в настройке линейной характеристики для разных длин кабеля и типа материала объекта. Поэтому такие схемы целесообразно сопрягать с быстродействующими схемами цифровой обработки так, чтобы линеаризация характеристики велась со временем, значительно меньшим, чем время, обратное полосе пропускания датчика.

Для снижения зависимости активного сопротивления катушки от температуры был разработан датчик, катушка которого обмотана манганиновым проводом. Это позволило стабилизировать основные параметры датчика – индуктивность и омическое сопротивление, делая ненужной дополнительную компенсацию температурного воздействия на датчик. Однако при использовании манганинового датчика возникают дополнительные трудности, обусловленные большим омическим сопротивлением обмотки. При использовании схем возбуждения и обработки, рассмотренных выше (автоколебательного, генераторного), возникают трудности в обеспечении требуемой чувствительности вследствие невысокой добротности данного датчика. Повышение же рабочей частоты приводит к появлению дополнительных погрешностей от различного вида паразитных емкостей и индуктивностей (зависящих от температуры), что в конечном итоге может привести к появлению даже большей погрешности, чем для обычного датчика. Для решения этой проблемы было предложено использование манганинового датчика в схеме релаксационного генератора, выходным параметром которого является частота импульсов. Как показали проведенные исследования, в данной схеме могут быть получены достаточно низкие значения выходной частоты (несколько

сотен Гц) и приемлемое значение чувствительности при выборе параметров схемы, обеспечивающих устойчивую генерацию и хорошую чувствительность. Так, для манганинового датчика, имеющего параметры $L = 29$ мкГн, $R = 28$ Ом и значения $C_1 = 380$ пФ, $R_1 = 510$ Ом, $R_3 = 52$ Ом в схеме релаксационного генератора, удалось получить изменение частоты генерации для медного объекта при $h = \infty$ от $f = 1,736$ МГц до $f = 1,077$ МГц при $h = 0$, что составило 38 %. Для объекта из стали 45 изменение частоты было следующим: при $h = 0$ частота стала $f = 1,344$ МГц, т.е. изменение составило 22,5 %. Относительная погрешность при воздействии температуры до 170 °С составила величину порядка 5 %. Таким образом, предложенный метод позволяет использовать низкодобротный датчик, параметры которого слабо зависят от температуры, и получить достаточную чувствительность для исследуемого диапазона перемещения.

Заключение

1. Разработаны конструкции датчиков осевого перемещения вала роторов турбин со встроенным датчиком температуры и микропроцессорным блоком для расширения температурного диапазона работы до 170 °С. Разработана схема испытаний и методика коррекции температурной погрешности и алгоритм обработки, реализованный в программном обеспечении микропроцессорного блока, позволившие получить суммарную погрешность не более 2,5 % во всем диапазоне температур.

2. Разработан метод снижения температурной погрешности вихретокового датчика, использующий включение катушки датчика из проволоки с малым ТКС (манганин) в схему релаксационного генератора.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 05-08-33486.

Библиографический список

1. Герасимов, В.Г. Методы и приборы электромагнитного контроля промышленных изделий / В.Г. Герасимов, В.В. Ключев, В.Е. Шатерников. – М.: Энергоатомиздат, 1983.
2. Дорофеев, А.Л. Вихретоковые датчики / А.Л. Дорофеев. – М.: Энергия, 1977.
3. Виноградов, Ю.Д. Электронные измерительные системы для контроля малых перемещений / Ю.Д. Виноградов и др. – М.: Машиностроение, 1976.

ДВА СТАТИСТИЧЕСКИХ АЛГОРИТМА ДЛЯ U(1) МОДЕЛИ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ НА РЕШЕТКЕ

Н.В. ЗВЕРЕВ, доц. каф. физики МГУЛ, канд. физ.-мат. наук

Одной из важных задач математического моделирования и численных методов является создание и реализация эффективных численных методов и алгоритмов для исследования моделей элементарных частиц. Для такого исследования К. Вильсоном [2] предложен эффективный математический подход – метод решетки. В этом методе непрерывное пространство-время аппроксимируют дискретной совокупностью точек – узлов решетки, а полевые и корреляционные функции модели зависят от координат этих узлов.

Практический интерес представляет четырехмерная решеточная модель элементарных частиц, построенная на калибровочной группе матриц U(1) [2, 3]. При исследовании модели частиц прежде всего необходимо найти ее многочисленные корреляционные функции (функции Грина), которые затем используют для расчетов физических характеристик частиц.

Исследования моделей частиц на решетке прямыми численными методами являются нереальными из-за гигантского времени вычислений. К настоящему времени предложены два статистических алгоритма для моделей частиц на решетке с существенным сокращением времени вычислений: метод гибридного Монте-Карло [4, 5] и двухшаговый мультибозонный алгоритм [6]. Данные алгоритмы отличаются многими входящими в их состав методами, процедурами и подходами.

Точность и продолжительность расчетов и даже сама возможность вычислений с помощью любого алгоритма зависят от обоснованного выбора его исходных параметров. А соотношения для параметров указанных алгоритмов применительно к U(1) модели известны не были. Также не были выполнены сравнительные исследования U(1) модели этими алгоритмами и не была подтверждена расчетами пригодность каждого алгоритма для данной модели. Рассмотрение и решение этих математических проблем является весьма актуальным.

Целью данной работы являются анализ указанных двух статистических алгоритмов применительно к U(1) модели частиц на четырехмерной решетке, установление соотношений для

параметров и характеристик этих алгоритмов, вычисление с помощью каждого алгоритма значений корреляционных функций в двух фазах U(1) модели, выяснение пригодности рассматриваемых алгоритмов для такой модели по результатам вычислений, а также сравнение продолжительности вычислений каждым алгоритмом.

1. U(1) модель частиц на решетке

1.1. Действие и поля

Рассматриваемая модель элементарных частиц построена на матричной группе U(1), которая при определенных преобразованиях полей обеспечивает инвариантность фундаментальной физической величины – действия модели. Вследствие этой инвариантности выполняются необходимые физические законы сохранения при взаимодействиях и взаимопревращениях элементарных частиц. Действие $S[U, \psi, \bar{\psi}]$ U(1) модели на четырехмерной решетке пространства-времени является суммой действия $S_G[U]$ калибровочного поля, описывающего частицы – переносчики взаимодействия, и действия $S_F[U, \psi, \bar{\psi}]$ фермионных полей, описывающих фермионные частицы [2]:

$$S[U, \psi, \bar{\psi}] = S_G[U] + S_F[U, \psi, \bar{\psi}].$$

Здесь

$$S_G[U] = \beta \sum_{\substack{x, \mu, \nu \\ \mu < \nu}} \text{Re}(1 - U_{x, \mu\nu}), \quad (1)$$

$$S_F[U, \psi, \bar{\psi}] = \sum_{f=1}^{N_f} \sum_{x, y} \bar{\psi}_x^f M[U]_{x, y} \psi_y^f;$$

где $U_{x, \mu\nu}$ – решеточный компактный тензор напряженностей калибровочного поля:

$$U_{x, \mu\nu} = U_{x, \mu} U_{x+\hat{\mu}, \nu} U_{x+\hat{\mu}, \mu}^* U_{x, \nu}^*;$$

$U_{x, \mu} = \exp(iA_{x, \mu})$ – решеточное компактное калибровочное поле;

$A_{x, \mu}$ – вещественный потенциал калибровочного поля в интервале $(-\pi, \pi]$;

$\beta = 1/e_0^2$ – обратный квадрат затравочного заряда;

ψ_x^f и $\bar{\psi}_x^f$ – фермионные поля, являющиеся антикоммутирующими переменными;

$M[U]$ – комплексная фермионная матрица

$$M[U]_{xy} = \delta_{xy} - \kappa \sum_{\mu} \left\{ (1 - \gamma_{\mu}) U_{x, \mu} \delta_{x+\hat{\mu}, y} + (1 + \gamma_{\mu}) U_{y, \mu}^* \delta_{y+\hat{\mu}, x} \right\}; \quad (2)$$

где $\kappa = 1/(8+2m_0)$ – хоппинг-параметр;
 m_0 – затравочная фермионная масса;
 a – шаг решетки;
 γ_μ – эрмитовы матрицы Дирака размером 4×4 ;
 f – индекс поколения фермионов;
 N_f – число поколений фермионов;
 δ_{xy} – символ Кронекера;
 x, y – узлы четырехмерной конечной решетки с целочисленными координатами $n_\mu = 0, 1, \dots, N_\mu - 1$;
 $\mu, \nu = 1, 2, 3, 4$ – направления решетки;
 $\hat{\mu}$ – единичный вектор в положительном направлении μ ;
 N_μ – число узлов решетки вдоль направления μ .

Полное число узлов, называемое объемом решетки, равно $V = N_1 N_2 N_3 N_4$. Здесь принята система естественных единиц измерения, в которой квантовая постоянная \hbar , скорость света c и шаг решетки a выбраны равными $\hbar = c = a = 1$.

Обычно рассматривают решетку с числами узлов $N_1 = N_2 = N_3 = N_s < N_4$. Объем такой решетки равен $V = N_s^3 \times N_4$.

Для полей на конечной решетке принимают одно из следующих граничных условий (со знаком + или -)

$$f_{x+N_\nu} = \pm f_x.$$

Для поля $U_{x,\mu}$ выбирают периодические граничные условия (знак +) по всем направлениям ν . Для полей ψ_x^f и $\bar{\psi}_x^f$ принимают периодические граничные условия (знак +) по пространственным направлениям $\nu = 1, 2, 3$ и либо периодические, либо антипериодические (знак -) условия по направлению времени $\nu = 4$.

Матрица (2) удовлетворяет свойству γ_5 -эрмитовости

$$M^\dagger[U] = \gamma_5 M[U] \gamma_5, \quad (3)$$

где $\gamma_5 = \gamma_1 \gamma_2 \gamma_3 \gamma_4$ – киральная матрица Дирака; эрмитово сопряжение \dagger выполнено в пространстве матриц Дирака и в пространстве узлов решетки x .

1.2. Корреляционные функции и фазовая структура модели

Для расчетов физических характеристик частиц используют многочисленные корреляционные функции модели частиц (функции Грина). Каждую корреляционную функцию $\langle O \rangle$ рассчитывают, главным образом, методом континуального (функционального) интеграла. Этот метод заклю-

чается в усреднении соответствующей функции $O[U]$ по всем полям U, ψ и $\bar{\psi}$, распределенным с весом $\exp(-S[U, \psi, \bar{\psi}])$. При этом после интегрирования только по фермионным полям ψ и $\bar{\psi}$ получается следующая формула для корреляционной функции $\langle O \rangle$ модели на решетке [2]

$$\langle O \rangle = \frac{1}{Z} \int O[U] \exp(-S_G[U]) \det^{N_f} M[U] [dU], \quad (4)$$

где Z – нормировочная постоянная.

Здесь в силу свойства (3) детерминант фермионной матрицы (фермионный детерминант) $\det M[U]$ является вещественной величиной.

Для упрощения расчетов значений $\langle O \rangle$ по формуле (4) используют приближение статических фермионов, когда в диаграммах взаимодействий частиц пренебрегают вкладом фермионных петель, т.е. полагают $\det^{N_f} M[U] = \text{const}$. Для более точного расчета значений $\langle O \rangle$ используют подход динамических фермионов, когда в формуле (4) учитывают зависимость $\det^{N_f} M[U]$ от U [7].

При исследовании моделей на решетке обычно вычисляют следующие корреляционные функции $\langle O \rangle$: среднюю «энергию» калибровочного поля $\langle E_G \rangle$, скалярный конденсат $\langle \bar{\psi} \psi \rangle$ и «пионную» норму $\langle \Pi \rangle$. Эти средние величины вычисляют по формуле (4), в которой зависимость $O[U]$ для каждой из перечисленных функций определяется одной из следующих формул [1]

$$E_G = \frac{1}{6V} \sum_{\substack{x,\mu,\nu \\ \mu < \nu}} \text{Re}(1 - U_{x,\mu\nu}), \quad (5)$$

$$\bar{\psi} \psi = \frac{1}{4V} \text{Tr} M^{-1}[U], \quad (6)$$

$$\Pi = \frac{1}{4V} \text{Tr} \gamma_5 M^{-1}[U] \gamma_5 M^{-1}[U], \quad (7)$$

где Tr обозначает след в пространстве матриц Дирака и в пространстве узлов решетки x . В силу свойства (3) зависимости (6) и (7) являются вещественными величинами, как и (5).

Частицы по $U(1)$ модели на четырехмерной решетке имеют различные свойства в разных областях значений обратного квадрата затравочного заряда β и хоппинг-параметра κ [3]. Такие области называют фазами, из которых практический интерес представляют Кулоновская фаза и фаза конфайнмента.

Для правильного описания свойств частиц параметры β и κ следует выбирать вблизи линий раздела фаз [1, 7]. На этих линиях решеточные корреляционные функции имеют определенные сингулярные свойства.

2. Метод гибридного Монте-Карло

2.1. Формула для корреляционных функций

Метод гибридного Монте-Карло предназначен для приближенных, но относительно быстрых вычислений корреляционных функций моделей на решетке путем статистического выбора конечного числа конфигураций калибровочного поля U и вспомогательных полей с весом в подходе динамических фермионов. При этом число поколений фермионов N_f должно быть четным. В данном методе вводят вспомогательные поля P и χ таким образом, что формула (4) с учетом свойства (3) для фермионной матрицы $M[U]$ переходит в следующее соотношение [4, 5]

$$\langle O \rangle = \frac{1}{Z} \int O[U] \exp(-H[U, P, \chi]) [dU dP d\chi], \quad (8)$$

где $H[U, P, \chi]$ – гамильтониан, определенный формулой

$$H[U, P, \chi] = S_G[U] + \frac{1}{2} \sum_{x,\mu} P_{x,\mu}^2 + \sum_{f=1}^{N_f/2} \chi_f^\dagger (M^\dagger[U]M[U])\chi_f. \quad (9)$$

где $P_{x,\mu}$ – вещественные компоненты вспомогательного поля P , называемого сопряженным импульсом;

χ_f – вспомогательные поля с $4V$ комплексными составляющими, называемые псевдофермионами.

Поля U, P и χ необходимо генерировать случайным образом с весом $\exp(-H[U, P, \chi])$. Тогда формула (8) переходит в следующее соотношение, по которому выполняют численные расчеты

$$\langle O \rangle = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{\alpha=1}^N O[U^{(\alpha)}], \quad (10)$$

где $O[U^{(\alpha)}]$ – значение функции $O[U]$ при конфигурации $U = U^{(\alpha)}$, состоящей из $4V$ комплексных составляющих поля $U_{x,\mu}^{(\alpha)}$;

α – номер конфигурации поля: $\alpha = 1, 2, \dots, N$;

N – число генерируемых конфигураций поля $U^{(\alpha)}$.

При расчетах число N является конечным.

С увеличением N точность вычислений значений $\langle O \rangle$ возрастает.

2.2. Генерация полей

Каждую конфигурацию с номером α полей U, P и χ с весом распределения, указанным в формуле (10), получают по следующей схеме [4, 5].

Сначала выбирают конфигурацию α сопряженного импульса P , генерируя случайным образом компоненты $P_{x,\mu}$ с весом $\exp(-P_{x,\mu}^2/2)$,

а также выбирают конфигурацию α псевдофермионов χ по формуле $\chi_f = M^\dagger[U]\eta_f$, где η_f – вектор с $4V$ комплексными составляющими, генерируемый случайным образом с весом $\exp(-\eta_f^\dagger \eta_f)$ ($f = 1, \dots, N_f/2$). При этом конфигурация α поля U известна.

Такую генерацию $P_{x,\mu}$ и χ_f осуществляют методом стохастического вектора. В данном методе генерируют случайные комплексные числа z с весом $\exp(-C|z|^2)$ по формуле

$$z = \sqrt{C^{-1} \ln \xi^{-1}} \exp(i\phi),$$

где ξ и ϕ – вещественные случайные числа, равномерно распределенные в интервалах $[0, 1]$ и $(-\pi, \pi)$.

Каждую компоненту $P_{x,\mu}$ сопряженного импульса P полагают равной вещественной части $\text{Re } z$ при $C = 1/2$, а каждая из $4V$ комплексных составляющих вектора η_f равна z при $C = 1$.

Затем выполняют процедуру молекулярной динамики. Эта процедура состоит в получении промежуточной U' и вспомогательной P' конфигураций при известной конфигурации α полей U, P и α по следующим формулам

$$\begin{aligned} P_{x,\mu}^{(1/2)} &= P_{x,\mu} + \frac{\Delta\tau}{2} F_{x,\mu}[U]; \\ \begin{cases} U_{x,\mu}^{(k)} &= U_{x,\mu}^{(k-1)} \exp(i\Delta\tau P_{x,\mu}^{(k-1/2)}), \\ P_{x,\mu}^{(k+1/2)} &= P_{x,\mu}^{(k-1/2)} + \Delta\tau F_{x,\mu}[U^{(k)}]; \end{cases} \\ \begin{cases} U'_{x,\mu} &= U_{x,\mu}^{(N_\tau-1)} \exp(i\Delta\tau P_{x,\mu}^{(N_\tau-1/2)}), \\ P'_{x,\mu} &= P_{x,\mu}^{(N_\tau-1/2)} + \frac{\Delta\tau}{2} F_{x,\mu}[U']. \end{cases} \end{aligned}$$

Здесь $\Delta\tau$ – шаг «времени», N_τ – число шагов «времени»; $k = 1, \dots, N_\tau - 1$;

$$U_{x,\mu}^{(0)} = U_{x,\mu}; \quad F_{x,\mu}[U] = -\frac{\partial H}{\partial A_{x,\mu}}.$$

Рассматриваемая схема заканчивается шагом Метрополиса для гамильтониана H . Этот шаг заключается в выборе поля U для конфигурации $\alpha+1$ из поля U' , найденного в процедуре молекулярной динамики, и поля U конфигурации α . Поле U' принимают за новое ($\alpha+1$) с вероятностью, равной

$$w_{\text{acc}}[U', U] = \min\{1, \exp(H[U, P, \chi] - H[U', P', \chi])\}.$$

Для этого генерируют случайное число z , равномерно распределенное в интервале $[0, 1]$. Если $z \leq w_{\text{acc}}[U', U]$, то полученное поле U' принимают за U в конфигурации $\alpha + 1$. В противном случае за U в конфигурации $\alpha + 1$ принимают U прежней (α) конфигурации.

В результате выполнения этой схемы для всех N конфигураций U, P и χ эти поля оказываются распределенными с весом $\exp(-H[U, P, \chi])$, при котором становится справедливым соотношение (10).

2.3. «Шахматное» разложение решетки

В процедуре молекулярной динамики и в шаге Метрополиса для гамильтониана необходимо умножать псевдофермионы χ_r на обратные матрицы M^{-1} и $[M^\dagger]^{-1}$, где с учетом свойства (3) матрицу $[M^\dagger]^{-1}$ выражают через M^{-1} . Это умножение выполняют путем решения систем уравнений вида $M\xi = \eta$ с заданным η и неизвестным ξ векторами, каждый из которых имеет $4V$ комплексные составляющие. Для ускорения решения таких систем используют, согласно Т. де Гранду [8], «шахматное» разложение конечной решетки на четные и нечетные узлы с соответствующим разложением величин M, ξ и η .

Для этого разложения на узлах решетки x вводят функцию $c(x)$, принимающую значения $+1$ или -1 и удовлетворяющую соотношению $c(x \pm \hat{\mu}) = -c(x)$ для всех узлов x и всех направлений μ . Такая функция с точностью до знака равна

$$c(x) = (-1)^{\sum_v x_v}.$$

Узел решетки x называют четным, если сумма

$$\sum_v x_v$$

является четным числом и $c(x) = 1$, и нечетным, если сумма

$$\sum_v x_v$$

нечетна и $c(x) = -1$.

При четном числе узлов решетки N_μ хотя бы для одного направления μ общее количество четных узлов равно количеству нечетных узлов. Это позволяет разложить фермионную матрицу M по (2) размера $4V \times 4V$ на подматрицы одинакового размера $2V \times 2V$ в подпространствах с четными и нечетными узлами следующим образом [8]

$$M = \begin{bmatrix} 1_e & M_{eo} \\ M_{oe} & 1_e \end{bmatrix}. \quad (11)$$

Здесь 1_e – единичная матрица в подпространствах с четными или нечетными узлами; M_{eo} и M_{oe} – квадратные матрицы, первая из которых отображает подпространство с нечетными узлами решетки, обозначаемое индексом o , в подпространство с четными узлами, обозначаемое как e , а вторая отображает подпространство e в подпро-

странство o . Далее, разлагают векторы η и ξ с $4V$ компонентами на векторы с $2V$ компонентами в подпространствах с четными и нечетными узлами

$$\eta = \begin{pmatrix} \eta_e \\ \eta_o \end{pmatrix}, \xi = \begin{pmatrix} \xi_e \\ \xi_o \end{pmatrix}.$$

Используя разложение этих векторов, а также разложение (11) фермионной матрицы M , решают следующую систему из $4V$ уравнений для неизвестных векторов ξ_e и ξ_o , эквивалентную $M\xi = \eta$

$$\begin{cases} Q\xi_o = \eta_o - M_{oe}\eta_e, \\ \xi_e = \eta_e - M_{eo}\xi_o. \end{cases} \quad (12)$$

Здесь матрица Q размера $2V \times 2V$, действующая в подпространстве с нечетными узлами, определена по формуле

$$Q = 1_o - M_{oe}M_{eo}. \quad (13)$$

В силу «шахматного» разложения (11) матрицы M справедливо тождество

$$\det Q = \det M. \quad (14)$$

Матрица Q обладает также свойством γ_5 -эрмитовости, которое следует из (3)

$$Q^\dagger = \gamma_5 Q \gamma_5. \quad (15)$$

Из системы (12) с учетом (13) видно, что для нахождения вектора ξ достаточно решить линейную систему из $2V$ уравнений, верхнюю в (12) с неизвестным вектором ξ_o , в подпространстве с нечетными узлами. Вектор ξ_e элементарно выражается через ξ_o по системе из $2V$ уравнений, нижней в (12).

2.4. Метод сопряженных градиентов

Нахождение вектора ξ_o в верхней системе уравнений (12) осуществляют методом сопряженных градиентов [7, 9]. Для использования этого метода верхнюю часть системы (12) путем ее умножения на эрмитово сопряженную матрицу Q^\dagger приводят к следующей эквивалентной системе

$$Q^\dagger Q \xi_o = Q^\dagger (\eta_o - M_{oe} \eta_e).$$

Данная система имеет структуру в виде

$$Ax = y,$$

где A – эрмитова положительно-определенная матрица (в данном случае размера $2V \times 2V$);

y – заданный вектор (с $2V$ компонентами);

x – неизвестный вектор (с $2V$ компонентами).

Метод сопряженных градиентов представляет собой следующую итеративную схему построения векторов x_n , сходящихся к x

$$x_{n+1} = x_n + \alpha_n g_n, \quad r_n = y - Ax_n, \quad \alpha_n = \frac{\|r_n\|^2}{g_n^\dagger A g_n},$$

$$r_{n+1} = r_n - \alpha_n A g_n, \quad \beta_n = \frac{\|r_{n+1}\|^2}{\|r_n\|^2}, \quad g_{n+1} = r_{n+1} + \beta_n g_n. \quad (16)$$

Здесь $n = 0, 1, \dots$; $\|a\| = \sqrt{a^\dagger a}$ – норма вектора a ; r_n – векторы, называемые остатками; g_n – векторы, называемые градиентами. Начальные векторы принимаются равными $g_0 = r_0 = y - Ax_0$, где вектор x_0 генерируется методом стохастического вектора с весом $\exp(-\|x_0\|^2)$. Векторы-остатки r_n являются попарно ортогональными.

Выполнение схемы (16) прекращают при достижении условия

$$\|r_{n+1}\| < \delta, \quad (17)$$

где δ – заданная малая величина: $\delta \ll 1$.

Эта величина для остановки метода сопряженных градиентов в процедуре молекулярной динамики равна $\delta = \delta_{md}$, а для остановки этого метода в шаге Метрополиса для гамильтониана $\delta = \delta_{acc}$. Согласно Р. Гупте и др. [10], необходимо выполнение условия $\delta_{acc} \ll \delta_{md}$.

Для векторов-остатков r_n справедливо следующее неравенство

$$\|r_n\| \leq \frac{2\rho^n}{1+\rho^{2n}} \|r_0\|, \quad \rho = \frac{\sqrt{\zeta} - 1}{\sqrt{\zeta} + 1}, \quad \zeta = \frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}},$$

где λ_{\max} и λ_{\min} – максимальное и минимальное собственные значения положительно-определенной матрицы A (в данном случае $Q^\dagger Q$); ζ – число обусловленности матрицы A .

Из указанного неравенства для $\|r_n\|$ в случае $\zeta \gg 1$ получим следующую оценку для числа итераций $N^{(CG)}$ схемы метода сопряженных градиентов (16) до достижения условия остановки (17)

$$N^{(CG)} \simeq \frac{\sqrt{\zeta}}{2} \ln \frac{2}{\delta}. \quad (18)$$

3. Двухшаговый мультибозонный алгоритм

3.1. Формула для корреляционных функций

Двухшаговый мультибозонный алгоритм является статистическим методом приближенных и относительно быстрых вычислений корреляционных функций моделей на решетке в подходе динамических фермионов при произвольном значении числа поколений фермионов N_f . В данный алгоритм введены вспомогательные поля – мультибозоны, мультибозонное действие и аппроксимирующие многочлены. При этом формула (4) преобразуется с учетом свойств (14) и (15) к следующему виду [6]

$$\langle O \rangle = \frac{\langle Q[U] \det^{-1} P_4(Q^\dagger[U]Q[U]) \text{signdet}^{N_f} Q[U] \rangle_{12}}{\langle \det^{-1} P_4(Q^\dagger[U]Q[U]) \text{signdet}^{N_f} Q[U] \rangle_{12}}. \quad (19)$$

Здесь обозначено

$$\langle A \rangle_{12} = \frac{1}{Z} \int A[U] \exp(-S_G[U] - \quad (20)$$

$-S_B[\Phi, U]) \det^{-1} P_2(Q^\dagger[U]Q[U]) [dU d\Phi]$;

где $S_G[U]$ – действие калибровочного поля U по (1);

Q – матрица размером $2V \times 2V$, определенная согласно (13);

$S_B[\Phi, U]$ – мультибозонное действие

$$S_B[\Phi, U] = \sum_{j=1}^{n_1} \Phi_j^\dagger \hat{M}_j^\dagger[U] \hat{M}_j[U] \Phi_j;$$

Φ_j – вспомогательные поля с $4V$ комплексными составляющими, называемые мультибозонами;

$\hat{M}_j[U]$ – комплексные матрицы размером $4V \times 4V$, определяемые по формуле

$$\hat{M}_j = \begin{bmatrix} 1_e & M_{eo} \\ \gamma_5 M_{oe} & (\gamma_5 - \rho_j) 1_e \end{bmatrix};$$

матрицы 1_e , M_{eo} и M_{oe} определены в (11); ρ_j – комплексные корни вещественного многочлена $P_1(x^2)$: $P_1(\rho_j^2) = 0$, удовлетворяющие при $j = 1, \dots, n_1/2$ условиям в виде $\rho_{j+n_1/2} = -\rho_j^*$ и $\text{Im} \rho_j > 0$; $P_1(x)$, $P_2(x)$ и $P_4(x)$ – вещественные положительные многочлены степеней n_1 , n_2 и n_4 , которые используют для грубой, промежуточной и точной аппроксимаций функции $x^{-N_f/2}$ на интервале $x \in [\varepsilon, \lambda]$

$$P_1(x) \approx x^{-N_f/2}, \quad P_1(x)P_2(x) \simeq x^{-N_f/2}, \quad (21)$$

$$P_1(x)P_2(x)P_4(x) = x^{-N_f/2}$$

Интервал $[\varepsilon, \lambda]$ содержит минимальное $\langle \lambda_{\min} \rangle$ и максимальное $\langle \lambda_{\max} \rangle$ средние собственные значения матрицы $Q^\dagger Q$ при их усреднении по всем конфигурациям калибровочного поля U с весом $\exp(-S_G[U]) \det^{N_f} M[U]$.

Поля U и Φ необходимо генерировать случайным образом с весом

$$\exp(-S_G[U] - S_B[\Phi, U]) \det^{-1} P_2(Q^\dagger[U]Q[U]).$$

Тогда формула (20) переходит в следующее соотношение, по которому выполняются численные расчеты

$$\langle A \rangle_{12} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{\alpha=1}^N A[U^{(\alpha)}], \quad (22)$$

где $U^{(\alpha)}$, α и N – те же, что и в формуле (10).

3.2. Генерация полей

Каждую конфигурацию с номером α полей U и Φ с весом распределения, указанным в формуле (22), получают путем выполнения двух шагов.

Для этого вводят матрицы Π_+ и Π_- – проекторы на четное и нечетное подпространства узлов решетки при ее «шахматном» разложении

$$\Pi_+ = \begin{bmatrix} 1_e & 0_e \\ 0_e & 0_e \end{bmatrix}, \Pi_- = \begin{bmatrix} 0_e & 0_e \\ 0_e & 1_e \end{bmatrix},$$

где 0_e – нулевая матрица в подпространствах с четными или нечетными узлами.

Эти проекторы имеют следующие элементы в пространстве узлов решетки

$$(\Pi_{\pm})_{xy} = \frac{1 \pm (-1)^{\sum x_{\mu}}}{2} \delta_{xy}.$$

С помощью данных проекторов матрицы \hat{M}_j принимают вид

$$\hat{M}_j = \Pi_+ M + \Pi_- \gamma_5 M - \rho_j \Pi_-.$$

Затем действие $S_B[\Phi, U]$ представляют в следующем виде:

$$S_B[\Phi, U] = A_{j,x,r} \left| \Phi_{j,x,r} + \frac{V_{j,x,r}}{A_{j,x,r}} \right|^2 + S_{B0},$$

где S_{B0} – слагаемое, не зависящее от величины $\Phi_{j,x,r}$;

$$V_{j,x,r} = \kappa \sum_{\mu,s} \{ U_{x-\mu,\mu}^* ([\rho_{j,x} \gamma_5 (1 + \gamma_{\mu}) - 2]_{rs} \Phi_{j,x-\mu,s} + [\gamma_5 (1 + \gamma_{\mu})]_{rs} \chi_{j,x-\mu,\mu,s}) + U_{x,\mu} ([\rho_{j,x} \gamma_5 (1 - \gamma_{\mu}) - 2]_{rs} \Phi_{j,x+\mu,s} + [\gamma_5 (1 - \gamma_{\mu})]_{rs} \chi_{j,x+\mu,\mu,s}) \},$$

$$A_{j,x,r} = 1 + 4 \times 4 \kappa^2 +$$

$$+ \frac{1 - (-1)^{\sum x_{\mu}}}{2} \{ |\rho_j|^2 - 2[\gamma_5]_{rr} \operatorname{Re} \rho_j \} \phi,$$

$$\chi_{j,x,\mu,r} = \kappa \sum_{\substack{v,s \\ v \neq \mu}} \{ [\gamma_5 (1 - \gamma_v)]_{rs} U_{x,v} \Phi_{j,x+v,s} +$$

$$+ [\gamma_5 (1 + \gamma_v)]_{rs} U_{x-v,v}^* \Phi_{j,x-v,s} \},$$

$$\rho_{j,x} = \frac{1 + (-1)^{\sum x_{\mu}}}{2} \rho_j + \frac{1 - (-1)^{\sum x_{\mu}}}{2} \rho_j^*.$$

Здесь $j = 1, \dots, n_1$; x – узел решетки; r, s – номера строк и столбцов матриц Дирака: $r, s = 1, 2, 3, 4$; матрица γ_5 диагональна по r и s , и все ее ненулевые элементы $[\gamma_5]_{rr} = \pm 1$.

Далее сумму действий $S_G[U] + S_B[\Phi, U]$ представляют в виде

$$S_G[U] + S_B[\Phi, U] = -\operatorname{Re}(U_{x,\mu} F_{x,\mu}) + S_{GB0},$$

где S_{GB0} – слагаемое, не зависящее от $U_{x,\mu}$;

$$F_{x,\mu} = \beta \sum_{\substack{v \\ v \neq \mu}} (U_{x+\mu,v}^* U_{x+v,\mu}^* U_{x,v}^* + U_{x-v,\mu}^* U_{x-v,\mu}^* U_{x-v,v}^* U_{x-v,v}^*) - 2\kappa \sum_{j,r,s} \{ [\gamma_5 (1 - \gamma_{\mu})]_{rs} \times (\rho_{j,x} \Phi_{j,x,r}^* \Phi_{j,x+\mu,s} + \Phi_{j,x,r}^* \chi_{j,x+\mu,\mu,s} + \chi_{j,x,\mu,r}^* \Phi_{j,x+\mu,s}) - 2\delta_{rs} \Phi_{j,x,r}^* \Phi_{j,x+\mu,s} \}.$$

В первом шаге каждую новую $(\alpha+1)$ конфигурацию поля Φ и промежуточную конфигурацию U' получают из предыдущих (α) конфигураций U и Φ путем выполнения следующих четырех последовательных процедур методами «тепловой бани» (НВ) и верхней релаксации (ОР):

1. Метод НВ для мультибозонов с получением $4Vn_1$ составляющих поля Φ' из Φ для каждой совокупности индексов (j, x, r) по формулам

$$\Phi'_{j,x,r} = -\frac{V_{j,x,r}}{A_{j,x,r}} + \xi_{j,x,r},$$

где $V_{j,x,r} = V[\Phi, U]$;

$\xi_{j,x,r}$ – комплексное случайное число, распределенное с весом $\exp(-A_{j,x,r} |\xi_{j,x,r}|^2)$ и генерируемое методом стохастического вектора (п. 2.2).

Найденное поле Φ' принимают за Φ .

2. Метод ОР для мультибозонов с получением $4Vn_1$ составляющих поля Φ' из найденного в процедуре 1 поля Φ для каждой совокупности (j, x, r) по формулам

$$\Phi'_{j,x,r} = -\Phi_{j,x,r} - 2 \frac{V_{j,x,r}}{A_{j,x,r}}.$$

Найденное поле Φ' принимают за поле Φ в $\alpha+1$ конфигурации.

3. Метод НВ для калибровочного поля с получением $4V$ составляющих поля U' из U для каждой совокупности узлов и направлений решетки (x, μ) при поле Φ в $\alpha+1$ конфигурации по формулам

$$U'_{x,\mu} = (F_{x,\mu} / |F_{x,\mu}|)^{-1} \exp(i\eta_{x,\mu}),$$

где $F_{x,\mu} = F[\Phi, U]$;

$\eta_{x,\mu}$ – вещественное случайное число в интервале $(-\pi, \pi)$, распределенное с весом $\exp(|F_{x,\mu}| \cos \eta_{x,\mu})$.

Генерацию таких чисел осуществляют с использованием вспомогательного веса и метода Метрополиса [7]. Найденное поле U' принимают за U .

4. Метод ОР для калибровочного поля с получением $4V$ составляющих поля U' из поля U , найденного в процедуре 3, для каждой совокупности (x, μ) при поле Φ в $\alpha+1$ конфигурации по формулам

$$U'_{x,\mu} = U_{x,\mu}^* (F_{x,\mu} / |F_{x,\mu}|)^{-2}.$$

Далее выполняют второй шаг алгоритма – метод Метрополиса для детерминантов [6]. Этот шаг заключается в выборе поля U для конфигурации $\alpha+1$ из поля U' , найденного в процедуре 4 первого шага, и поля U конфигурации α . Поле U' принимают за новое $(\alpha+1)$ с вероятностью, равной

$$w_{acc}[U', U] = \min \left(1, \frac{\det^{-1} P_2(Q^\dagger[U']Q[U'])}{\det^{-1} P_2(Q^\dagger[U]Q[U])} \right), \quad (23)$$

где, согласно И. Монтвею [6], отношение детерминантов определяют по формуле

$$\frac{\det^{-1} P_2(Q^\dagger[U']Q[U'])}{\det^{-1} P_2(Q^\dagger[U]Q[U])} = \langle \exp(-\xi^\dagger P_2(Q^\dagger[U']Q[U'])\xi + \eta^\dagger \eta) \rangle_\eta. \quad (24)$$

Здесь обозначено

$$\langle B \rangle_\eta = \frac{1}{Z} \int B[\eta] \exp(-\eta^\dagger \eta) [d\eta]; \quad (25)$$

где ξ – вектор с $2V$ комплексными составляющими;

$$\xi = P_3(Q^\dagger[U]Q[U])\eta;$$

$P_3(x)$ – вещественный положительный многочлен степени n_3 , аппроксимирующий с высокой точностью функцию $P_2^{-1/2}(x)$ на интервале $x \in [\varepsilon, \lambda]$

$$P_3(x) = P_2^{-1/2}(x). \quad (26)$$

При расчетах вектор η генерируют случайным образом с весом $\exp(-\eta^\dagger \eta)$ методом стохастического вектора (см. п. 3.2), затем вычисляют вектор ξ и отношение детерминантов по (24). Далее генерируют случайное число z , равномерно распределенное в интервале $[0, 1]$. Полученное поле U' принимают за U в конфигурации α , если $z \leq w_{acc}[U', U]$. В противном случае за U в конфигурации $\alpha+1$ принимают U прежней (α) конфигурации.

В результате выполнения первого и второго шагов алгоритма для всех N конфигураций U и Φ эти поля оказываются распределенными с требуемым весом

$$\exp(-S_G[U] - S_B[\Phi, U]) \det^{-1} P_2(Q^\dagger[U]Q[U]).$$

При вычислениях величин $\langle O \rangle$ по (19) и (22) значения $\det^{-1} P_4(Q^\dagger Q)$ находят, согласно И. Монтвею [6], по формуле

$$\det^{-1} P_4(Q^\dagger Q) = \langle \exp(-\eta^\dagger P_4(Q^\dagger Q)\eta + \eta^\dagger \eta) \rangle_\eta, \quad (27)$$

где усреднение выполнено по (25).

3.3. Аппроксимирующие многочлены

Аппроксимирующие многочлены $P_k(x)$ с заданными степенями n_k , где $k = 1, 2, 3, 4$, вычисляют, согласно И. Монтвею [11], по следующей схеме.

Выбирают интервал аппроксимаций $[\varepsilon, \lambda]$ так, чтобы он содержал средние минимальное $\langle \lambda_{\min} \rangle$ и максимальное $\langle \lambda_{\max} \rangle$ собственные значения матрицы $Q^\dagger Q$: $[\langle \lambda_{\min} \rangle, \langle \lambda_{\max} \rangle] \subset [\varepsilon, \lambda]$. Эти значения $\langle \lambda_{\min} \rangle$ и $\langle \lambda_{\max} \rangle$ вычисляют по формулам (19) и (22),

где в (19) величина O заменяется на λ_{\min} или λ_{\max} .

Далее, интегральным методом наименьших квадратов находят коэффициенты аппроксимирующих многочленов $P_1(x)$, $P_2(x)$ и $P_4(x)$ при заданных степенях n_1 , n_2 и n_4

$$\begin{aligned} & \|x^{N_f/2} P_1(x) - 1\| \xrightarrow{P_1} \min, \\ & \|x^{N_f/2} P_1(x) P_2(x) - 1\| \xrightarrow{P_2} \min, \\ & P_1 \text{ фиксирован,} \\ & \|x^{N_f/2} P_1(x) P_2(x) P_4(x) - 1\| \xrightarrow{P_4} \min, \\ & P_1, P_2 \text{ фиксированы,} \end{aligned} \quad (28)$$

где $\|f(x)\|$ – интегральная норма функции $f(x)$:

$$\|f(x)\| = \left(\frac{1}{\lambda - \varepsilon} \int_\varepsilon^\lambda dx |f(x)|^2 \right)^{1/2}. \quad (29)$$

Минимизацию каждого интеграла (29) в (28) выполняют по коэффициентам многочлена $P_1(x)$, $P_2(x)$ и $P_4(x)$ соответственно.

Нахождение коэффициентов многочлена $P_3(x)$ заданной степени n_3 осуществляют итерационным методом, аналогичным методу Ньютона касательных

$$P_3^{(j+1)}(x) = \frac{1}{2} (P_3^{(j)}(x) + \tilde{P}_3^{(j)}(x)), \quad j = 0, 1, \dots$$

Здесь $P_3^{(j)}(x)$ и $\tilde{P}_3^{(j)}(x)$ – многочлены степени n_3 для всех j . Многочлен $\tilde{P}_3^{(j)}(x)$ аппроксимирует функцию $(P_2(x) P_3^{(j)}(x))^{-1}$. Его коэффициенты находят интегральным методом наименьших квадратов

$$\begin{aligned} & \|P_2(x) P_3^{(j)}(x) \tilde{P}_3^{(j)}(x) - 1\| \xrightarrow{\tilde{P}_3^{(j)}} \min, \\ & P_2, P_3^{(j)} \text{ фиксированы,} \end{aligned} \quad (30)$$

Минимизацию интеграла (29) для (30) выполняют по коэффициентам многочлена $\tilde{P}_3^{(j)}(x)$. В пределе $j \rightarrow \infty$ многочлен $P_3^{(j)}(x) \rightarrow P_3(x)$.

После вычисления коэффициентов многочленов находят методом Лежандра корни ρ_j многочлена $P_1(x^2)$, необходимые для первого шага данного алгоритма.

Вычисление матриц $P_k(Q^\dagger Q)$, где $k = 2, 3, 4$, осуществляют, согласно И. Монтвею [11], по следующим формулам, в которых x заменяется на $Q^\dagger Q$

$$P_k(x) = \sum_{j=0}^{n_k} c_j^{(k)} O_j^{(k)}(x), \quad k = 2, 3, 4;$$

$$O_{j+1}^{(k)}(x) = (x + \beta_j^{(k)}) O_j^{(k)}(x) + \gamma_{j-1}^{(k)} O_{j-1}^{(k)}(x).$$

Здесь $O_j^{(k)}(x)$ – многочлены степени j , удовлетворяющие условию ортогональности

$$\int_\varepsilon^\lambda dx \rho^{(k)}(x) O_l^{(k)}(x) O_j^{(k)}(x) = 0, \quad l \neq j,$$

где

$$\begin{aligned} O_0^{(k)}(x) &= 1, \gamma_{-1}^{(k)} = 0, \\ \rho^{(2)}(x) &= x^{N_f} P_1^2(x), \\ \rho^{(3)}(x) &= P_2^2(x) P_3^2(x), \\ \rho^{(4)}(x) &= x^{N_f} P_1^2(x) P_2^2(x). \end{aligned}$$

3.4. Явно повторяемый метод Ланцоша

Для выбора границ интервала $[\epsilon, \lambda]$ необходимо вычислять для каждой конфигурации поля U минимальное λ_{\min} и максимальное λ_{\max} собственные значения матрицы $Q^\dagger Q$. Эти собственные значения находят явно повторяемым методом Ланцоша [12].

Этот метод в общем случае эрмитовой матрицы A представляет собой итерации по следующей схеме:

1. При первой итерации $n = 1$ принимают единичный вектор $e_0^{(n)}$ произвольного направления. Задают целое число $M \geq 2$.

2. Для данного номера итераций n вычисляют M единичных векторов $e_j^{(n)}$ ($j = 0, 1, \dots, M-1$) по формуле

$$Ae_j^{(n)} = \beta_j^{(n)} e_{j+1}^{(n)} + \alpha_j^{(n)} e_j^{(n)} + \beta_{j-1}^{(n)} e_{j-1}^{(n)},$$

где

$$\begin{aligned} \alpha_j^{(n)} &= (e_j^{(n)})^\dagger Ae_j^{(n)}, \\ \beta_j^{(n)} &= \|Ae_j^{(n)} - \alpha_j^{(n)} e_j^{(n)} - \beta_{j-1}^{(n)} e_{j-1}^{(n)}\|, e_{-1}^{(n)} = 0. \end{aligned}$$

3. Строят эрмитову трехдиагональную матрицу $T^{(n)}$ размером $M \times M$ с элементами $\alpha_j^{(n)}$ ($j = 0, 1, \dots, M-1$) на главной диагонали и $\beta_j^{(n)}$ ($j = 0, \dots, M-2$) на соседних диагоналях.

4. Вычисляют методом Ритца либо минимальное, либо максимальное собственное значение $\lambda^{(n)}$ матрицы $T^{(n)}$ и соответствующий единичный собственный вектор-столбец $s^{(n)}$: $T^{(n)}s^{(n)} = \lambda^{(n)}s^{(n)}$.

5. Проверяют выполнение следующего условия для номера итераций $n > 1$:

$$|\lambda^{(n)} - \lambda^{(n-1)}| \leq \delta, \quad (31)$$

где δ – заданное малое число.

Если это условие выполнено, то вычисления останавливают и принимают полученное $\lambda^{(n)}$ либо за λ_{\min} , либо за λ_{\max} собственное значение матрицы A . В противном случае переходят к следующему шагу.

6. Строят новый исходный вектор $e_0^{(n+1)}$ для следующей $(n+1)$ итерации:

$$e_0^{(n+1)} = \sum_{j=0}^{M-1} s_j^{(n)} e_j^{(n)},$$

где $s_j^{(n)}$ – компоненты вектора-столбца $s^{(n)}$.

7. Возвращаются к шагу 2 при $n \rightarrow n+1$ и $e_0^{(n+1)} \rightarrow e_0^{(n)}$.

В случае данного алгоритма матрица $A = Q^\dagger Q$.

3.5. Вероятность принятия новых калибровочных полей

Средняя вероятность $\langle w_{acc} \rangle$ принятия новых калибровочных полей U в двухшаговом мультитабозонном алгоритме равна отношению числа полей U , принятых за новые, к полному числу генерируемых полей. Применяя методы А. Борелли и М. Кройца, с учетом выражений (23) и (24), получим при $\langle (\Delta E)^2 \rangle \lesssim 1$ следующее соотношение

$$\langle w_{acc} \rangle = 1 - \sqrt{\frac{1}{2\pi} \langle (\Delta E)^2 \rangle}, \quad (32)$$

где

$$\langle (\Delta E)^2 \rangle \sim V \|P_2(x) - 1\|^2, \quad (33)$$

где $\|f(x)\|$ – интегральная норма по (29);

$$\Delta E = \xi^\dagger P_2(Q^\dagger[U']Q[U'])\xi - \eta^\dagger \eta;$$

$$\xi = P_3(Q^\dagger[U]Q[U])\eta;$$

$$\langle C \rangle = \frac{1}{Z} \int C[U', \Phi', U, \Phi, \eta] \times$$

$$\times \exp(-S_g[U'] - S_b[\Phi, U] - \eta^\dagger \eta) \times$$

$$\times p_{12}[U', \Phi', U, \Phi] [dU d\Phi dU' d\Phi' d\eta];$$

$p_{12}[U', \Phi', U, \Phi]$ – плотность вероятности перехода от полей U и Φ конфигурации α к полям U' и Φ' конфигурации $\alpha+1$.

4. Исходные параметры и производительность двух алгоритмов для U(1) модели

Для исследования U(1) модели каждым из двух описанных алгоритмов и их сравнения необходимо обоснованно выбрать значения исходных параметров этих алгоритмов. В противном случае время вычислений существенно увеличится и результаты расчетов могут быть неправильными. Ниже получим соотношения для значений исходных параметров и для производительности рассматриваемых алгоритмов при одинаковом заданном числе поколений фермионов $N_f = 2$.

4.1. Параметры метода гибридного Монте-Карло

Для расчетов методом гибридного Монте-Карло должны быть заданы следующие его исходные параметры: шаг «времени» $\Delta\tau$, число шагов «времени» N_τ , малые параметры в условии (17) остановки метода сопряженных градиентов δ_{md} в молекулярной динамике и δ_{acc} в шаге Метрополиса для гамильтониана.

Для получения необходимых соотношений рассмотрим положительно-определенную

матрицу Ω размером $4V \times 4V$, задаваемую формулой

$$\Omega = \left\langle \left[\left(\frac{\partial^2 H}{\partial A^2} \right)^\dagger \left(\frac{\partial^2 H}{\partial A^2} \right) \right]^{1/2} \right\rangle,$$

где H – гамильтониан по (9);

A – векторный потенциал поля U ; усреднение выполнено по полям U, P и χ с весом $\exp(-H[U, P, \chi])$.

Оценим норму этой матрицы $\|\Omega\|$ при $N_f = 2$. Для этого используем свойства симметрии $U(1)$ модели относительно дискретных сдвигов и поворотов, формулу для средних значений псевдофермионов в виде $\langle \chi^\dagger \chi \rangle = M^\dagger M$ и формулу для собственных значений λ_j матрицы $M^\dagger M$ в виде $\lambda_j (M^\dagger M) = \lambda_j^2 [(M^\dagger M)^{1/2}]$. Кроме того, сумму по собственным значениям λ_j заменим интегрированием, а также учтем, что для матриц $M^\dagger M$ и $Q^\dagger Q$ справедливы, согласно де Гранду [14], оценки в виде

$$\frac{\langle \lambda_{\max}(M^\dagger M) \rangle}{\langle \lambda_{\min}(M^\dagger M) \rangle} \sim \zeta = \frac{\langle \lambda_{\max}(Q^\dagger Q) \rangle}{\langle \lambda_{\min}(Q^\dagger Q) \rangle}, \quad \lambda_{\max}(M^\dagger M) \sim 1. \quad (34)$$

Здесь ζ – число обусловленности матрицы $Q^\dagger Q$. В результате получим следующую оценку:

$$\|\Omega\| \sim \langle \text{Tr}(M^\dagger M)^{-1} \rangle \sim \left\langle \sum_j \frac{1}{\lambda_j^2} \right\rangle \sim \int_{\langle \lambda_{\min} \rangle}^{\langle \lambda_{\max} \rangle} \frac{d\lambda}{\lambda^2} \sim \sqrt{\zeta}, \quad (35)$$

где $\lambda_j, \lambda_{\min}$ и λ_{\max} – собственные значения матрицы $(M^\dagger M)^{1/2}$.

При исследовании модели свободного бозонного поля на решетке методом гибридного Монте-Карло А. Кеннеди и Б. Пендлетон [13] получили следующие соотношения, обеспечивающие высокие точность и производительность вычислений при средней вероятности принятия новых полей $\langle w_{\text{acc}} \rangle \sim 1$

$$V \|\Omega\|^2 (\Delta\tau)^4 \lesssim 1, \sqrt{\|\Omega\|} N_\tau \Delta\tau \sim 1, \quad (36)$$

где

$$\Omega = \frac{\partial^2 H}{\partial A^2}$$

– матрица, не зависящая от свободного бозонного поля A ;

H – гамильтониан бозонного поля;

V – объем решетки.

Мы применим к $U(1)$ модели соотношения (36), в которых величину $\|\Omega\|$ возьмем по (35). Тогда получим [14]

$$\Delta\tau \lesssim \frac{1}{(V\zeta)^{1/4}}, N_\tau \gtrsim V^{1/4}, \quad (37)$$

Для значений параметров δ_{md} и δ_{acc} принимаем, согласно Р. Гупте и др. [10], следующие оценки

$$\delta_{\text{md}} \sim \frac{1}{V}, \delta_{\text{acc}} \sim \frac{1}{V^2}, \quad (38)$$

Итак, получены соотношения (37) и (38) для исходных параметров метода гибридного Монте-Карло применительно к $U(1)$ модели при $N_f = 2$.

Из соотношений (18) и (38) имеем следующую оценку для значения среднего числа итераций $\langle N^{(\text{CG})} \rangle$ в методе сопряженных градиентов

$$\langle N^{(\text{CG})} \rangle \sim \sqrt{\zeta} \ln V. \quad (39)$$

4.2. Параметры двухшагового мультибозонного алгоритма

Для расчетов двухшаговым мультибозонным алгоритмом должны быть заданы следующие его исходные параметры: границы ε и λ интервала аппроксимаций функции $x^{-N_f/2}$ по (21) и степени n_1, n_2, n_3 и n_4 аппроксимирующих многочленов.

Границы ε и λ интервала аппроксимаций выберем следующим образом [14]

$$\varepsilon = 0,5 \langle \lambda_{\min} \rangle, \lambda = (1,2 - 1,4) \langle \lambda_{\max} \rangle, \quad (40)$$

где $\langle \lambda_{\min} \rangle$ и $\langle \lambda_{\max} \rangle$ – средние минимальное и максимальное собственные значения матрицы $Q^\dagger Q$, усредненные, как в (19).

Такой выбор учитывает необходимость нахождения крайних значений $\langle \lambda_{\min} \rangle - \sigma_{\lambda_{\min}}$ и $\langle \lambda_{\max} \rangle + \sigma_{\lambda_{\max}}$ внутри интервала $[\varepsilon, \lambda]$, где $\sigma_{\lambda_{\min}}$ и $\sigma_{\lambda_{\max}}$ – среднеквадратичные отклонения.

Согласно И. Монтвею [6], высокие точность и производительность данного алгоритма обеспечиваются при условиях

$$\langle w_{\text{acc}} \rangle \sim 1, \langle \det^{-1} P_4(Q^\dagger Q) \rangle \sim 1,$$

где усреднение вероятности w_{acc} выполнено так же, как в (32), а усреднение величины $\det^{-1} P_4(Q^\dagger Q)$ – как в (19). При этих условиях из (27), (32) и (33) получим следующие оценки для многочленов $P_2(x)$ и $P_4(x)$

$$\|P_2(x) - 1\| \sim \frac{1}{\sqrt{V}}, \|P_4(x) - 1\| \sim \frac{1}{V}, \quad (41)$$

где норма $\|f(x)\|$ определена по (29).

Точные аппроксимации (21) и (26) обеспечиваются, согласно И. Монтвею [6], при условиях в виде

$$\|P_2(x)P_3(x) - 1\| \sim \frac{1}{V^2},$$

$$\|x^{N_f/2} P_1(x)P_2(x)P_4(x) - 1\| \sim \frac{1}{V^2}. \quad (42)$$

Используя (41) и (42), получим следующие оценки

$$\begin{aligned} \|x^{N_f/2} P_1(x) - 1\| &\sim \frac{1}{\sqrt{V}}, \\ \|x^{N_f/2} P_1(x) P_2(x) - 1\| &\sim \frac{1}{V}. \end{aligned} \quad (43)$$

Для оценки значений степеней n_k многочленов $P_k(x)$ введем, удобные для анализа многочлены $\tilde{P}_k(x)$ степеней \tilde{n}_k , составленные из многочленов Чебышева $T_{\tilde{n}_k+1}(x)$, где $k = 1, 2, 3, 4$. Многочлены $\tilde{P}_k(x)$ при $k = 1, 2, 4$ аппроксимируют функцию $x^{-N_f/2}$ на отрезке $[\varepsilon', \lambda']$ с одинаковым небольшим отклонением от 1 функций $x^{N_f/2} \tilde{P}_k(x)$, а многочлен $\tilde{P}_3(x)$ аппроксимирует функцию $P_2(x) P_3^2(x)$

$$\begin{aligned} \tilde{P}_1(x) &\approx P_1(x) \approx x^{-N_f/2}, \\ \tilde{P}_2(x) &\approx P_1(x) P_2(x) \approx x^{-N_f/2}, \\ \tilde{P}_3(x) &\approx P_2(x) P_3^2(x) = 1, \\ \tilde{P}_4(x) &\approx P_1(x) P_2(x) P_4(x) = x^{-N_f/2}. \end{aligned} \quad (44)$$

Здесь

$$\tilde{P}_k(x) = \frac{1}{x} \left(1 - \frac{T_{\tilde{n}_k+1} \left(\frac{2x - (\lambda' + \varepsilon')}{\lambda' - \varepsilon'} \right)}{T_{\tilde{n}_k+1} \left(\frac{\lambda' + \varepsilon'}{\lambda' - \varepsilon'} \right)} \right), \quad (45)$$

где $T_{\tilde{n}_k+1}(x) = \cos[(\tilde{n}_k+1) \arccos x]$.

Согласно нашим расчетам при $N_f = 2$, многочлены $\tilde{P}_1(x)$ и $P_1(x)$ практически одинаково аппроксимируют функцию $x^{-N_f/2}$ при выполнении следующих условий

$$\tilde{n}_1 = n_1, \varepsilon' \approx \sqrt{\varepsilon \lambda}, \lambda' = \lambda. \quad (46)$$

Для многочленов Чебышева справедлива оценка в виде

$$\left| T_{\tilde{n}_k+1} \left(-\frac{\lambda' + \varepsilon'}{\lambda' - \varepsilon'} \right) \right| \sim e^{2(\tilde{n}_k+1) \sqrt{\varepsilon' / \lambda'}}. \quad (47)$$

Из определения числа обусловленности ζ по (34) с учетом (40) следует оценка в виде

$$\frac{\lambda}{\varepsilon} \sim \zeta. \quad (48)$$

Из (43), первого соотношения (44) и (45) – (48) получим

$$\|x^{N_f/2} \tilde{P}_1(x) - 1\| \sim \left| T_{\tilde{n}_1+1} \left(-\frac{\lambda' + \varepsilon'}{\lambda' - \varepsilon'} \right) \right|^{-1} \sim e^{-2(n_1+1)\zeta^{-1/4}} \sim \frac{1}{\sqrt{V}},$$

откуда имеем оценку степени n_1 [14]

$$n_1 \sim \zeta^{1/4} \ln V. \quad (49)$$

Расчеты при $N_f = 2$ показали, что многочлены $\tilde{P}_2(x)$ и $P_1(x) P_2(x)$ практически одинаково аппроксимируют функцию $x^{-N_f/2}$ при условиях

$$\tilde{n}_2 = n_1 + n_2, \varepsilon' \approx \varepsilon, \lambda' = \lambda. \quad (50)$$

Из (43), второго соотношения (44), а также (45), (47), (48) и (50) получим

$$\|x^{N_f/2} \tilde{P}_2(x) - 1\| \sim \left| T_{\tilde{n}_2+1} \left(-\frac{\lambda' + \varepsilon'}{\lambda' - \varepsilon'} \right) \right|^{-1} \sim e^{-2(n_1+n_2+1)\zeta^{-1/2}} \sim \frac{1}{V},$$

откуда имеем оценку для степени n_2 [14]

$$n_2 \sim \zeta^{1/2} \ln V. \quad (51)$$

Результаты аналогичных расчетов значений многочленов $\tilde{P}_3(x)$, $\tilde{P}_4(x)$, $P_2(x) P_3^2(x)$ и $P_1(x) P_2(x) P_4(x)$ с выполнением соотношений (44) и последующий анализ приводят к следующим условиям для степеней n_3 и n_4 [14]

$$n_3 \gtrsim n_2, n_4 \gtrsim n_2. \quad (52)$$

Итак, получены соотношения (40, 49, 51, 52) для исходных параметров двухшагового мультибозонного алгоритма применительно к U(1) модели при $N_f = 2$. В расчетах корреляционных функций $\langle O \rangle$ используются только аппроксимирующие многочлены $P_k(x)$, степени которых n_k выбирают по (49, 51, 52).

4.3. Производительность алгоритмов

Производительностью алгоритма вычислений конкретной корреляционной функции $\langle O \rangle$ модели на решетке назовем величину P [14], равную

$$P = (\langle N_{op} \rangle \langle \tau_{int} \rangle)^{-1}, \quad (53)$$

где $\langle N_{op} \rangle$ – среднее число компьютерных операций, необходимых для перехода от одной конфигурации полей к последующей;

$\langle \tau_{int} \rangle$ – интегральное время автокорреляций, равное среднему расстоянию между ближайшими статистически независимыми выборочными значениями $O[U^{(\omega)}]$ этой корреляционной функции [7].

По способу суммирования [9] это время вычисляют по формуле

$$\langle \tau_{int} \rangle = \frac{1}{2} + \frac{1}{W} \sum_{\alpha=1}^W \frac{\Gamma_o(\alpha)}{\Gamma_o(0)}, \quad (54)$$

где W – некоторое обрезывающее число вычислений: $1 \ll W \ll N$;

$\Gamma_o(\alpha)$ – автокорреляционная функция

$$\Gamma_o(\alpha) = \frac{1}{N-\alpha} \sum_{j=1}^{N-\alpha} \left(O_j - \frac{1}{N-\alpha} \sum_{k=1}^{N-\alpha} O_k \right) \left(O_{j+\alpha} - \frac{1}{N-\alpha} \sum_{k=\alpha+1}^N O_k \right).$$

Здесь $O_\alpha = O[U^{(\alpha)}]$; остальные обозначения те же, что и в формуле (10).

Время вычисления величины $\langle O \rangle$ определяется формулой

$$t = t_c \langle N_{op} \rangle N = \frac{t_c N_i}{P},$$

где N_i – число статистически независимых значений O_α : $N_i = N / \langle \tau_{int} \rangle$;

t_c – время выполнения одной компьютерной операции.

Лучшим алгоритмом является такой, у которого большая производительность P при одинаковых параметрах модели N_f, V, β, κ и числе N генерируемых конфигураций полей.

В случае метода гибридного Монте-Карло (НМС) на модели свободного бозонного поля на решетке А. Кеннеди и Б. Пендleton [13] получили следующую оценку времени автокорреляций:

$$\langle \tau_{\text{int}}^{\text{HMC}} \rangle \sim (N_\tau \Delta\tau)^{-2}. \quad (55)$$

Мы так же, как и в п. 4.1, применим это соотношение к U(1) модели, в которое подставим наши оценки (37).

В случае двухшагового мультибозонного алгоритма (TSMB), согласно М. Пиардону, К. Янсону и А. Бориси, для времени автокорреляций справедливо соотношение

$$\langle \tau_{\text{int}} \rangle \sim \left(\min_j |\text{Im} \rho_j^2| \right)^{-1}, \quad (56)$$

где ρ_j^2 – j -й корень аппроксимирующего многочлена $P_1(x)$: $P_1(\rho_j^2) = 0$.

Для рассматриваемой U(1) модели при $N_f = 2$ заменим, согласно (44), многочлен $P_1(x)$ на $\tilde{P}_1(x)$ и с учетом (45) найдем корни ρ_j^2 многочлена $\tilde{P}_1(x)$, при которых $\tilde{P}_1(\rho_j^2) = 0$

$$\rho_j^2 = (\lambda' + \varepsilon') \sin^2 \frac{\pi j}{\tilde{n}_1 + 1} + i \sqrt{\lambda' \varepsilon'} \sin \frac{2\pi j}{\tilde{n}_1 + 1},$$

$$j = 1, 2, \dots, \tilde{n}_1.$$

Подставляя это выражение в (56) и учитывая (40, 46, 48 и 34), получим следующую оценку

$$\langle \tau_{\text{int}}^{\text{TSMB}} \rangle \sim \left(\sqrt{\lambda' \varepsilon'} \sin \frac{2\pi}{\tilde{n}_1 + 1} \right)^{-1} \sim \frac{\tilde{n}_1}{\lambda'} \left(\frac{\lambda'}{\varepsilon'} \right)^{1/2} \sim \frac{n_1}{\lambda} \left(\frac{\sqrt{\lambda \varepsilon}}{\varepsilon} \right)^{1/2} \sim n_1 \zeta^{1/4}. \quad (57)$$

Для каждого алгоритма вычислений в U(1) модели получим следующие оценки значений среднего числа операций $\langle N_{\text{op}}^{\text{HMC}} \rangle$ и $\langle N_{\text{op}}^{\text{TSMB}} \rangle$, необходимых для перехода от одной конфигурации полей к последующей

$$\langle N_{\text{op}}^{\text{HMC}} \rangle = 4VN_\tau (1 + 2\langle N^{\text{CG}} \rangle) + 8V \langle N^{\text{CG}} \rangle \sim V \langle N^{\text{CG}} \rangle N_\tau, \quad (58)$$

$$\langle N_{\text{op}}^{\text{TSMB}} \rangle = 2V (128n_1 + n_2 + n_3) \sim Vn_2. \quad (59)$$

Из (53) с учетом (37), (39), (55) и (58) для метода НМС, и с учетом (49), (51), (57) и (59) для алгоритма TSMB получим следующие оценки производительностей этих алгоритмов применительно к U(1) модели при $N_f = 2$

$$P_{\text{HMC}} \sim \frac{1}{\zeta V^{5/4} \ln V}, P_{\text{TSMB}} \sim \frac{1}{\zeta V \ln^2 V}. \quad (60)$$

Отсюда для отношения производительностей этих алгоритмов вычислений в U(1) модели имеем оценку [14]

$$P_{\text{TSMB}} / P_{\text{HMC}} \sim \frac{V^{1/4}}{\ln V}. \quad (61)$$

Видно, что при увеличении объема решетки V U(1) модели двухшаговый мультибозонный алгоритм становится лучшим по производительности, чем метод гибридного Монте-Карло.

5. Результаты вычислений и сравнение двух алгоритмов

5.1. Параметры модели и параметры алгоритмов

Нами были разработаны, отлажены и применены для расчетов программы вычислений средних значений корреляционных функций рассматриваемой U(1) модели по Вильсону на четырехмерной решетке в подходе динамических фермионов как методом гибридного Монте-Карло (НМС), так и двухшаговым мультибозонным алгоритмом (TSMB). По этим программам были вычислены указанные в разделе 2 величины $\langle E_G \rangle$, $\langle \bar{\psi} \psi \rangle$ и $\langle \Pi \rangle$ данной U(1) модели в областях Кулоновской фазы и фазы конфайнмента. Вычисления проведены на суперкомпьютере VPP-300.

Были заданы следующие параметры U(1) модели, одинаковые при вычислениях каждым алгоритмом [14]: число поколений фермионов $N_f = 2$; объем решетки $V = 6^3 \times 12$; параметры $\beta = 2$ и $\kappa = 0.130$ для Кулоновской фазы, $\beta = 0$ и $\kappa = 0.238$ для фазы конфайнмента; число генерируемых полей $U^{(\alpha)} N = 10000$; периодические граничные условия по пространственным направлениям $\nu = 1, 2, 3$ и антипериодические по направлению времени $\nu = 4$ для фермионных полей.

Выбранные значения β и κ находятся вблизи линии раздела фаз, что необходимо для правильного описания свойств частиц. Кроме того, интересно узнать характеристики алгоритмов при «трудном» для них значении $\beta = 0$.

Для расчета значений исходных параметров каждого алгоритма в каждой фазе были вычислены средние собственные значения $\langle \lambda_{\text{min}} \rangle$ и $\langle \lambda_{\text{max}} \rangle$ матрицы $Q^\dagger Q$ в приближении статических фермионов путем усреднения значений λ_{min} и λ_{max} по калибровочным полям U с весом $\exp(-S_G[U])$, как в формуле (22). Для каждой конфигурации поля U значения λ_{min} и λ_{max} рассчитаны явно повторяемым методом Ланцоша (п. 3.4) при значениях $M = 10$ и в формуле (31) $\delta = 10^{-6}$. Генерация

конфигураций полей U с указанным весом выполнена методом «тепловой бани» при $\Phi = 0$ (п. 3.2).

По найденным $\langle \lambda_{\min} \rangle$ и $\langle \lambda_{\max} \rangle$ в приближении статических фермионов были вычислены для каждой фазы модели по (34), (37) и (38) предварительные значения числа обусловленности ζ и следующих исходных параметров метода НМС: N_τ , $\Delta\tau$, δ_{md} и δ_{acc} .

Затем методом НМС были сгенерированы конфигурации калибровочных полей U , распределенные с весом $\exp(-S_G[U]) \det^{N_f} M[U]$. Для каждой из таких конфигураций были снова найдены явно повторяемым методом Ланцоша значения λ_{\min} и λ_{\max} . Эти значения были усреднены по U с новым весом $\exp(-S_G[U]) \det^{N_f} M[U]$, как в формуле (10), и в результате для них были получены следующие значения, одинаковые в каждом алгоритме [14]: $\langle \lambda_{\min} \rangle = 0.13(1)$ и $\langle \lambda_{\max} \rangle = 1.63(1)$ в Кулоновской фазе, и $0.0005(1)$ и $6.59(1)$ в фазе конфайнмента.

Используя эти окончательные значения $\langle \lambda_{\min} \rangle$ и $\langle \lambda_{\max} \rangle$ в подходе динамических фермионов, по соотношениям (34, 37, 38) для метода НМС, и по (40, 49, 51, 52) для алгоритма TSMB были рассчитаны значения исходных параметров каждого алгоритма. Эти значения приведены в табл. 1 [14].

В случае алгоритма TSMB интегральным методом наименьших квадратов (п. 3.3) найдены коэффициенты аппроксимирующих многочленов $P_k(x)$, $k = 1, 2, 3, 4$, а также найдены корни $P_1(x)$. Расчетные значения данных многочленов удовлетворяют оценкам (41–43).

5.2. Значения корреляционных функций и характеристики алгоритмов

Каждым из рассматриваемых алгоритмов с использованием формул (5–7, 10, 19, 20, 22) были рассчитаны корреляционные функции $\langle E_G \rangle$, $\langle \bar{\psi} \psi \rangle$ и $\langle \Pi \rangle$ данной $U(1)$ модели в двух ее фазах. Кроме того, были рассчитаны значения величин $\langle w_{\text{acc}} \rangle$, $\langle \tau_{\text{int}} \rangle$ способом суммирования по (54), $P_{\text{TSMB}} / P_{\text{HMC}}$ и значения среднего компьютерного времени $\langle t_{\text{CPU}} \rangle$ перехода от одной конфигурации полей к последующей, равного

$$\langle t_{\text{CPU}} \rangle = t_c \langle N_{\text{op}} \rangle. \quad (62)$$

Значения отношения $P_{\text{TSMB}} / P_{\text{HMC}}$ были рассчитаны по формуле, следующей из (53) и (62)

$$P_{\text{TSMB}} / P_{\text{HMC}} = \frac{\langle t_{\text{CPU}}^{\text{HMC}} \rangle \langle \tau_{\text{int}}^{\text{HMC}} \rangle}{\langle t_{\text{CPU}}^{\text{TSMB}} \rangle \langle \tau_{\text{int}}^{\text{TSMB}} \rangle}.$$

Т а б л и ц а 1

Значения исходных параметров двух алгоритмов для двух фаз

Фаза	HMC					
	$\Delta\tau$	N_τ	δ_{md}	δ_{acc}		
Кулоновская конфайнмента	0,025	40	10^{-3}	10^{-7}		
	0,01	10	10^{-3}	10^{-7}		
	TSMB					
	ε	λ	n_1	n_2	n_3	n_4
Кулоновская конфайнмента	0,025	2,5	6	36	48	200
	0,000225	9	50	360	450	500

Т а б л и ц а 2

Значения корреляционных функций $\langle O \rangle$ в двух фазах $U(1)$ модели, вычисленные двумя алгоритмами, и характеристики алгоритмов

	$\langle E_G \rangle$	$\langle \bar{\psi} \psi \rangle$	$\langle \Pi \rangle$
	Кулоновская фаза		
$\langle O^{\text{HMC}} \rangle$	0,1332(1)	0,9381(1)	1,378(1)
$\langle O^{\text{TSMB}} \rangle$	0,1331(1)	0,9379(1)	1,376(1)
$\langle w_{\text{acc}}^{\text{HMC}} \rangle$	0,94(1)		
$\langle w_{\text{acc}}^{\text{TSMB}} \rangle$	0,48(1)		
$\langle \tau_{\text{int}}^{\text{HMC}} \rangle$	3,2(3)	2,0(2)	25(4)
$\langle \tau_{\text{int}}^{\text{TSMB}} \rangle$	3,0(3)	2,8(2)	50(8)
$\langle t_{\text{CPU}}^{\text{HMC}} \rangle, \text{с}$	15,1(2)		
$\langle t_{\text{CPU}}^{\text{TSMB}} \rangle, \text{с}$	8,96(2)		
$P_{\text{TSMB}} / P_{\text{HMC}}$	1,8(2)	1,2(2)	0,8(2)
	фаза конфайнмента		
$\langle O^{\text{HMC}} \rangle$	0,939(1)	0,95(1)	13,9(2)
$\langle O^{\text{TSMB}} \rangle$	0,938(1)	0,96(1)	13,7(2)
$\langle w_{\text{acc}}^{\text{HMC}} \rangle$	0,72(1)		
$\langle w_{\text{acc}}^{\text{TSMB}} \rangle$	0,68(1)		
$\langle \tau_{\text{int}}^{\text{HMC}} \rangle$	65(7)	60(7)	35(5)
$\langle \tau_{\text{int}}^{\text{TSMB}} \rangle$	120(20)	125(15)	45(5)
$\langle t_{\text{CPU}}^{\text{HMC}} \rangle, \text{с}$	76(1)		
$\langle t_{\text{CPU}}^{\text{TSMB}} \rangle, \text{с}$	69(1)		
$P_{\text{TSMB}} / P_{\text{HMC}}$	0,6(1)	0,5(1)	0,9(1)

Результаты выполненных расчетов приведены в табл. 2 [14]. Значения каждой из трех корреляционных функций в каждой из двух фаз модели, полученные с применением двух разных алгоритмов, оказались одинаковыми. Это свидетельствует о пригодности каждого из рассматриваемых алгоритмов, отличающихся многими сложными процедурами и формулами, для вычислений с существенным сокращением времени в $U(1)$ модели по Вильсону на четырехмерной решетке. Кроме того, это подтверждает правильность установленных соотношений для исходных параметров каждого алгоритма. Особо отметим совпадение результатов вычислений каждым алгоритмом и пригодность этих алгоритмов для «трудного» случая $\beta = 0$ в фазе конфайнмента.

Полученные средние значения $\langle w_{acc} \rangle$ для каждого алгоритма находятся в пределах 0,48 – 0,94, что соответствует принятой оценке $\langle w_{acc} \rangle \sim 1$. Значения $\langle \tau_{int} \rangle$ для каждой корреляционной функции оказались одного порядка величины для разных алгоритмов, причем для величин $\langle E_G \rangle$ и $\langle \bar{\psi} \psi \rangle$ в фазе конфайнмента при $\beta = 0$ они оказались на полтора порядка больше, чем в Кулоновской фазе при $\beta = 2$, а для корреляционной функции $\langle \Pi \rangle$ – одного порядка величины. Значения $\langle t_{CPU} \rangle$, пропорциональные продолжительности вычислений, оказались одного порядка величины в каждой фазе при разных алгоритмах, но в фазе конфайнмента они были в 5–8 раз больше, чем в Кулоновской фазе.

Отношения производительностей алгоритмов для шести рассмотренных случаев (три корреляционные функции и две фазы) оказались в пределах $P_{TSMB} / P_{HMC} = 0,5 - 1,8$. Этот диапазон соответствует нашей оценке (61), по которой для данного объема решетки $V = 6^3 \times 12$ отношение $P_{TSMB} / P_{HMC} \approx 0,91$. При увеличении объема решетки производительность каждого алгоритма, согласно (60), уменьшается, а время вычислений, соответственно, увеличивается. Но отношение P_{TSMB} / P_{HMC} согласно (61), возрастает, и двухшаговый мультибозонный алгоритм становится лучшим по производительности, т.е. с меньшим временем вычислений, чем метод гибридного Монте-Карло.

6. Заключение

В данной работе рассмотрены два алгоритма для $U(1)$ модели элементарных частиц на четырехмерной решетке пространства-времени: метод гибридного Монте-Карло и двухшаговый мультибозонный алгоритм. Каждый из этих алгоритмов является статистическим методом получения калибровочных полей с весом, включающим фермионный детерминант. Такие поля необходимы для вычисления корреляционных функций модели. В каждый алгоритм входит метод стохастического вектора, и используется «шахматное» разложение узлов решетки на четные и нечетные узлы.

Вместе с тем, данные алгоритмы отличаются многими входящими в их состав методами, процедурами и подходами. В метод гибридного Монте-Карло входят использование вспомогательных полей – псевдофермионов и сопряженного импульса, процедура молекулярной динамики,

метод сопряженных градиентов и шаг Метрополиса для гамильтониана. Двухшаговый мультибозонный алгоритм включает использование вспомогательных полей – мультибозонов, методы «тепловой бани» и верхней релаксации, применение аппроксимирующих многочленов, явно повторяемый метод Ланцоша и шаг Метрополиса для детерминанта.

Установлены и применены в расчетах соотношения для параметров и характеристик этих алгоритмов применительно к рассматриваемой $U(1)$ модели. Это зависимости для шага «времени», числа шагов «времени» и параметров остановки метода сопряженных градиентов в методе гибридного Монте-Карло, соотношения для границ интервала аппроксимации и для степеней четырех аппроксимирующих многочленов в случае двухшагового мультибозонного алгоритма, а также зависимости для производительности каждого алгоритма. Данные соотношения необходимы для обеспечения достаточно точных и быстрых вычислений.

Разработаны, отлажены и реализованы программы вычислений корреляционных функций $U(1)$ модели каждым из указанных алгоритмов.

С помощью каждого алгоритма в областях Кулоновской фазы при $\beta = 2$ и фазы конфайнмента при «трудном» значении $\beta = 0$ вычислены значения следующих корреляционных функций: средней «энергии» калибровочного поля, скалярного конденсата и «пионной» нормы. Значения корреляционных функций в каждой фазе, рассчитанные разными алгоритмами, оказались одинаковыми. Это свидетельствует о пригодности каждого из рассмотренных альтернативных алгоритмов для исследований данной $U(1)$ модели при существенном сокращении времени вычислений, а также подтверждает правильность полученных соотношений для параметров алгоритмов.

Установлено аналитически и подтверждено численными расчетами, что для выбранной решетки $6^3 \times 12$ время вычислений корреляционных функций с помощью каждого алгоритма является примерно одинаковым. При увеличении объема решетки время вычислений каждым алгоритмом возрастает, но алгоритмом с меньшим временем вычислений становится двухшаговый мультибозонный алгоритм.

Указанные алгоритмы с параметрами по установленным зависимостям целесообразно ис-

пользовать при исследованиях математических моделей элементарных частиц методом решетки.

Автор выражает благодарность за плодотворные дискуссии доктору физ.-мат. наук И.Л. Боголюбскому, профессору И. Монтвею и кандидату физ.-мат. наук В.К. Митрюшкину. Особую благодарность автор выражает за полезные обсуждения и активную поддержку профессору М. Мюллеру-Пройскеру.

Библиографический список

1. Кройц, М. Кварки, глюоны и решетки / М. Кройц. – М.: Мир, 1988.
2. Wilson K.G. Confinement of quarks // Phys. Rev. D. 1974. V. 10. P. 2445–2459.
3. DeGrand T. and Toussaint D. Topological excitations and Monte Carlo simulation of Abelian gauge theory // Phys. Rev. D. 1980. V. 22. P. 2478–2489.
4. Duane S., Kennedy A., Pendleton B. and Roweth D. Hybrid Monte Carlo // Phys. Lett. B. 1987. V. 195. P. 216–222.
5. Gottlieb S., Liu W., Toussaint D., Renken R. and Sugar R. Hybrid molecular dynamics algorithms for the numerical simulation of quantum chromodynamics // Phys. Rev. D. 1987. V. 35. P. 2531–2542.
6. Montvay I. An algorithm for gluinos on the lattice // Nucl. Phys. B. 1996. V. 466. P. 259–284.
7. Montvay I. and Münster G. Quantum Fields on a Lattice. Cambridge: University Press, 1994.
8. DeGrand T. A conditioning technique for matrix inversion for Wilson fermions. // Comput. Phys. Commun. 1988. V. 52. P. 161–164.
9. Sokal A. Monte Carlo methods in statistical mechanics. Lectures at Cargese Summer School, 1996.
10. Gupta R., Kilcup G. and Sharpe S. Tuning the hybrid Monte Carlo algorithm // Phys. Rev. D. 1988. V. 38. P. 1278–1287.
11. Montvay I. Quadratically optimized polynomials for fermion simulations // Comput. Phys. Commun. 1998. V. 109. P. 144–160.
12. Kalkreuter T. and Simma H. An accelerated conjugate gradient algorithm to compute low lying eigenvalues: a study for the Dirac operator in SU(2) lattice QCD // Comput. Phys. Commun. 1996. V. 93. P. 33–47.
13. Kennedy A. and Pendleton B. Cost of the generalised hybrid Monte Carlo algorithm for free field theory // Nucl. Phys. B. 2001. V. 607. P. 456–510.
14. Bogolubsky I.L., Mitrushkin V.K., Montvay I., Müller-Preussker M. and Zverev N.V. Performance studies of the two-step multiboson algorithm in compact lattice QED // Nucl. Phys. Proc. Suppl. 2002. V. 106. P. 1052–1054.

ФЕРМИОННЫЕ ДЕТЕРМИНАНТЫ ВЕКТОРНОЙ И КИРАЛЬНОЙ U(1) МОДЕЛЕЙ SLAC-ФЕРМИОНЫ НА ДВУМЕРНОЙ РЕШЕТКЕ С РЕГУЛЯРИЗАЦИЕЙ ПО ПАУЛИ – ВИЛЛАРСУ

Н.В. ЗВЕРЕВ, доц. каф. физики МГУЛ, канд. физ.-мат. наук

Модели фермионов на решетке предназначены для адекватного описания разных фермионных частиц вне рамок теории возмущений. Однако прямой переход от непрерывных моделей к моделям на решетке приводит, в полном соответствии с «no-go» теоремой [3], к неверному описанию свойств фермионов. В частности, модели по К. Вильсону [4] для фермионов с нулевой массой не являются инвариантными относительно киральных преобразований, что приводит к несогласию определенных выражений для решеточных диаграмм с выражениями непрерывных теорий.

С. Дрелл и др. [5] предложили модели SLAC-фермионы на решетке. Достоинством этих моделей является их инвариантность относительно киральных преобразований. Однако данные модели не являются локальными и поэтому не согласуются с непрерывными теориями [6, 7].

Для преодоления этого недостатка моделей SLAC-фермионы и на бесконечной решетке и достижения их согласия с непрерывными моделями в рамках теории возмущений А. Славнов [8] предложил способ их улучшения путем регу-

ляризации по Паули – Вилларсу. Эта регуляризация состоит во введении в действие моделей на бесконечной решетке вспомогательных полей Паули – Вилларса. Такие нефизические поля устраняются в пределе нулевого шага решетки. Однако модели SLAC-фермионы с такой регуляризацией на конечной решетке и вне рамок теории возмущений исследованы не были.

Целью данной работы являются исследование фермионных детерминантов векторной и киральной U(1) моделей SLAC-фермионы на двумерной конечной решетке с регуляризацией по Паули – Вилларсу вне рамок теории возмущений и выяснение вопроса о согласии этих решеточных регуляризованных детерминантов с детерминантами непрерывных теорий в однородном и неоднородном внешних калибровочных полях.

Выбор фермионных детерминантов, калибровочной группы U(1) (абелевой группы), однородного и неоднородного калибровочных полей и двумерной решетки вызван тем, что:

(1) фермионный детерминант является производящим функционалом для однопетлевых

фермионных корреляционных функций и в наибольшей степени характеризует модель;

(2) непрерывные двумерные абелевы модели фермионов имеют точные решения вне рамок теории возмущений [9, 10], с которыми можно будет сравнить полученные ниже решеточные выражения;

(3) численные расчеты при указанных детерминанте, группе, калибровочных полях и решетке являются достаточно точными и реальными по продолжительности.

1. Векторная модель SLAC-фермионы

в однородном поле

1.1. Действие и детерминант без регуляризации

Исследуем сначала векторную U(1) модель SLAC-фермионы на двумерной конечной решетке без регуляризации по Паули – Вилларсу. Действие этой модели имеет следующий вид [1, 5]

$$S_{FS} = \sum_{x,y,\mu} \bar{\Psi}_x \gamma_\mu D_\mu(x-y) P \exp \left[i \sum_{z_\mu=x_\mu}^{y_\mu} A_{z,\mu} \right] \Psi_y. \quad (1)$$

Здесь суммирование выполняется по узлам двумерной решетки x и y с целочисленными координатами

$$x_\mu, y_\mu = -N/2+1, -N/2+2, \dots, N/2,$$

а также по направлению $\mu = 1, 2$; N – четное число узлов решетки вдоль каждого направления; шаг решетки выбран $a = 1$; Ψ_x – физическое фермионное поле с массой $m_0 = 0$, удовлетворяющее антипериодическим граничным условиям [11]

$$\Psi_{x \pm N\mu} = -\Psi_x, \mu = 1, 2;$$

где γ_μ – эрмитовы матрицы Дирака размером 2×2 в двумерном пространстве;

$D_\mu(x)$ – фермионная решеточная SLAC-производная в координатном пространстве

$$D_\mu(x) = \frac{1}{N^2} \times$$

$$\times \sum_{p=-N/2+1}^{N/2} i P_\mu(p) \exp \left\{ \frac{2\pi i}{N} \sum_{\mu=1}^2 (p_\mu - 1/2) x_\mu \right\}, \quad (2)$$

где $P_\mu(p)$ – фермионная решеточная SLAC-производная в импульсном пространстве:

$$P_\mu(p) = \frac{2\pi}{N} (p_\mu - mN - 1/2); \quad -N/2+1 \leq p_\mu \leq N/2; \\ m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

В (2) суммирование выполняется по целочисленным компонентам импульса $p_\mu = -N/2+1, -N/2+2, \dots, N/2$; $\mu = 1, 2$. В формуле (1) P-экспонентой обозначена величина

$$P \exp \left[i \sum_{z_\mu=x_\mu}^{y_\mu} A_{z,\mu} \right] =$$

$$\begin{cases} U_{x,\mu} U_{x+\mu,\mu} \dots U_{y-\mu,\mu}, x_\mu < y_\mu < x_\mu + \frac{N}{2}, y_\mu < x_\mu - \frac{N}{2}, \\ 1, x_\mu = y_\mu, \\ U_{x-\mu,\mu}^* \dots U_{y+\mu,\mu}^* U_{y,\mu}^*, x_\mu - \frac{N}{2} < y_\mu < x_\mu, y_\mu > x_\mu + \frac{N}{2}, \\ \text{Re} U_{x,\mu} U_{x+\mu,\mu} \dots U_{y-\mu,\mu}, y_\mu = x_\mu + \frac{N}{2}, y_\mu = x_\mu - \frac{N}{2}. \end{cases}$$

Здесь $U_{x,\mu} - U(1)$ (абелево) калибровочное поле на решетке

$$U_{x,\mu} = \exp(iA_{x,\mu}),$$

где $A_{x,\mu}$ – вещественный потенциал калибровочного поля.

Данное поле удовлетворяет периодическим граничным условиям

$$U_{x \pm N\nu,\mu} = U_{x,\mu}, \nu = 1, 2.$$

Действие модели SLAC-фермионы (1), в отличие от действия модели по К. Вильсону [4], инвариантно относительно глобальных киральных калибровочных преобразований, но нелокально.

Исследуем фермионный детерминант этой векторной U(1) модели SLAC-фермионы во внешнем однородном калибровочном поле. Потенциал данного поля [11], имеет вид

$$A_{x,\mu} = \frac{2\pi}{N} h_\mu, \quad (3)$$

где h_μ – вещественные значения, не зависящие от узлов решетки x ; $\mu = 1, 2$.

Подставляя (3) в действие (1), переходя в импульсное пространство (т.е. выполняя преобразование Фурье) и используя представление матриц Дирака в виде

$$\gamma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \gamma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix},$$

получим следующее выражение для фермионного детерминанта в однородном внешнем калибровочном поле, нормированное на 1 при $h_1 = h_2 = 0$

$$D_{FS}[h] = \prod_{p=-N/2+1}^{N/2} \frac{B^2(p, h)}{B^2(p, 0)}. \quad (4)$$

Здесь произведение выполнено по всем импульсам p с целочисленными компонентами $p_\mu = -N/2+1, -N/2+2, \dots, N/2$; $\mu = 1, 2$;

$$B^2(p, h) = \sum_{\mu=1}^2 B_\mu^2(p, h);$$

где $B_\mu(p, h)$ – ковариантная фермионная решеточная SLAC-производная в импульсном пространстве

$$B_\mu(p, h) = \frac{\pi}{N} \sum_{\substack{z=-N/2+1 \\ z \neq 0}}^{N/2} (-1)^{z+1} \frac{\sin \frac{2\pi}{N} (p_\mu - h_\mu - \frac{1}{2})z}{\sin \frac{\pi z}{N}}. \quad (5)$$

Данная ковариантная производная при $h_\mu = 0$ равна $B_\mu(p, 0) = P_\mu(p)$. Зависимость $B_\mu(p, h)/2\pi$ от $(p_\mu - h_\mu - 1/2)/N$, рассчитанная согласно (5), представлена на рис. 1. Эта зависимость на конечной решетке является пилообразной с периодом, равным 1. Но, в отличие от фермионной SLAC-производной на бесконечной решетке [5], она является непрерывной, осциллирует вблизи значений $(p_\mu - h_\mu - 1/2)/N = \pm 1/2$, и при этих значениях величины $(p_\mu - h_\mu - 1/2)/N$ производная $B_\mu(p, h) = 0$.

Значения фермионного детерминанта на решетке (4) сравним в пределе $N \rightarrow \infty$ со значениями детерминанта непрерывной векторной U(1) модели на двумерном торе. Выражение для непрерывного детерминанта $D_{VC}[h]$ [10, 11] имеет вид

$$D_{VC}[h] = e^{-2\pi h_2^2} \prod_{n=1}^{\infty} |F[n, h]F[n, -h]|^2, \quad (6)$$

где

$$F[n, h] = \frac{1 + e^{-2\pi(n-1/2) + 2\pi i(h_1 + ih_2)}}{1 + e^{-2\pi(n-1/2)}}.$$

Решеточный и непрерывный детерминанты (4) и (6) удовлетворяют следующим свойствам симметрии и периодичности:

$$D[h_1, h_2] = D[h_2, h_1] = D[-h_1, h_2] = D[h_1 + n_1, h_2 + n_2], \quad (7)$$

где $n_1, n_2 = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

Поэтому достаточно рассмотреть значения детерминантов для полей h_μ в диапазоне $0 \leq h_\mu \leq 1/2; \mu = 1, 2$.

Численные расчеты решеточного $D_{VS}[h]$ и непрерывного на торе $D_{VC}[h]$ фермионных детерминантов по формулам (4) и (6) показали, что эти детерминанты не согласуются, т.е. значения $D_{VS}[h]$ при $N \rightarrow \infty$ не переходят в $D_{VC}[h]$.

Покажем такое несогласие на выражениях однопетлевых диаграмм взаимодействий. Для этого исследуем зависимости от N решеточных выражений диаграмм при импульсе однородного калибровочного поля $k = 0$: поляризованного оператора $\Pi_{VS}(0)$ для диаграммы второго порядка и выражения $\Gamma_{1111}^{VS}(0)$ для диаграммы с четырьмя внешними линиями. Данные выражения имеют следующий вид

$$\begin{aligned} \Pi_{VS}(0) &= - \left. \frac{\partial^2}{\partial h_1^2} \ln D_{VS}[h] \right|_{h=0}, \\ \Gamma_{1111}^{VS}(0) &= - \left. \frac{\partial^4}{\partial h_1^4} \ln D_{VS}[h] \right|_{h=0}. \end{aligned} \quad (8)$$

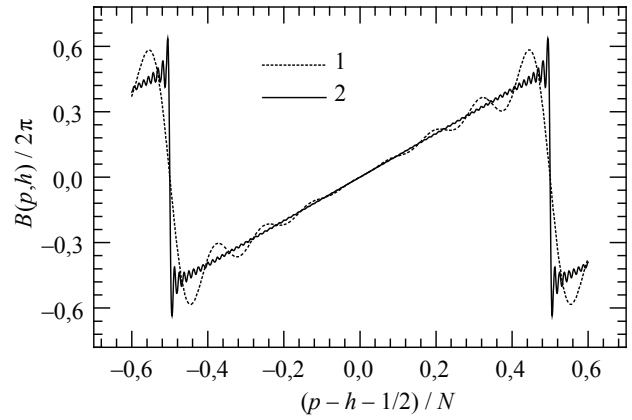


Рис. 1. Зависимость ковариантной фермионной SLAC-производной $B_\mu(p, h)/2\pi$ от $(p_\mu - h_\mu - 1/2)/N$ [10]: 1 – $N = 16$; 2 – $N = 160$

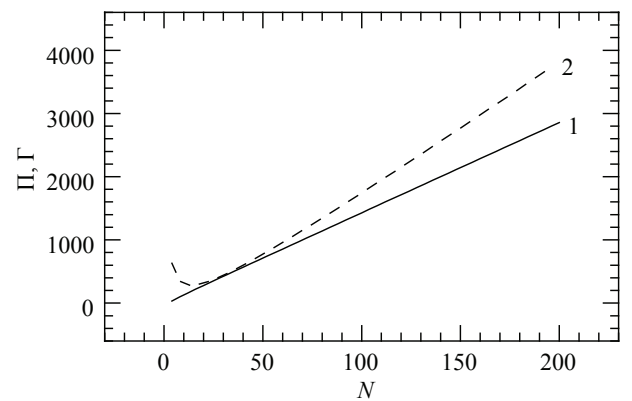


Рис. 2. Значения $\Pi_{VS}(0)$ и $\Gamma_{1111}^{VS}(0)$ диаграмм векторной модели SLAC-фермионы на решетке в зависимости от N в однородном поле с импульсом $k = 0$ [10]: 1 – $\Pi_{VS}(0)$ по (9); 2 – $\Gamma_{1111}^{VS}(0)$.

Эти решеточные зависимости сравним с соответствующими непрерывными значениями на торе.

Подставляя формулу (4) в (8), получим зависимость $\Pi_{VS}(0)$ на решетке от числа узлов N

$$\Pi_{VS}(0) = \sum_{p=-N/2+1}^{N/2} \left\{ \frac{4 \left(\frac{B_1(p, 0)B_1'(p, 0)}{B^2(p, 0)} \right)^2 - \left(\frac{B_1''(p, 0) + B_1(p, 0)B_1''(p, 0)}{B^2(p, 0)} \right)}{B^2(p, 0)} \right\}, \quad (9)$$

где $B_1(p, h)$ и $B^2(p, h)$ определены по (5) и в (4), соответственно; символ ' обозначает производную по h_1 ; суммирование выполнено по всем двумерным импульсам с целочисленными компонентами $p_\mu = -N/2+1, -N/2+2, \dots, N/2; \mu = 1, 2$. Аналогично получим зависимость $\Gamma_{1111}^{VS}(0)$ от N .

Выполним аналитические оценки полученных выражений диаграмм при больших N . Сначала в формуле (5) для величины $B_\mu(p, h)$ и в выражениях всех производных $B_\mu(p, h)$ по h_μ заменим импульсы p_μ на $p_\mu + N/2$, учтем периодичность

зависимостей от $(p_\mu - h_\mu - 1/2)/N$ величины $B_\mu(p, h)$ и всех ее производных по h_μ , а также заменим суммирование по z интегрированием по $\xi = \pi z/N$ от $-\pi/2$ до $\pi/2$. В результате получим, что при $|p_\mu| \sim N/2$ значения величины $B_\mu(p, h)$ и всех производных $B_\mu(p, h)$ по h_μ при $h_\mu = 0$ имеют порядок 1.

Далее, в формуле (9) для $\Pi_{VS}(0)$ и в соответствующем выражении для $\Gamma_{1111}^{VS}(0)$ заменим суммирование по p_2 интегрированием по переменной $\xi_2 = 2\pi(p_2 - 1/2)/N$ от $-\pi$ до π . После интегрирования учтем, что при $|p_1| \ll N/2$ и $h_1 \leq 1/2$ величина $B_1(p, h) \approx 2\pi(p_1 - h_1 - 1/2)/N$ (рис. 1). Учтем также, что при $|p_1| \sim N/2$ значения величины $B_1(p, 0)$ и всех производных $B_1(p, h)$ по h_1 при $h_1 = 0$ имеют порядок 1. В результате получим следующие оценки:

$$\Pi_{VS}(0) = O(N), \Gamma_{1111}^{VS}(0) = O(N). \quad (10)$$

Нами выполнены численные расчеты зависимостей от N величины $\Pi_{VS}(0)$ по (9) и величины $\Gamma_{1111}^{VS}(0)$. Данные этих расчетов приведены на рис. 2. Видно, что решеточные значения $\Pi_{VS}(0)$ и $\Gamma_{1111}^{VS}(0)$ прямо пропорциональны числу N . Это согласуется с аналитическими оценками (10), но существенно отличается от значения $\Pi_{VC}(0) = 2\pi$ [11] и от конечного значения $\Gamma_{1111}^{VC}(0)$ непрерывной теории на торе. Здесь величину $\Gamma_{1111}^{VC}(0)$ получаем, подставляя (6) в (8) с последующим четырехкратным дифференцированием по h_1 . Несогласие решеточной и непрерывной теорий вызвано нелокальностью действия модели SLAC-фермионы на решетке.

Итак, аналитическое и численное исследование показали, что фермионные детерминанты векторной U(1) модели SLAC-фермионы без регуляризации на двумерной конечной решетке и непрерывной векторной U(1) теории на двумерном торе во внешнем однородном калибровочном поле не согласуются из-за нелокальности решеточного действия. Ниже выясним, будет ли необходимое согласие этих детерминантов при регуляризации полями Паули – Вилларса (PV) действия векторной модели SLAC-фермионы.

1.2. Численное исследование детерминанта при регуляризации

Действие двумерной векторной U(1) модели SLAC-фермионы с регуляризацией PV имеет вид [1]

$$S_{VR} = S_{VS} + S_{PV},$$

где S_{VS} – нерегуляризованное действие векторной модели SLAC-фермионы, определенное по (1);

S_{PV} – SLAC-действие полей PV, полученное путем дискретизации непрерывного действия полей PV

$$S_{PV} = \sum_r \left\{ \sum_{x,y,\mu} \bar{\phi}_{r,x} \gamma_\mu D_\mu(x-y) P \exp \times \left[i \sum_{z_\mu=x_\mu}^{y_\mu} A_{z,\mu} \right] \phi_{r,y} + \sum_x M_r \bar{\phi}_{r,x} \phi_{r,x} \right\}.$$

Здесь $\phi_{r,x}$ – бозонные или фермионные поля PV с массами M_r , удовлетворяющие тем же антипериодическим граничным условиям, что и физическое фермионное поле ψ_x ; суммирование по r выполнено по всем полям PV; остальные обозначения те же, что и в выражении (1).

Исследуем фермионный детерминант векторной регуляризованной модели SLAC-фермионы на двумерной конечной решетке во внешнем однородном калибровочном поле с потенциалом по (3). После подстановки и преобразований, как при выводе выражения для $D_{VS}[h]$, получим следующее выражение для детерминанта $D_{VR}[h]$ регуляризованной векторной модели на решетке

$$D_{VR}[h] = D_{VS}[h] \prod_r \prod_{p=-N/2+1}^{N/2} \left(\frac{B^2(p, h) + M_r^2}{B^2(p, 0) + M_r^2} \right)^{c_r}, \quad (11)$$

где $D_{VS}[h]$ – детерминант нерегуляризованной модели SLAC-фермионы по (4); величина $B^2(p, h)$ определена в (4); произведения выполнены по всем двумерным импульсам с целочисленными компонентами p_μ от $-N/2+1$ до $N/2$ и по всем полям PV с индексом r ; $c_r = 1$ для фермионного поля PV $\phi_{r,x}$ и $c_r = -1$ для бозонного поля PV $\phi_{r,x}$. Детерминант $D_{VR}[h]$ также удовлетворяет свойствам симметрии и периодичности (7), что позволяет рассматривать поля h_μ только в диапазоне $0 \leq h_\mu \leq 1/2$; $\mu = 1, 2$.

Для устранения расходимостей выражений диаграмм $\Pi_{VS}(0)$ и $\Gamma_{1111}^{VS}(0)$ на решетке при $N \rightarrow \infty$ поля PV должны удовлетворять тем же условиям, что и в непрерывной теории [2] для одного, трех, пяти и т.д. полей PV

$$\sum_r c_r + 1 = 0, \quad (12)$$

и, кроме того, для трех, пяти и т.д. полей PV

$$\sum_r c_r M_r^2 = 0. \quad (13)$$

Сравним регуляризованный детерминант на решетке $D_{VR}[h]$ с детерминантом непрерывной теории на торе $D_{VC}[h]$. С этой целью выполним по (11) расчеты зависимости D_{VR} от регуляризирующих масс M_r при фиксированных значениях h_1 и h_2 .

Сначала рассмотрим случай одного бозонного поля PV с массой M . При этом удовлетворе-

но условие (12). Результаты расчетов зависимости D_{VR} от M и значения D_{VC} по (6) приведены на рис. 3 (кривая 3 и прямая 1). Видно, что согласие D_{VR} с D_{VC} обеспечивается только при одном значении PV массы $M = M_0$, где в случае $N = 160$ масса $M_0 = 0,03$. Даже небольшое изменение величины M приводит к значительному несогласию между решеточным и непрерывным детерминантами.

Теперь рассмотрим случай трех полей PV: двух бозонных полей с одинаковыми массами M и одного фермионного поля с массой $M\sqrt{2}$. При таком выборе выполняются условия (12) и (13). Результаты расчетов D_{VR} от M для этого случая даны на том же рисунке 3 (кривые 2, 4). Видно, что согласие D_{VR} с D_{VC} наблюдается для массы M в интервале $M_1 \leq M \leq M_2$, где $M_1 \sim N^{-0,9}$ и $M_2 \sim 1/\sqrt{N}$. Для $N = 160$ значения $M_1 = 0,04$ и $M_2 = 0,2$. Эти значения M_1 и M_2 практически не зависят от h_μ , за исключением случая $h_\mu \rightarrow 1/2$; $\mu = 1, 2$.

Нами выполнены расчеты по формулам (11) и (6) зависимостей D_{VR} и D_{VC} от однородного внешнего поля h_2 в области $0 \leq h_2 \leq 0,5$ при разных h_1 для решеток с числом узлов $N = 32$ и $N = 160$ при регуляризации тремя полями PV с массами $M = M_1$ и $M = M_2$. Типичные результаты представлены на рис. 4. Видно с учетом свойств (7), что для $N = 160$ три поля PV обеспечивают хорошее согласие решеточной и непрерывной теорий в области $|h_\mu| \leq 0,4$ при $M = M_2 = 0,2$ (кривая 5) и в области $|h_\mu| \leq 0,48$ при $M = M_1 = 0,04$ (кривая 4).

В узкой области внешнего поля h_2 вблизи $|h_2| = 1/2$ детерминант векторной модели SLAC-фермионы резко уменьшается. С увеличением числа узлов решетки N ширина этой области уменьшается. Особенности и причины такого поведения решеточного регуляризованного детерминанта обсудим ниже.

1.3. Аналитическое исследование детерминанта при регуляризации

Исследуем аналитически детерминант $D_{VR}[h]$ векторной U(1) модели SLAC-фермионы на двумерной конечной решетке в однородном внешнем калибровочном поле при регуляризации тремя полями PV. В определении этого детерминанта по (11) с учетом (4) произведения сомножителей берутся по всем целочисленным компонентам фермионного импульса p_μ от $-N/2+1$ до $N/2$. Двумерная область этих компонентов импульсов представляет собой решетку из N^2 точек с шагом 1 по N точек в каждом направлении $\mu = 1, 2$.

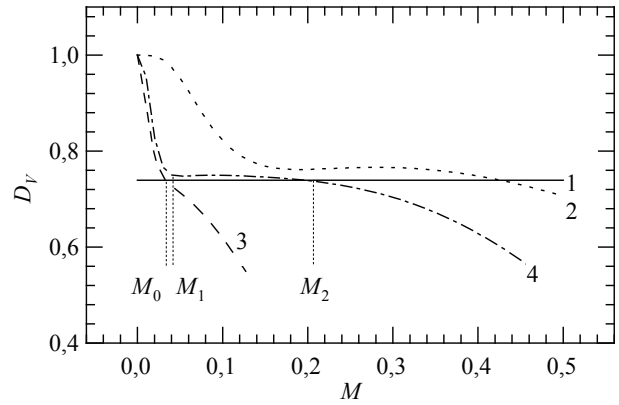


Рис. 3. Детерминанты D_V двумерных векторных U(1) моделей в зависимости от PV массы M в однородном поле с $h_1 = h_2 = 0,2$ [10]: 1 – D_{VC} на торе по (6); 2, 3, 4 – D_{VR} регуляризованной модели SLAC-фермионы на решетке по (11): 2 – $N = 32$, три поля PV; 3 – $N = 160$, одно поле PV; 4 – $N = 160$, три поля PV.

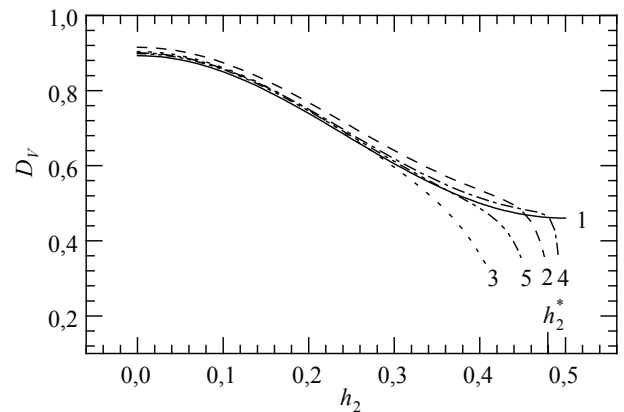


Рис. 4. Детерминанты D_V двумерных векторных U(1) моделей в зависимости от однородного поля h_2 при $h_1 = 0,2$ [10]: 1 – D_{VC} на торе по (6); 2, 3, 4, 5 – D_{VR} регуляризованной модели SLAC-фермионы с тремя полями PV по (11): 2 – $N = 32$, $M = M_1 = 0,19$; 3 – $N = 32$, $M = M_2 = 0,4$; 4 – $N = 160$, $M = M_1 = 0,04$; 5 – $N = 160$, $M = M_2 = 0,2$; h_2^* – поле срыва по (19) при $N = 160$, $M = M_1 = 0,04$ и $\xi = 0,95$.

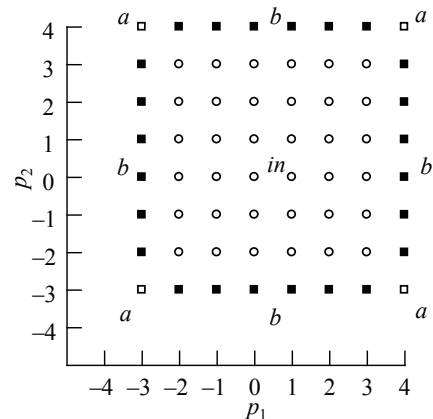


Рис. 5. Три части (a, b, in) двумерной решеточной области фермионного импульса с компонентами p_μ , $\mu = 1, 2$. Число узлов решетки в каждом направлении $N = 8$.

Разобьем эту область импульсов на следующие части (рис. 5):

– четыре крайние угловые точки всей решетки импульсов с компонентами $p_\mu = -N/2+1$ или $N/2$, где $\mu = 1, 2$, назовем угловыми частями области импульсов (индекс a – светлые квадратики на рисунке);

– четыре граничные стороны всей решетки импульсов с компонентами $p_\mu = -N/2+2, \dots, N/2-1$ и одновременно $p_{3-\mu} = -N/2+1$ или $N/2$, где $\mu = 1, 2$, назовем боковыми частями области импульсов (индекс b – темные квадратики);

– оставшуюся область импульсов с компонентами $p_\mu = -N/2+2, \dots, N/2-1$, где $\mu = 1, 2$, назовем внутренней частью области импульсов (индекс in – светлые кружки).

При таком разбиении области фермионных импульсов регуляризованный детерминант $D_{VR}[h]$ с учетом произведений по компонентам импульса p_μ в (11) и (4) имеет следующее представление

$$D_{VR}[h] = D_{in}[h]D_a[h]D_b[h], \quad (14)$$

где $D_{in}[h]$, $D_a[h]$ и $D_b[h]$ – составляющие регуляризованного детерминанта.

Эти составляющие определяются формулами (11) и (4), произведения в которых берутся по всем компонентам импульсов, находящихся в соответствующих частях области импульсов: внутренней (in), угловых (a) и боковых (b) частях. Вследствие симметрии принятых частей области импульсов каждая составляющая детерминанта в (14) удовлетворяет свойствам симметрии в (7), но не удовлетворяет свойству периодичности.

Рассмотрим вначале составляющую детерминанта $D_{in}[h]$. Дифференцируя выражение для $\ln D_{in}[h]$ по h_μ и h_ν с учетом (11) и (4), получим выражения для регуляризованных решеточных диаграмм взаимодействий второго и более порядков. Аналитические оценки этих выражений выполнены нами аналогично оценкам (10) в данной внутренней части области импульсов при $|h_\mu| \leq 1/2$. При этом были использованы свойства симметрии в (7), а также учтены условия (12) и (13) для массы M трех полей PV. В результате получим следующее асимптотическое выражение

$$D_{in}[h] = D_{vc}[h](1 + O(1/MN) + O(M^4N)). \quad (15)$$

Для последующих оценок составляющих $D_a[h]$ и $D_b[h]$ мы, пренебрегая осцилляциями, аппроксимируем зависимость ковариантной производной $B_\mu(p, h)$ от переменной $\xi_\mu = (p_\mu - h_\mu - 1/2)/N$ следующими тремя прямыми отрезками (рис. 1):

$$\frac{B_\mu(p, h)}{2\pi} = \begin{cases} \xi_\mu, & |\xi_\mu| \leq \frac{1}{2} - \frac{1}{2N}, \\ -(N-1)(\xi_\mu - 1/2), & \frac{1}{2} - \frac{1}{2N} \leq \xi_\mu \leq \frac{1}{2}, \\ -(N-1)(\xi_\mu + 1/2), & -\frac{1}{2} \leq \xi_\mu \leq -\frac{1}{2} + \frac{1}{2N}. \end{cases} \quad (16)$$

Оценим составляющую детерминанта $D_a[h]$ в области однородного поля $|h_\mu| \leq 1/2$. Подставим аппроксимацию (16) в формулу (11), в которой произведение возьмем по импульсам в четырех угловых частях области импульсов. В результате получим

$$D_a[h] = \frac{[(1/2 - |h|)^2 + 2(M/2\pi)^2] (1/2 - |h|)^2}{[(1/2 - |h|)^2 + (M/2\pi)^2]^2} \times (1 + O(1/N) + O(M^4)),$$

где обозначено $(1/2 - |h|)^2 = (1/2 - |h_1|)^2 + (1/2 - |h_2|)^2$. При условии $(1/2 - |h|)^2 \gg M^2$ полученная оценочная формула для $D_a[h]$ приобретает вид

$$D_a[h] = 1 + O\left(\frac{1}{N}\right) + O\left(\frac{M^4}{[(1/2 - |h|)^2]^2}\right). \quad (17)$$

Рассмотрим теперь составляющую детерминанта $D_b[h]$ в области $|h_\mu| \leq 1/2$. Используя аппроксимацию (16), представим выражение (11) для $D_b[h]$ в виде экспоненты от суммы величин вида $\ln[B^2(p, h) + M^2]$, где суммирование выполним по импульсам на четырех граничных сторонах области импульсов. Перейдем от суммирования по компонентам p_μ к интегрированию по переменным $\xi_\mu = (p_\mu - h_\mu - 1/2)/N$ в пределах от $-1/2$ до $1/2$, где $\mu = 1, 2$. Учтем также условия (12) и (13) для PV масс. В результате получим оценку в виде

$$D_b[h] = \prod_{\mu=1}^2 \frac{H[|h_\mu|, M\sqrt{2}]H[|h_\mu|, 0]}{H^2[|h_\mu|, M]} \times (1 + O(1/N) + O(M^4N)).$$

Здесь обозначено

$$H[|h_\mu|, M] = \exp\{2\pi N \sqrt{(1/2 - |h_\mu|)^2 + (M/2\pi)^2}\}.$$

При условиях $1/2 - |h_\mu| \gg M$, где $\mu = 1, 2$, полученная оценочная формула для $D_b[h]$ приобретает вид

$$D_b[h] = \exp\left\{-\frac{M^4 N}{32\pi^3} [(1/2 - |h_1|)^{-3} + (1/2 - |h_2|)^{-3}]\right\} \times (1 + O(1/N) + O(M^4N)). \quad (18)$$

В большей части рассматриваемой области внешнего однородного поля, для которой

$1/2 - |h_\mu| \gg (M^4 N)^{1/3}$, из (14) с учетом (15), (17) и (18) получим следующую оценку значений регуляризованного детерминанта:

$$D_{VR}[h] = D_{VC}[h](1 + O(1/MN) + O(M^4 N)).$$

Из данной оценки следует, что согласие решеточного детерминанта векторной модели SLAC-фермионы с детерминантом непрерывной теории на торе обеспечивается при массе M PV полей в диапазоне $1/N \ll M \ll 1/N^{1/4}$. Этот аналитический диапазон согласуется с диапазоном M для согласия теорий, полученный при численном исследовании детерминанта $D_{VR}[h]$ (см. п. 2.2 и рис. 3): $M_1 \leq M \leq M_2$, где $M_1 \sim N^{-0.9}$ и $M_2 \sim 1/\sqrt{N}$.

В очень малой части рассматриваемой области внешнего однородного поля, для которой $1/2 - |h_\mu| \lesssim (M^4 N)^{1/3}$, происходит согласно (18) резкое уменьшение составляющей $D_b[h]$. Следовательно, с учетом (14), (15), (17) и (18), в этой области регуляризованный решеточный детерминант $D_{VR}[h]$ отличается от непрерывного детерминанта $D_{VC}[h]$. Такое несогласие теорий из-за резкого уменьшения составляющей $D_b[h]$ в узкой части области внешнего поля вблизи $|h_\mu| = 1/2$ подтверждено также численным исследованием (рис. 4).

Найдем значение поля срыва h_2^* , начиная с которого при $|h_2| \rightarrow 1/2$ в случае $1/2 - |h_1| \gg (M^4 N)^{1/3}$ детерминант $D_{VR}[h]$ существенно отличается от $D_{VC}[h]$ так, что $D_{VR}[h]/D_{VC}[h] \leq \xi$, где $\xi < 1$. Это неравенство с учетом (14), (15), (17) и (18) приводит к следующему соотношению:

$$|h_2| \geq h_2^* = \frac{1}{2} - \left(\frac{M^4 N}{32\pi^3 \ln \xi^{-1}} \right)^{1/3}. \quad (19)$$

В пределе $N \rightarrow \infty$ при указанном выше диапазоне массы M значение поля срыва h_2^* стремится к $1/2$, и векторная регуляризованная модель SLAC-фермионы согласуется с непрерывной теорией на торе во всем диапазоне значений поля h_μ . Полученные аналитические результаты находятся в хорошем согласии с данными численного исследования, приведенными на рис. 4.

Таким образом, введение регуляризации PV в действие векторной U(1) модели SLAC-фермионы на двумерной конечной решетке устраняет эффекты нелокальности во всей области внешнего однородного поля, кроме узкой области вблизи $|h_\mu| = 1/2$, и приводит к согласию решеточной и непрерывной теорий. При этом наименьшее число полей PV, необходимое для такой регуляризации, равно трем. В узкой области внешнего поля вбли-

зи $|h_\mu| = 1/2$ решеточная теория не согласуется с непрерывной из-за вклада импульсов на боковых сторонах всей области импульсов. При $N \rightarrow \infty$ эта узкая область несоответствия теорий исчезает.

2. Киральная модель SLAC-фермионы

2.1. Аргументы детерминантов положительно-киральной и 1112 моделей в однородном поле

Исследуем возможность использования теории SLAC-фермионы на конечной решетке для двумерных киральных U(1) моделей. Так как действие киральной модели SLAC-фермионы является калибровочно-инвариантным и поэтому не описывает киральную аномалию (нарушение классической киральной калибровочной симметрии), то эту киральную модель можно использовать только в случае неаномальных теорий. Одной из таких неаномальных теорий является киральная U(1) 1112 модель, состоящая из четырех положительно-киральных фермионов с безразмерным зарядом 1 и одного отрицательно-кирального фермиона с зарядом 2 [11]. В непрерывном пространстве данная модель является неаномальной, поскольку все кирально-неинвариантные выражения для диаграмм второго порядка сокращаются в силу выполнения следующего соотношения для зарядов: $1^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2 = 2^2$.

Фермионный детерминант киральной модели в калибровочном поле общего вида является комплексной величиной. Регуляризация полями PV меняет значение модуля детерминанта, но не изменяет величину его аргумента.

Исследуем аргумент детерминанта $\text{Arg}D_{CS}[h]$ киральной U(1) 1112 модели SLAC-фермионы на двумерной конечной решетке в однородном внешнем калибровочном поле с потенциалом по (3). Аргумент детерминанта $\text{Arg}D_{CS}[h]$ этой модели на решетке так же, как и в соответствующей непрерывной теории на торе, является суммой аргументов детерминантов четырех положительно-киральных фермионов с зарядом 1 и одного отрицательно-кирального фермиона с зарядом 2

$\text{Arg}D_{CS}[h] = 4\text{Arg}D_{+S}[h] - \text{Arg}D_{+S}[2h] \text{ mod } 2\pi$, (20)
где $\text{Arg}D_{+S}[h]$ – аргумент детерминанта положительно-киральной U(1) модели SLAC-фермионы без регуляризации PV для фермиона с зарядом 1.

Из (20) видно, что согласие аргументов детерминантов решеточной и непрерывной

U(1) 11112 моделей обеспечивается согласием аргументов детерминантов решеточной и непрерывной положительно-киральных U(1) моделей. Поэтому рассмотрим аргумент детерминанта $\text{Arg}D_{+S}[h]$ в однородном внешнем поле.

Действие S_{+S} положительно-киральной U(1) модели SLAC-фермионы определяется формулой (1), в которой матрицы γ_μ заменены на $\gamma_\mu P_+$. Здесь P_+ , а также P_- в последующих исследованиях – положительно- и отрицательно-киральные проекторы

$$P_\pm = \frac{1}{2}(1 \pm \gamma_3), \gamma_3 = -i\gamma_1\gamma_2.$$

Подставляя потенциал однородного поля (3) в соотношение (1) для S_{+S} и выполняя операции, аналогичные преобразованиям в п. 2.1 при выводе формулы (4), получим следующее выражение для комплексного фермионного детерминанта положительно-киральной U(1) модели SLAC-фермионы в однородном поле

$$D_{+S}[h] = \prod_{p=-N/2+1}^{N/2} \frac{B_1(p, h) + iB_2(p, h)}{B_1(p, 0) + iB_2(p, 0)}, \quad (21)$$

где $B_\mu(p, h)$ – ковариантная фермионная SLAC-производная в импульсном пространстве по (5); произведение в (21) выполнено по всем двумерным импульсам с целочисленными компонентами p_μ от $-N/2+1$ до $N/2$; $\mu = 1, 2$.

Соответствующее выражение для фермионного детерминанта положительно-киральной непрерывной теории на двумерном торе во внешнем однородном поле [10, 11] имеет вид

$$D_{+C}[h] = e^{i\pi h_2(h_1 + ih_2)} \prod_{n=1}^{\infty} F[n, h]F[n, -h], \quad (22)$$

где величина $F[n, h]$ определена в (6).

Детерминанты (21) и (22) удовлетворяют следующим свойствам симметрии

$$D_+[h_1, h_2] = D_+^*[h_2, h_1] = D_+^*[-h_1, h_2].$$

Вследствие киральной калибровочной инвариантности решеточной положительно-киральной модели SLAC-фермионы, ее детерминант (21) периодичен по h_μ

$$D_{+S}[h_1, h_2] = D_{+S}[h_1 + n_1, h_2 + n_2], n_1, n_2 = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Непрерывная положительно-киральная теория, в отличие от решеточной модели SLAC-фермионы, не обладает указанным свойством киральной инвариантности. Но детерминант $D_{+C}[h]$ этой непрерывной теории удовлетворяет свойству в виде [11]

$$D_{+C}[h_1 + n_1, h_2 + n_2] = (-1)^{n_1 n_2} e^{i\pi(n_1 h_2 - n_2 h_1)} D_{+C}[h_1, h_2].$$

Из данных свойств детерминантов решеточной и непрерывной моделей следует, что

согласие аргументов этих детерминантов в однородном поле h_μ возможно лишь в области $|h_\mu| \leq 1/2$. Если в этой области h_μ имеется согласие аргументов детерминантов положительно-киральных решеточной и непрерывной моделей, то в силу калибровочной симметрии 11112 решеточной и непрерывной моделей будет обеспечено согласие аргументов детерминантов данных 11112 моделей. При последующем исследовании аргументов детерминантов положительно-киральных моделей в однородном поле, в силу указанных свойств, достаточно рассмотреть поля в области $0 \leq |h_\mu| \leq 1/2$; $\mu = 1, 2$.

Нами по формулам (21) и (22) были выполнены расчеты значений аргументов детерминантов $\text{Arg}D_{+S}[h]$ и $\text{Arg}D_{+C}[h]$ в указанной области однородного поля. Результаты расчетов при $h_1 = 0,4$ даны на рис. 6. Видно, что во всей области $0 \leq h_2 \leq 1/2$ зависимость $\text{Arg}D_{+S}$ от h_2 (кривые 2) существенно отличается от зависимости $\text{Arg}D_{+C}$ от h_2 (кривые 1).

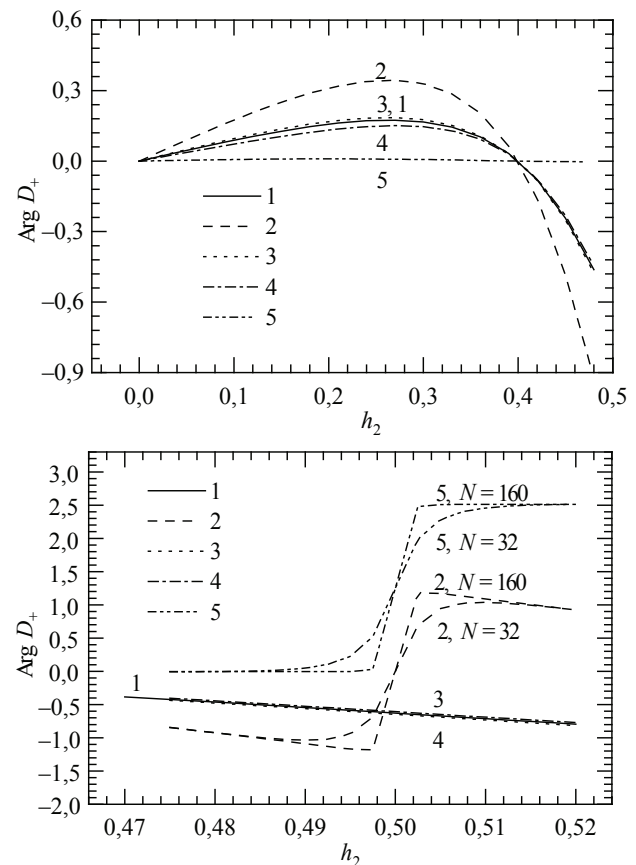


Рис. 6. Аргументы детерминантов $\text{Arg}D_+$ положительно-киральных U(1) двумерных моделей в зависимости от однородного поля h_2 при $h_1 = 0,4$: 1 – $\text{Arg}D_{+C}$ на торе по (22); 2, 3, 4, 5 – для модели SLAC-фермионы на решетке по (21) при $N = 32$ и 160: 2 – $\text{Arg}D_{+S}$, 3 – $\text{Arg}D_{+in}$, 4 – $\text{Arg}D_{+a}$, 5 – $\text{Arg}D_{+b}$.

На этом же рисунке приведены также зависимости от h_2 трех составляющих $\text{Arg}D_{+in}$, $\text{Arg}D_{+a}$, $\text{Arg}D_{+b}$ величины $\text{Arg}D_{+S}$, которые были рассчитаны по (21) с произведениями, взятыми по импульсам во внутренней (in), угловых (a) и боковых (b) частях всей двумерной области импульсов (см. п. 2.3 и рис. 5). Для данных составляющих справедливо, согласно (21), соотношение

$$\text{Arg}D_{+S}[h] = \text{Arg}D_{+in}[h] + \text{Arg}D_{+a}[h] + \text{Arg}D_{+b}[h] \bmod 2\pi.$$

Оказалось, что в области однородного поля $0 \leq h_2 \leq 1/2 - \varepsilon(N)$, где $\varepsilon(32) = 0,14$ и $\varepsilon(160) = 0,02$, выполняются следующие соотношения

$$\text{Arg}D_{+in} \approx \text{Arg}D_{+a} \approx \text{Arg}D_{+c}, |\text{Arg}D_{+b}| \ll |\text{Arg}D_{+c}|.$$

В указанной области однородного поля вклад в $\text{Arg}D_{+S}[h]$ больших импульсов в угловых частях всей области импульсов (кривая 4) примерно равен вкладу импульсов во внутренней части (кривая 3), а вклад больших импульсов в боковых частях отсутствует (кривая 5). Поэтому величина $\text{Arg}D_{+S}[h]$ (кривая 2) в два раза превышает соответствующее непрерывное значение (кривая 1)

$$\text{Arg}D_{+S}[h] \approx 2\text{Arg}D_{+C}[h]. \quad (23)$$

В области $1/2 - \varepsilon(N) \leq h_2 \leq 1/2$ кривые 3 и 4 для $\text{Arg}D_{+in}$ и $\text{Arg}D_{+a}$ практически совпадают между собой и с кривой 1 для $\text{Arg}D_{+C}$ непрерывной теории. В этой области кривые 2 для $\text{Arg}D_{+S}$ с разными N отходят друг от друга за счет расхождения кривых 5 для $\text{Arg}D_{+b}$. Из-за вклада больших импульсов в боковых частях области импульсов (кривые 5) значения $\text{Arg}D_{+S}$ резко изменяются (кривые 2) и соотношение (23) не выполняется. При $N \rightarrow \infty$ величина $\varepsilon(N) \rightarrow 0$.

Из соотношения (20) и установленного выше отличия аргументов детерминантов решеточной и непрерывной положительно-киральные $U(1)$ моделей следует, что аргумент детерминанта $\text{Arg}D_{CS}[h]$ киральной неаномальной $U(1)$ 11112 модели SLAC-фермионы на двумерной конечной решетке в однородном внешнем калибровочном поле отличается от соответствующей величины $\text{Arg}D_{CC}[h]$ непрерывной теории на двумерном торе. Это отличие вызвано нелокальностью модели SLAC-фермионы, в связи с чем в однородном поле появляется нефизический вклад в величину $\text{Arg}D_{+S}[h]$ и, следовательно, в $\text{Arg}D_{CS}[h]$ больших импульсов с угловых частей всей области фермионного импульса. Регуляризация 11112 модели SLAC-фермионы полями PV, как сказано выше, не изменит данного отличия решеточной и непрерывной моделей.

2.2. Детерминант регуляризованной 1112 модели в неоднородном поле

Продолжим исследование киральной неаномальной $U(1)$ 11112 модели SLAC-фермионы на двумерной конечной решетке, но теперь в неоднородном внешнем калибровочном поле с постоянным двумерным импульсом [12].

Действие киральной 1112 модели SLAC-фермионы с регуляризацией PV в определяется выражением [8]

$$S_{CR} = S_{CS} + S_{PV}, \quad (24)$$

где S_{CS} – действие киральной модели SLAC-фермионы без регуляризации;

S_{PV} – действие поля PV

$$S_{CS} = \sum_{l=1}^4 \sum_{x,y,\mu} \bar{\psi}_{+l,x} \gamma_\mu P_+ D_\mu(x-y) \text{Pexp} \left[i \sum_{z_\mu=x_\mu}^{y_\mu} A_{z,\mu} \right] \psi_{+l,y} + \sum_{x,y,\mu} \bar{\psi}_{-x} \gamma_\mu P_- D_\mu(x-y) \left(\text{Pexp} \left[i \sum_{z_\mu=x_\mu}^{y_\mu} A_{z,\mu} \right] \right)^2 \psi_{-y},$$

$$S_{PV} = \sum_{x,y,\mu} \bar{\phi}_x \gamma_\mu D_\mu(x-y) \left(\text{Pexp} \left[i \sum_{z_\mu=x_\mu}^{y_\mu} A_{z,\mu} \right] \right)^2 \phi_y + \sum_x M \bar{\phi}_x \phi_x.$$

Здесь $\psi_{+l,x}$ – физическое векторное фермионное поле для положительно-кирального фермиона с зарядом 1, $l = 1,2,3,4$; ψ_{-x} – физическое векторное фермионное поле для отрицательно-кирального фермиона с зарядом 2; массы этих полей $m_0 = 0$; P_+ и P_- – положительно- и отрицательно-киральные проекторы (п. 3.1);

$$\text{Pexp} \left[i \sum_{z_\mu=x_\mu}^{y_\mu} A_{z,\mu} \right] - P\text{-экспонента,}$$

определенная в (1); $D_\mu(x)$ – фермионная SLAC-производная в координатном пространстве по (2); ϕ_x – бозонное поле PV с зарядом 2 и массой M . Поля $\psi_{+l,x}$, ψ_{-x} и ϕ_x удовлетворяют антипериодическим граничным условиям (п. 2.1).

Нами выбрано только одно бозонное поле PV ϕ_x . Если в результате нашего рассмотрения выяснится несогласие регуляризованного одним полем PV решеточного и непрерывного детерминантов, то мы продолжим исследование решеточной модели с бо́льшим числом полей PV, как в пп. 2.2 и 2.3.

Потенциал неоднородного внешнего калибровочного поля с постоянным двумерным импульсом k имеет вид

$$A_{x,\mu} = \frac{2\pi}{N} h_\mu \cos \frac{2\pi}{N} (kx + k_\mu/2), \quad (25)$$

где h_μ – вещественные величины, не зависящие от узлов решетки; $kx = k_1x_1 + k_2x_2$; x_μ и k_μ

принимают целочисленные значения x_μ , $k_\mu = -N/2+1, \dots, N/2$; $\mu = 1, 2$; $k_1^2+k_2^2 \neq 0$.

Подставляя потенциал (25) в действие (24) и используя представление матриц γ_μ , как в п. 2.1, получим следующее выражение для детерминанта киральной решеточной регуляризованной 11112 модели SLAC-фермионы в данном неоднородном поле

$$D_{CR}[h,k] = D_{CS}[h,k] D_{PV}[h,k], \quad (26)$$

где $D_{CS}[h,k]$ и $D_{PV}[h,k]$ – нормированные на 1 при $h_1 = h_2 = 0$ решеточные нерегуляризованный детерминант и детерминант PV поля в неоднородном калибровочном поле. Эти детерминанты в случае калибровочного поля U общего вида выражаются как

$$D_{CS} = (\det B[U]B^{-1}[1])^4 (\det B[U^2]B^{-1}[1])^*, \quad (27)$$

$$D_{PV} = \det (B^+[U^2]B[U^2] + M^2)^{-1} \times (B^+[1]B[1] + M^2). \quad (28)$$

Здесь $B[U]$ – комплексная матрица в координатном пространстве, определяемая формулой

$$B_{xy}[U] = D_1(x-y)P \exp \left[i \sum_{z_1=x_1}^{y_1} A_{z,1} \right] + iD_2(x-y)P \exp \left[i \sum_{z_2=x_2}^{y_2} A_{z,2} \right],$$

где фермионная SLAC-производная $D_\mu(x-y)$ после преобразований приводится к виду

$$D_\mu(x-y) = \delta_{x_3-\mu^j y_3-\mu} \left(1 - \delta_{x_\mu y_\mu} \right) \frac{\pi(-1)^{x_\mu - y_\mu}}{N \sin \frac{\pi(x_\mu - y_\mu)}{N}}; \mu = 1, 2.$$

В формулах (27) и (28) величина $B[U^2]$ – матрица $B[U]$ в калибровочном поле вида $U_{x,\mu}^2 = \exp(2iA_{x,\mu})$; $B[1]$ – матрица $B[U]$ в калибровочном поле $U_{x,\mu} = 1$ для всех x и μ ; символ \dagger означает операцию эрмитова сопряжения по всем координатам x .

Значения решеточного детерминанта (26) будем сравнивать в пределе $N \rightarrow \infty$ со значениями соответствующего детерминанта непрерывной 11112 модели на двумерном торе. Выражение для непрерывного детерминанта имеет вид [9, 12]

$$D_{CC}[h,k] = \exp \left\{ -4\pi \frac{(k_1 h_2 - k_2 h_1)^2}{k_1^2 + k_2^2} \right\}, \quad (29)$$

причем $k_1^2+k_2^2 \neq 0$. Особенностью данного непрерывного детерминанта является его вещественность, т.е. $\text{Arg}D_{CC}[h,k] = 0$.

Рассмотрим вопрос о возможности согласия детерминантов решеточной регуляризованной и непрерывной киральных 11112 моделей в неоднородном поле (25) с компонентами импульса

$k_\mu \neq 0$, $\mu = 1, 2$. Используя метод работы А. Славнова [8], мы выполнили аналитические оценки выражений решеточных и непрерывных однопетлевых фермионных диаграмм, дающих вклад в детерминанты. В результате установлено, что вследствие калибровочной инвариантности модели SLAC-фермионы выражения решеточных диаграмм второго и более порядков для аргумента детерминанта $\text{Arg}D_{CR}[h,k]$ и $\text{Arg}D_{CS}[h,k]$ отличаются от выражений соответствующих непрерывных диаграмм, равных нулю согласно (29), на величины порядка $1/N$. То есть в пределе $N \rightarrow \infty$

$$\text{Arg}D_{CR}[h,k] = \text{Arg}D_{CS}[h,k] \rightarrow \text{Arg}D_{CC}[h,k] = 0.$$

Значения $\ln|D_{CR}[h,k]|$ и $\ln|D_{CC}[h,k]|$ регуляризованной решеточной и непрерывной 11112 моделей равны суммам значений соответствующих диаграмм взаимодействий второго, третьего и более порядков. По нашим оценкам, при $k_\mu \neq 0$, где $\mu = 1, 2$, вследствие калибровочной инвариантности выражения для решеточных регуляризованных диаграмм третьего и более порядков отличаются от соответствующих диаграмм непрерывной теории, равных нулю согласно (29), на величины порядка $1/N$ и $1/MN$. Остается исследовать возможность согласия диаграмм второго порядка, которые пропорциональны поляризаационным операторам $\Pi_{\mu\nu}^{CR}(k)$ и $\Pi_{\mu\nu}^{CC}(k)$. Эти операторы определяются по формуле

$$\Pi_{\mu\nu}(k) = - \frac{\partial^2}{\partial h_\mu \partial h_\nu} \ln |D_C[h,k]| \Big|_{h=0}, \quad (30)$$

где $\Pi_{\mu\nu}(k) = \Pi_{\mu\nu}^{CR}(k)$ или $\Pi_{\mu\nu}^{CC}(k)$ при $D_C[h,k] = D_{CR}[h,k]$ или $D_{CC}[h,k]$, соответственно.

Подставляя выражение для решеточного детерминанта (26) в формулу (30) и дифференцируя по h_μ и h_ν с учетом (27) и (28), получим следующее выражение для поляризаационного оператора регуляризованной 11112 модели SLAC-фермионы

$$\Pi_{\mu\nu}^{CR}(k) = 4 \sum_{p=-N/2+1}^{N/2} \left\{ V_\mu^{(1)}(p,k) V_\nu^{(1)}(p,k) \times [G_{\mu\nu}(p,k) + \delta_{\mu\nu} H(p,k)] - \delta_{\mu\nu} K_\mu(p) \right\}, \quad (31)$$

где обозначено

$$V_\mu^{(1)}(p,k) = \frac{P_\mu(p+k) - P_\mu(p)}{\frac{N}{\pi} \sin \frac{\pi k_\mu}{N}},$$

$$G_{\mu\nu}(p,k) = [P_\mu(p+k) P_\nu(p) +$$

$$+ P_\mu(p) P_\nu(p+k) - \delta_{\mu\nu} \times \sum_{\lambda=1}^2 P_\lambda(p+k) P_\lambda(p)] \times$$

$$\times [L_0(p) L_0(p+k) - L_M(p) L_M(p+k)],$$

$$H(p,k) = M^2 L_M(p) L_M(p+k),$$

$$K_\mu(p) = V_\mu^{(2)}(p, k) P_\mu(p) [L_0(p) - L_M(p)],$$

$$L_0(p) = \left[\sum_{\lambda=1}^2 P_\lambda^2(p) \right]^{-1}, L_M(p) = [L_0^{-1}(p) + M^2]^{-1},$$

$$V_\mu^{(2)}(p, k) = \frac{P_\mu(p+k) + P_\mu(p-k) - 2P_\mu(p)}{\left(\frac{N}{\pi} \sin \frac{\pi k_\mu}{N} \right)^2}.$$

Здесь величина $P_\mu(p)$ определена в (2); $B_\mu(p, h)$ – по (5); символ ‘ \prime ’ означает операцию дифференцирования по h_μ ; M – масса PV поля; $\delta_{k,0} = \delta_{k_1,0} \delta_{k_2,0}$; в (31) суммирование выполняется по целочисленным компонентам импульса p_μ от $-N/2+1$ до $N/2$; $\mu = 1, 2$.

Далее, из (30) с учетом (29) находим выражение для поляризационного оператора непрерывной 11112 модели

$$\Pi_{\mu\nu}^{CC}(k) = 8\pi \left(\delta_{\mu\nu} - \frac{k_\mu k_\nu}{k_1^2 + k_2^2} \right). \quad (32)$$

Оценки выражения (31) с учетом формулы (32) показывают, что при $k_\mu \neq 0$, где $\mu = 1, 2$, справедливо следующее асимптотическое соотношение

$$\Pi_{\mu\nu}^{CR}(k) = \Pi_{\mu\nu}^{CC}(k) + O(M^2 \ln^2 N) + O\left(\frac{1}{MN}\right).$$

В соответствии с этим соотношением, для согласия при $N \rightarrow \infty$ поляризационных операторов $\Pi_{\mu\nu}^{CR}(k)$ и $\Pi_{\mu\nu}^{CC}(k)$, а значит, для согласия решеточного и непрерывного детерминантов необходимо выполнение для PV массы M условия в виде $1/N \ll M \ll \ll 1/\ln N$.

Нами были выполнены численные расчеты величин $\text{Arg}D_{CR}[h, k]$ и $|D_{CR}[h, k]|$ регуляризованной киральной U(1) 11112 модели SLAC-фермионы на решетке во внешнем неоднородном поле вида (25) с $h_1 = 0, 2$, $h_2 = 0, 4$ и $k_1 = k_2 = 1$ при числах узлов $N = 8, 12, 16, 20$ и 24 . Одно указанное значение калибровочного поля и числа $N \leq 24$ взяты в связи со значительным усложнением и большой продолжительностью компьютерных расчетов. Это вызвано невозможностью простой аналитической диагонализации матрицы $B[U]$ в формулах (27) и (28) для рассматриваемого внешнего поля.

Каждое значение $|D_{CR}[h, k]|$ вычислено при таком значении регуляризующей PV массы $M = M_0(N, k)$, для которого величина

$$\sum_{\mu=1}^2 \Pi_{\mu\mu}^{CR}(k)$$

меньше всего отличается от значения

$$\sum_{\mu=1}^2 \Pi_{\mu\mu}^{CC}(k),$$

равного 8π согласно (32). Зависимость M_0 от N при $k_1 = k_2 = 1$ имеет вид $M_0 \sim N^{-0,28}$. Эта зависимость удовлетворяет указанному выше условию для PV массы, при котором согласуются поляризационные операторы и, следовательно, детерминанты регуляризованной решеточной и непрерывной 11112 моделей в случае неоднородного внешнего калибровочного поля.

Результаты численных расчетов значений $\text{Arg}D_{CR}$ и $|D_{CR}|$ показывают, что в пределе $N \rightarrow \infty$ данные решеточные величины стремятся к соответствующим непрерывным значениям $\text{Arg}D_{CC}$ и $|D_{CC}|$.

Заключение

В данной работе рассмотрены фермионные детерминанты векторной и киральной U(1) моделей SLAC-фермионы с регуляризацией по Паули – Вилларсу на двумерной конечной решетке. Доказано аналитически и численными расчетами, что введение такой регуляризации в действия моделей устраняет эффекты нелокальности как векторной модели в однородном внешнем калибровочном поле при трех регуляризующих полях, так и киральной неаномальной 11112 модели в неоднородном внешнем поле при одном регуляризующем поле. В пределе бесконечного числа узлов решетки значения фермионных детерминантов этих решеточных регуляризованных моделей в указанных калибровочных полях совпадают со значениями детерминантов непрерывных теорий на двумерном торе.

Однако нелокальность 11112 модели SLAC-фермионы в однородном внешнем поле регуляризацией не устраняется вследствие нефизического вклада больших компонентов фермионного импульса в угловых частях всей области его компонентов. В связи с этим аргумент детерминанта данной киральной регуляризованной модели в однородном поле не согласуется с соответствующей величиной непрерывной теории.

Полученные результаты целесообразно использовать при исследованиях моделей фермионов методом решетки.

Автор выражает благодарность за плодотворные дискуссии кандидатам физ.-мат. наук В.Г. Борнякову и С.В. Зенкину. Особую благодарность автор выражает за полезные обсуждения и активную поддержку академику РАН А.А. Сланову.

Библиографический список

1. Зверев, Н.В. Нелокальные решеточные модели фермионов на двумерном торе / Н.В. Зверев, А.А. Славнов // Теор. Мат. Физ. – 1998. – Т. 115. – С. 93–105.
2. Славнов, А.А. Введение в квантовую теорию калибровочных полей / А.А. Славнов, Л.Д. Фаддеев. – М.: Наука, 1988. – 272 с.
3. Nielsen H.B. and Ninomiya M. A no-go theorem for regularizing chiral fermions // Phys. Lett. B. 1981. V. 105. P. 219–223.
4. Wilson K.G. Confinement of quarks // Phys. Rev. D. 1974. V. 10. P. 2445–2459.
5. Drell S., Weinstein M. and Yankielowicz S. Strong-coupling field theory: Fermions and gauge fields on a lattice // Phys. Rev. D. 1976. V. 14. P. 1627–1647.
6. Karsten L. and Smit J. Axial symmetry in lattice theories // Nucl. Phys. B. 1978. V. 144. P. 536–546.
7. Karsten L. and Smit J. The vacuum polarization with SLAC lattice fermions // Phys. Lett. B. 1979. V. 85. P. 100–102.
8. Slavnov A.A. A proposal for chiral fermions on the lattice // Nucl. Phys. Proc. Suppl. 1995. V. 42. P. 166–170.
9. Schwinger J. Gauge invariance and mass // Phys. Rev. 1962. V. 128. P. 2425–2429.
10. Alvarez-Gaume L., Moore G.W. and Vafa C. Theta functions, modular invariance and strings // Comm. Math. Phys. 1986. V. 106. P. 1–40.
11. Narayanan R. and Neuberger H. Anomaly free U(1) chiral gauge theories on a two dimensional torus // Nucl. Phys. B. 1996. V. 477. P. 521–548.
12. Narayanan R. and Neuberger H. A construction of lattice chiral gauge theories // Nucl. Phys. B. 1995. V. 443. P. 305–385.

ОДНОРОДНЫЕ СОСТАВЛЯЮЩИЕ ПОЛЯ И ФЕРМИОННЫЕ ФУНКЦИИ В КУЛОНОВСКОЙ ФАЗЕ U(1) МОДЕЛИ НА ЧЕТЫРЕХМЕРНОЙ РЕШЕТКЕ

Н.В. ЗВЕРЕВ, *доц. каф. физики МГУЛа, канд. физ.-мат. наук*

Одной из основных задач вычислительной математики и математической физики применительно к квантовой теории поля является численное исследование математических проблем, возникающих при изучении математических моделей элементарных частиц. Для исследования моделей частиц вне рамок теории возмущений К. Вильсоном [2] предложен эффективный математический подход – метод решетки. В этом методе непрерывное пространство-время аппроксимируют дискретной совокупностью точек, а полевые и корреляционные функции модели зависят от координат этих дискретных точек – узлов решетки.

При исследовании методом решетки свойств элементарных частиц часто применяют модель по К. Вильсону на четырехмерной решетке, построенную на калибровочной группе U(1) [2, 3]. Частицы по данной модели имеют различные свойства в разных областях ее параметров [3, 4, 5]. Такие области называют фазами. В квантовой электродинамике эту U(1) модель на решетке рассматривают в области Кулоновской фазы, в которой потенциал взаимодействия статических заряженных частиц имеет Кулоновский вид [3]. Для правильного описания свойств частиц в пределе нулевого шага решетки параметры U(1) модели следует выбирать вблизи линий раздела фаз [1]. На этих линиях решеточные корреляционные функции имеют определенные сингулярные свойства, а получаемые с помощью этих функций массы и энергии частиц в единицах шага решетки равны нулю.

Однако при численном исследовании U(1) модели в Кулоновской фазе было обнаружено [7, 8], что некоторые зависящие от калибровки корреляционные функции неверно описывают свойства как фотонов, так и несоставных фермионов. В работах [9, 10] было показано, что причиной неверного описания свойств фотонов фотонным коррелятором является влияние однородных составляющих калибровочного поля на решетке. В то же время осталась невыясненной актуальная и представляющая математический интерес проблема влияния этих однородных составляющих поля на другие важные корреляционные функции, прежде всего на фермионные корреляционные функции.

Целью данной работы является исследование влияния однородных составляющих калибровочного поля на фермионные корреляционные функции в Кулоновской фазе U(1) модели по К. Вильсону на четырехмерной конечной решетке. Из фермионных корреляционных функций ниже рассмотрены фермионный коррелятор, «пионная» норма и скалярный конденсат. Эти функции используют для вычисления характеристик частиц и для нахождения линий раздела фаз модели [4, 5, 7].

1. U(1) модель по Вильсону на решетке

Действие $S[U, \psi, \bar{\psi}]$ U(1) модели по Вильсону на четырехмерной конечной решетке состоит, согласно [2], из суммы действия компактного калибровочного поля $S_C[U]$ и действия фермио-

нов по К. Вильсону $S_F[U, \psi, \bar{\psi}]$. Эти действия определены формулами

$$S_G[U] = \beta \sum_{\substack{x, \mu, \nu \\ \mu < \nu}} \text{Re} \left(1 - U_{x, \mu} U_{x+\mu, \nu} U_{x+\nu, \mu}^* U_{x, \nu}^* \right)$$

$$S_F[U, \psi, \bar{\psi}] = \sum_{f=1}^{N_f} \sum_{x, y} \bar{\psi}_x^f M[U]_{xy} \psi_y^f.$$

Здесь $U_{x, \mu} = \exp(iA_{x, \mu})$ – решеточное калибровочное поле; $A_{x, \mu}$ – вещественный потенциал калибровочного поля в интервале $(-\pi, \pi]$; $\beta = 1/e_0^2$ – обратный квадрат затравочного заряда; ψ_x^f и $\bar{\psi}_x^f$ – фермионные поля, являющиеся антикоммутирующими переменными; $M[U]$ – фермионная матрица

$$M[U]_{xy} = \delta_{xy} - \kappa \sum_{\mu} \left\{ \begin{array}{l} (1 - \gamma_{\mu}) U_{x, \mu} \delta_{x+\mu, y} + \\ + (1 + \gamma_{\mu}) U_{y, \mu}^* \delta_{y+\mu, x} \end{array} \right\};$$

где $\kappa = 1/(8+2m_0)$ – хоппинг-параметр;
 m_0 – затравочная фермионная масса;
 γ_{μ} – эрмитовы матрицы Дирака размером 4×4 ;
 f – индекс поколения фермионов;
 N_f – число поколений фермионов;
 δ_{xy} – символ Кронекера;
 x, y – узлы четырехмерной конечной решетки с целочисленными координатами $n_{\mu} = 0, 1, \dots, N_{\mu}-1$;
 $\mu, \nu = 1, 2, 3, 4$ – направления решетки; $\hat{\mu}$ – единичный вектор в положительном направлении μ ;
 N_{μ} – четное число узлов решетки вдоль направления μ .

Полное число узлов, называемое объемом решетки, равно $V = N_1 N_2 N_3 N_4$. Здесь принята система естественных единиц измерения, в которой квантовая постоянная \hbar , скорость света c и шаг решетки a выбраны равными $\hbar = c = a = 1$.

Для полей на конечной решетке принимают одно из следующих граничных условий (со знаком + или -): $f_{x+\hat{\mu}} = \pm f_x$.

Для поля $U_{x, \mu}^{\nu}$ выбирают периодические граничные условия (знак +) по всем направлениям ν . Для полей ψ_x^f и $\bar{\psi}_x^f$ принимают периодические граничные условия (знак +) по пространственным направлениям $\nu = 1, 2, 3$ и либо периодические, либо антипериодические (знак -) условия по направлению времени $\nu = 4$.

В модели на решетке рассматривают корреляционные функции, усредненные по полям U, ψ и $\bar{\psi}$ с весом $\exp(-S[U, \psi, \bar{\psi}])$ [1, 2, 6]. При этом фермионные корреляционные функции

выражают через элементы обращенной фермионной матрицы $M^{-1}[U]$. После интегрирования только по фермионным полям ψ и $\bar{\psi}$ усреднение производят по калибровочным полям U с весом $\exp(-S_G[U]) \det^{N_f} M[U]$. Такое усреднение называют подходом динамических фермионов [6]. Наряду с данным подходом применяют также приближение статических фермионов, когда пренебрегают вкладом фермионных петель и полагают

$$\det^{N_f} M[U] = \text{const.}$$

Для усреднения калибровочно-неинвариантных корреляционных функций необходимо выполнять фиксацию калибровки поля U , а при вычислении средних значений калибровочно-инвариантных функций такая фиксация не требуется [5].

2. Однородные составляющие калибровочного поля

Потенциал калибровочного поля на конечной решетке имеет Фурье-разложение

$$A_{x, \mu} = \sum_{\tilde{k}} \tilde{A}_{k, \mu} \exp \left\{ 2\pi i \sum_{\mu} k_{\mu} x_{\mu} / N_{\mu} \right\}.$$

Здесь $\tilde{A}_{k, \mu}$ – комплексные коэффициенты разложения, x_{μ} – целочисленные координаты узла решетки x , а k_{μ} – целочисленные проекции импульса k : $x_{\mu}, k_{\mu} = 0, 1, \dots, N_{\mu}-1$.

Видно, что потенциал калибровочного поля $A_{x, \mu}$ состоит из суммы неоднородных по узлам решетки x с оставляющих с ненулевыми импульсами $k \neq 0$ и однородных составляющих ϕ_{μ} с нулевыми импульсами $k = 0$

$$\phi_{\mu} = \frac{1}{V} \sum_{\mu} A_{x, \mu}.$$

Эти однородные составляющие ϕ_{μ} не влияют на действие $S_G[U]$, но влияют на фермионную матрицу $M[U]$. Следовательно, они могут искажать правильное поведение фермионных корреляционных функций.

В работах [9, 10] было показано, что влияние составляющих ϕ_{μ} на фотонный коррелятор приводит к неправильному его поведению. После устранения из поля U только составляющих ϕ_{μ} , т.е. при $\phi_{\mu} = 0$ для всех $\mu = 1, 2, 3, 4$, правильное поведение фотонного коррелятора восстанавливается.

Для устранения однородных составляющих ϕ_{μ} предложен способ калибровки ZML (Zero-Momentum Lorentz) [10]. Этот способ заключается в следующих чередующихся преобразованиях: «вычитаний» ϕ_{μ} из $A_{x, \mu}$ для всех x и μ по формуле

$U_{x,\mu} \rightarrow U_{x,\mu} \exp(-i\phi_\mu)$, и фиксации нелинейной калибровки Лоренца.

Фиксация данной калибровки [11] состоит в последовательных по каждому узлу решетки x и направлению μ преобразованиях поля U

$$U_{x,\mu} \rightarrow g_x U_{x,\mu}, \quad U_{x-\mu,\mu} \rightarrow U_{x-\mu,\mu} g_x^*$$

максимизирующих функционал

$$\frac{1}{4V} \sum_{x,\mu} \text{Re} U_{x,\mu},$$

где g_x – произвольные комплексные числа с модулем $|g_x| = 1$.

3. Фермионный коррелятор и фермионная масса

Фермионный коррелятор используют для вычисления важных характеристик несоставных фермионов, таких как масса фермионной частицы m_f [7]. Этот коррелятор $\Gamma(\tau, U)$ является следующей зависимостью от целочисленного интервала τ координаты времени и от калибровочного поля U

$$\Gamma(\tau, U) = \frac{1}{V} \sum_{x,y} M_{xy}^{-1}[U],$$

где x, y – узлы решетки, $y = (y, x_4 + \tau)$;

$M^{-1}[U]$ – обращенная фермионная матрица.

Нами выбраны для фермионных полей антипериодические граничные условия по направлению времени $v = 4$ и периодические условия по остальным направлениям [12].

Из коррелятора $\Gamma(\tau, U)$, являющегося комплексной матрицей, выделяем вещественную часть $\Gamma_v(\tau, U)$ в виде [12]

$$\Gamma_v(\tau, U) = \frac{1}{4} \text{Re} \text{tr} [\gamma_4 \Gamma(\tau, U)],$$

где след tr взят в пространстве матриц Дирака. Затем находим зависимости от τ эффективных масс $m_{\text{eff}}(\tau)$ по формуле

$$m_{\text{eff}}(\tau) = \exp E(\tau) - 1,$$

где $E(\tau)$ – величина, определяемая как

$$\frac{\text{ch}[E(\tau)(\tau + 1 - N_4/2)]}{\text{ch}[E(\tau)(\tau - N_4/2)]} = \frac{\langle \Gamma_v(\tau + 1) \rangle}{\langle \Gamma_v(\tau) \rangle}.$$

Здесь $\langle \Gamma_v(\tau) \rangle$ обозначает величину $\Gamma_v(\tau, U)$, усредненную по всему бесконечному количеству калибровочных полей U с определенным весом при фиксации калибровки. По полученным зависимостям $m_{\text{eff}}(\tau)$ находим значения m_f как равные $m_{\text{eff}}(\tau)$ на горизонтальных участках данных зависимостей [6].

Нами выполнены численные расчеты зависимостей $\langle \Gamma_v(\tau) \rangle$ и $m_{\text{eff}}(\tau)$ в приближении стати-

ческих фермионов с весом $\exp(-S_G[U])$ в калибровочных полях как с однородными составляющими в калибровке Лоренца (см. п. 3), так и без этих составляющих при их устранении ZML калибровкой [12]. Были выбраны разные значения β и κ в Кулоновской фазе и разные объемы решетки $V = N_s^3 \times N_4$, где $N_1 = N_2 = N_3 = N_s < N_4$.

Для получения калибровочных полей U , распределенных с таким весом, был использован метод «тепловой бани» [1, 6], который является разновидностью статистического метода Монте-Карло. В методе «тепловой бани» последовательно по каждому узлу решетки x и направлению μ генерируют случайные комплексные числа $U_{x,\mu}$ с модулем $|U_{x,\mu}| = 1$, распределенные с весом $\exp\{\text{Re}(U_{x,\mu} F_{x,\mu}^{(G)})\}$, где комплексная величина

$$F_{x,\mu}^{(G)} = -\frac{\partial S_G[U]}{\partial U_{x,\mu}}$$

зависит только от соседних с $U_{x,\mu}$ переменных поля U .

Вычисление средних значений $\langle \Gamma_v(\tau) \rangle$ осуществлялось нами методом «точечных источников» [4, 5]. Этот метод заключается в вычислении для всех возможных значений $s = 1, 2, 3, 4$ «фермионных» векторов $\xi^{(s)} = M^{-1}[U]\eta^{(s)}$, где каждый исходный вектор $\eta^{(s)}$ имеет $4V$ составляющие $\delta_{x_0} \delta_{rs}$. Здесь x_0 – некоторый фиксированный узел решетки; r – индекс элементов матриц Дирака: $r = 1, 2, 3, 4$. Нахождение векторов $\xi^{(s)}$ выполнено методом сопряженных градиентов [6]. Данный метод представляет собой следующую итеративную схему построения векторов x_n , сходящихся к $\xi^{(s)}$

$$x_{n+1} = x_n + \alpha_n g_n, \quad r_n = y - A x_n, \quad \alpha_n = \frac{\|r_n\|^2}{g_n^\dagger A g_n},$$

$$r_{n+1} = r_n - \alpha_n A g_n, \quad \beta_n = \frac{\|r_{n+1}\|^2}{\|r_n\|^2}, \quad g_{n+1} = r_{n+1} + \beta_n g_n.$$

где $n = 0, 1, \dots$; x_n, g_n ;

r_n – комплексные векторы с $4V$ составляющими;

$$g_0 = r_0;$$

$\|a\|$ – модуль вектора a ; символ \dagger обозначает операцию эрмитова сопряжения в пространстве матриц Дирака и в пространстве узлов решетки x .

И наконец, при вычислении средних по полям U значений фермионных корреляционных функций были использованы составляющие полученных векторов $\xi^{(s)}$, а также была учтена инвариантность $U(1)$ модели на решетке относительно дискретных сдвигов.

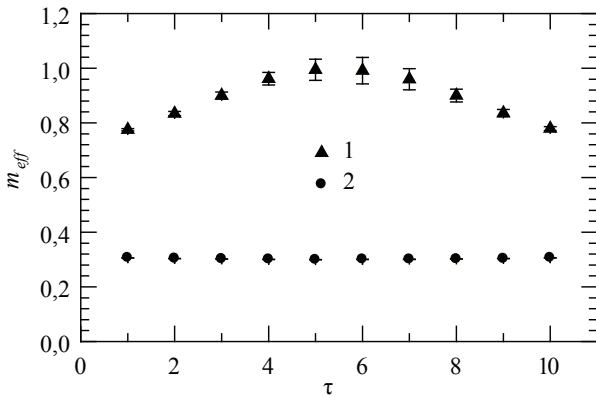


Рис. 1. Зависимость эффективной массы $m_{\text{eff}}(\tau)$ при $\beta = 2$ и $\kappa = 0.122$ на решетке $6^3 \times 12$ [12]: 1 – в калибровке Лоренца в поле с однородными составляющими, 2 – в ZML калибровке в поле без однородных составляющих

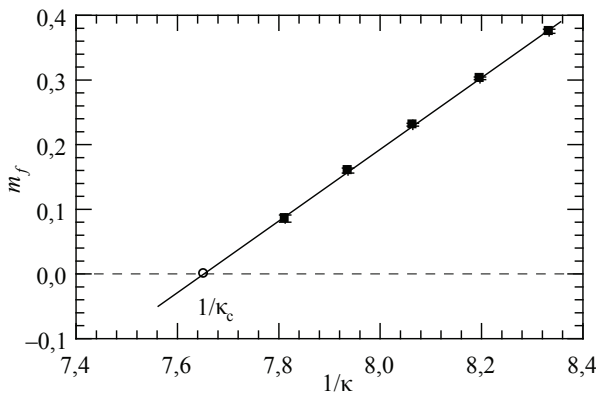


Рис. 2. Зависимость фермионной массы m_f от обратного хоппинг-параметра $1/\kappa$ в ZML калибровке при $\beta = 2$ на решетке $6^3 \times 12$ [12]. Значок в виде кружка – точка с координатами $(1/\kappa_c, 0)$

Типичные результаты расчетов представлены на рис. 1 [12]. Видно, что значения $m_{\text{eff}}(\tau)$ в поле без однородных составляющих практически постоянны и равны $m_{\text{eff}}(\tau) = m_f$, что отличает их от зависимостей $m_{\text{eff}}(\tau)$ в поле с однородными составляющими.

Полученные значения m_f в поле без однородных составляющих представлены на рис. 2 в зависимости от $1/\kappa$ [12]. Эти значения хорошо аппроксимирует зависимость в виде

$$m_f = C(\beta)(1/\kappa - 1/\kappa_c(\beta)),$$

где $\kappa_c(\beta)$ – критическое значение хоппинг-параметра κ на линии раздела Кулоновской и соседней фаз.

При $\beta = 2$ получено значение $\kappa_c(\beta) = 0,1307 \pm 0,0001$, которое совпадает со значением $\kappa_c(\beta) = 0.131 \pm 0.001$ другим, более сложным методом [4, 5].

Полученная нами зависимость $m_f(1/\kappa)$ удовлетворяет требуемому, согласно [1, 6], усло-

вию в виде $m_f \rightarrow 0$ при $\kappa \rightarrow \kappa_c(\beta)$. В работе [7] также была вычислена зависимость m_f от κ для $U(1)$ модели. Но не были устранены однородные составляющие калибровочного поля, и полученные результаты не удовлетворяли данному условию.

4. «Пионная» норма и скалярный конденсат

«Пионную» норму $\Pi(U)$ и скалярный конденсат $\bar{\psi}\psi(U)$ используют [4, 5] для определения значения $\kappa_c(\beta)$ линии раздела фаз. Эти корреляционные функции определяют по формулам

$$\Pi(U) = \frac{1}{4V} \text{Tr}(\gamma_5 M^{-1}[U] \gamma_5 M^{-1}[U]),$$

$$\bar{\psi}\psi(U) = \frac{1}{4V} \text{Tr} M^{-1}[U],$$

где $\gamma_5 = \gamma_1 \gamma_2 \gamma_3 \gamma_4$ – киральная матрица Дирака; след Tr взят в пространстве матриц Дирака и в пространстве узлов решетки x ; остальные обозначения даны выше. Физический смысл имеют значения этих функций $\langle \Pi \rangle$ и $\langle \bar{\psi}\psi \rangle$, которые усреднены по всему бесконечному числу калибровочных полей U либо с весом $\exp(-S_G[U]) \det^{N_f} M[U]$ в подходе динамических фермионов, либо с весом $\exp(-S_G[U])$ в приближении статических фермионов. Для фермионных полей были выбраны, согласно [3, 4], периодические граничные условия по всем направлениям $\nu = 1, 2, 3, 4$ [13].

Нами выполнены численные расчеты зависимостей $\langle \Pi \rangle$ и $\langle \bar{\psi}\psi \rangle$ от κ в Кулоновской фазе $U(1)$ модели в калибровочном поле как с однородными составляющими без фиксации калибровки, так и в поле без этих составляющих при их устранении ZML калибровкой [13]. Расчеты проведены как в приближении статических фермионов, так и в подходе динамических фермионов при числе поколений фермионов $N_f = 2$. Были выбраны разные значения β и разные объемы решетки $V = N^4$, где $N = N_1 = N_2 = N_3 = N_4$.

Вычисление средних значений $\langle \Pi \rangle$ и $\langle \bar{\psi}\psi \rangle$ выполнено методом «точечных источников» с применением метода сопряженных градиентов (п. 4). Калибровочные поля U , распределенные с весом в приближении статических фермионов, получены вышеуказанным методом «тепловой бани».

Для получения полей U с весом в подходе динамических фермионов нами использован метод гибридного Монте-Карло [4, 5, 6]. В данном методе требуемый вес калибровочных полей U получают путем генерации этих и вспомогательных полей P и χ с весом $\exp(-H[U, P, \chi])$.

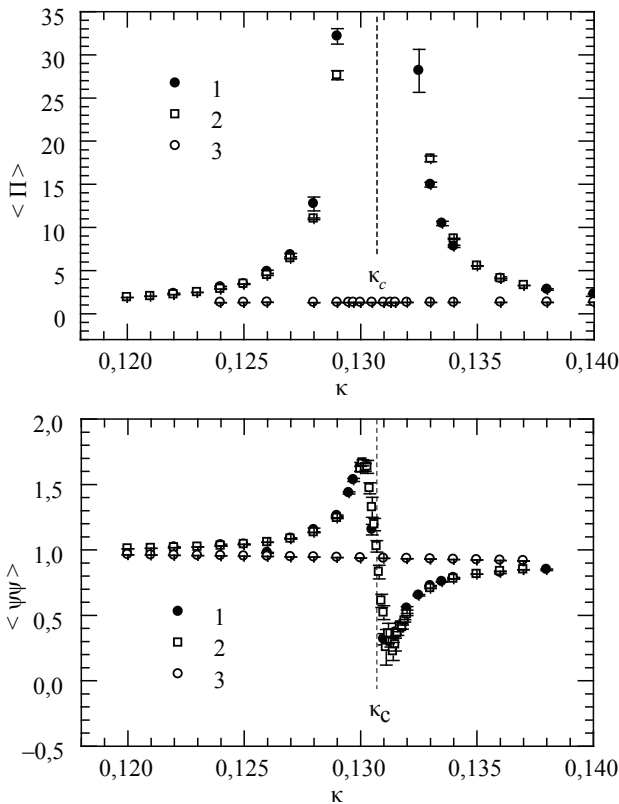


Рис. 3. «Пионная» норма $\langle \Pi \rangle$ и скалярный конденсат $\langle \bar{\psi} \psi \rangle$ в зависимости от κ при $\beta = 2$ на решетке 4^4 [13]: 1, 2 – в ZML калибровке в поле без однородных составляющих; 1 – подход динамических фермионов, 2 – приближение статических фермионов; 3 – без фиксации калибровки в поле с однородными составляющими, подход динамических фермионов

Здесь

$$H[U, P, \chi] = S_G[U] + \frac{1}{2} \sum_{x,\mu} P_{x,\mu}^2 + \sum_{f=1}^{N_f/2} \chi_f^\dagger (M^\dagger[U]M[U])^{-1} \chi_f;$$

где $P_{x,\mu}$ – вещественные компоненты поля P , называемого сопряженным импульсом;

χ_f – вектор с $4V$ комплексными составляющими, называемый псевдофермионом.

Поля U, P и χ , распределенные с указанным весом, получают по следующей схеме. Сначала генерируют случайным образом сопряженный импульс P с весом

$$\exp\left\{-\frac{1}{2} \sum_{x,\mu} P_{x,\mu}^2\right\}$$

и псевдофермионы χ с весом

$$\exp\left\{-\sum_{f=1}^{N_f/2} \chi_f^\dagger (M^\dagger[U]M[U])^{-1} \chi_f\right\}.$$

Затем получают новые поля U' и P' путем численного решения «уравнений движения» в виде

$$P_{x,\mu}^{(1/2)} = P_{x,\mu} + \frac{\Delta\tau}{2} F_{x,\mu}[U];$$

$$\begin{cases} U_{x,m}^{(j)} = U_{x,m}^{(j-1)} \exp(i\Delta t P_{x,m}^{(j-1/2)}), \\ P_{x,m}^{(j+1/2)} = P_{x,m}^{(j-1/2)} + \Delta t F_{x,m}[U^{(j)}] \end{cases}$$

$$\begin{cases} U'_{x,\mu} = U_{x,\mu}^{(N_\tau-1)} \exp(i\Delta\tau P_{x,\mu}^{(N_\tau-1/2)}), \\ P'_{x,\mu} = P_{x,\mu}^{(N_\tau-1/2)} + \frac{\Delta\tau}{2} F_{x,\mu}[U']. \end{cases}$$

Здесь $\Delta\tau$ – шаг «времени», N_τ – число шагов «времени»; $j = 1, \dots, N_\tau - 1$; $U_{x,\mu}^{(0)} = U_{x,\mu}$;

$$F_{x,\mu}[U] = -\frac{\partial H}{\partial A_{x,\mu}}.$$

И наконец, полученное поле

U' принимают за новое U с вероятностью $\min\{1, \exp(H[U, P, \chi] - H[U', P', \chi])\}$. В результате выполнения этих действий поля U, P и χ оказываются распределенными с весом $\exp(-H[U, P, \chi])$. После интегрирования только по полям P и χ получается необходимый вес распределения полей U в подходе динамических фермионов

$$\exp(-S_G[U]) \det^{N_f} M[U].$$

Типичные результаты расчетов представлены на рис. 3 [13]. Видно, что зависимости $\langle \Pi \rangle$ и $\langle \bar{\psi} \psi \rangle$ от κ в поле без однородных составляющих имеют необходимое сингулярное поведение при $\kappa \rightarrow \kappa_c(\beta)$, что отличает их от монотонных зависимостей, полученных в поле с однородными составляющими. При $\beta = 2$ в поле без однородных составляющих как в случае $\langle \Pi \rangle$, так и для $\langle \bar{\psi} \psi \rangle$ получены одинаковые значения $\kappa_c(\beta) = 0,1307 \pm 0,0002$, которые совпадают со значениями $\kappa_c(\beta)$, найденными с помощью фермионных масс, а также в работах [4, 5].

Заключение

С использованием вычислительных методов «тепловой бани», «точечных источников», сопряженных градиентов, калибровок ZML и Лоренца для калибровочного поля, а также метода гибридного Монте-Карло выполнены численные исследования влияния однородных составляющих калибровочного поля на фермионные корреляционные функции в Кулоновской фазе $U(1)$ модели по Вильсону на четырехмерной конечной решетке. Установлено, что эти составляющие нарушают правильное поведение данных функций. После устранения однородных составляющих поля расчеты фермионного коррелятора, «пионной» нормы и скалярного конденсата дают правильные значения этих корреляционных функций. Полученные зависимости фермионного коррелятора в

калибровочном поле без однородных составляющих позволяют найти значения фермионной массы и критического параметра $\kappa_c(\beta)$. Расчеты для каждой из указанных трех корреляционных функций приводят к одному значению параметра $\kappa_c(\beta)$, совпадающему с известными данными.

Указанные математические методы и полученные этими методами результаты целесообразно использовать при исследованиях моделей элементарных частиц методом решетки.

Автор выражает благодарность за плодотворные дискуссии доктору физ.-мат. наук И.Л. Боголюбскому и кандидату физ.-мат. наук В.К. Митрюшкину. Особую благодарность автор выражает за полезные обсуждения и активную поддержку профессору М. Мюллеру-Пройскеру.

Библиографический список

1. Кройц, М. Кварки, глюоны и решетки / М. Кройц. – М.: Мир, 1988.
2. Wilson K.G. Confinement of quarks // Phys. Rev. D. 1974. V. 10. P. 2445–2459.
3. DeGrand T. and Toussaint D. Topological excitations and Monte Carlo simulation of Abelian gauge theory // Phys. Rev. D. 1980. V. 22. P. 2478–2489.
4. Hoferichter A., Mitrjushkin V.K. and Мьллер-Preussker M. On the chiral limit in lattice gauge theories with Wilson fermions // Z. Phys. C. 1997. V. 74. P. 541–548.
5. Hoferichter A., Mitrjushkin V.K., Мьллер-Preussker M. and Stьben H. Dynamical Wilson fermions and the problem of the chiral limit in compact lattice QED // Phys. Rev. D. 1998. V. 58. P. 114505–114510.
6. Montvay I. and Мьнстер G. Quantum Fields on a Lattice. Cambridge University Press, 1994.
7. Nakamura A. and Sinclair R. Fermion propagators in U(1) lattice gauge theory // Phys. Lett. B. 1990. V. 243. P. 396–402.
8. Nakamura A. and Plewnia M. Gauge fixing ambiguity and photon propagators in compact U(1) lattice gauge theory // Phys. Lett. B. 1991. V. 255. P. 274–278.
9. Mitrjushkin V.K. Gauge fixing, zero-momentum modes and the calculation of masses on a lattice // Phys. Lett. B. 1997. V. 390. P. 293–297.
10. Bogolubsky I.L., Mitrjushkin V.K., Мьллер-Preussker M. and Peter P. Lorentz gauge and Gribov ambiguity in the compact lattice U(1) theory // Phys. Lett. B. 1999. V. 458. P. 102–108.
11. Mandula J. and Ogilvie M. Efficient gauge fixing via overrelaxation // Phys. Lett. B. 1990. V. 248. P. 156–158.
12. Bogolubsky I.L., Mitrjushkin V.K., Мьллер-Preussker M., Peter P. and Zverev N.V. Fermionic correlators and zero-momentum modes in quenched lattice QED // Phys. Lett. B. 2000. V. 476. P. 448–454.
13. Bogolubsky I.L., Mitrjushkin V.K., Мьллер-Preussker M. and Zverev N.V. Zero-momentum modes and chiral limit in compact lattice QED // Nucl. Phys. Proc. Suppl. 2001. V. 94. P. 661–664.

ОБЩЕЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ ДИНАМИКИ ДЕФОРМИРУЕМОГО ТЕЛА

В.А. ШАЧНЕВ, *проф. каф. высшей математики МГУЛ, д-р физ.-мат. наук*

Запишем систему уравнений Механики сплошной среды в виде

$$\begin{aligned} \partial_1 s_{i1} + \partial_2 \partial s_{i2} + \partial_3 s_{i3} &= \rho dv/dt = \\ &= \rho(\partial_1 v_i + v_1 \partial_1 v_i + v_2 \partial_2 v_i + v_3 \partial_3 v_i), \\ s_{ji} &= s_{ij}, i, j = 1, 2, 3, \end{aligned}$$

где $s_{ij}(x_1, x_2, x_3, t)$ – компоненты тензора напряжений;

$v_i(x_1, x_2, x_3, t)$ – компоненты вектора скорости;

$\rho(x_1, x_2, x_3, t)$ – плотность среды;

x_1, x_2, x_3 – координаты точки, t = время,

$$\partial_j = \partial/\partial x_j, j = 1, 2, 3, \partial_t = \partial/\partial t.$$

Используя закон сохранения массы (уравнение неразрывности)

$$d\rho/dt + \rho(\partial_1 v_1 + \partial_2 v_2 + \partial_3 v_3) = 0,$$

систему уравнений можно записать в *дивергентной* форме [1]

$$\partial_i p_{i1} + \partial_2 p_{i2} + \partial_3 p_{i3} - \partial_t p_i = 0, i = 1, 2, 3,$$

где $p_{ij} = s_{ij} - \rho v_i v_j = p_{ji}$, $p_i = \rho v_i$.

Введем внешние дифференциальные формы

$$\begin{aligned} \sigma_i &= (p_{i1} dx_2 \wedge dx_3 + p_{i2} dx_3 \wedge dx_1 + p_{i3} dx_1 \wedge dx_2) \wedge dt + \\ &+ p_i dx_1 \wedge dx_2 \wedge dx_3, \end{aligned}$$

так что система уравнений запишется в виде

$$\partial \sigma_i = 0, i = 1, 2, 3,$$

где ∂ – внешний дифференциал. Локальными решениями этих уравнений будут формы

$$\sigma_i = \partial \varphi_i, i = 1, 2, 3,$$

где φ_i – произвольные внешние дифференциальные формы второй степени, которые представим в виде

$$\begin{aligned} \varphi_i &= (F_{i1} dx_1 + F_{i2} dx_2 + F_{i3} dx_3) \wedge dt + V_{i1} dx_2 \wedge dx_3 + \\ &+ V_{i2} dx_3 \wedge dx_1 + V_{i3} dx_1 \wedge dx_2, i = 1, 2, 3. \end{aligned}$$

Подставляя в уравнения $\sigma_i = \partial \varphi_i$, получим

$$p_{i1} = \partial_t V_{i1} + \partial_2 F_{i3} - \partial_3 F_{i2}, p_{i2} = \partial_t V_{i2} + \partial_3 F_{i1} - \partial_1 F_{i3},$$

$$p_{i3} = \partial_t V_{i3} + \partial_1 F_{i2} - \partial_2 F_{i1}, p_i = \partial_1 V_{i1} + \partial_2 V_{i2} + \partial_3 V_{i3},$$

Условия симметрии $p_{ji} = p_{ij}$ приводят к соотношениям

$$\partial_1 F_{i1} + \partial_2 F_{i2} + \partial_3 F_{i3} - \partial_t (V_{i3} - V_{i2}) = \partial_1 (F_{i1} + F_{i2} + F_{i3}),$$

$$\partial_1 F_{i2} + \partial_2 F_{i2} + \partial_3 F_{i3} - \partial_t (V_{i3} - V_{i1}) = \partial_2 (F_{i1} + F_{i2} + F_{i3}),$$

$$\partial_1 F_{i3} + \partial_2 F_{i3} + \partial_3 F_{i3} - \partial_t (V_{i2} - V_{i1}) = \partial_3 (F_{i1} + F_{i2} + F_{i3}).$$

Если теперь ввести формы

$$\begin{aligned} \tau_1 &= ((-F_{i2} - F_{i3}) dx_2 \wedge dx_3 + F_{i2} dx_3 \wedge dx_1 + \\ &+ F_{i3} dx_1 \wedge dx_2) \wedge dt + (V_{i3} - V_{i2}) dx_1 \wedge dx_2 \wedge dx_3, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau_2 &= (F_{12}dx_2 \wedge dx_3 + (-F_{11} - F_{33})dx_3 \wedge dx_1 + \\ &+ F_{32}dx_1 \wedge dx_2) \wedge dt + (V_{31} - V_{13})dx_1 \wedge dx_2 \wedge dx_3, \\ \tau_3 &= (F_{13}dx_2 \wedge dx_3 + F_{23}dx_3 \wedge dx_1 + (-F_{11} - \\ &- F_{22})dx_1 \wedge dx_2) \wedge dt + (V_{12} - V_{21})dx_1 \wedge dx_2 \wedge dx_3, \end{aligned}$$

то соотношения симметрии запишутся в виде

$$\partial \tau_i = 0, \quad i = 1, 2, 3.$$

Локальное решение этих уравнений будут формы

$$\tau_i = \partial \psi_i, \quad i = 1, 2, 3,$$

где ψ_i – произвольные внешние дифференциальные формы второй степени

$$\psi_i = (G_{i1}dx_1 + G_{i2}dx_2 + G_{i3}dx_3) \wedge dt + W_{i1}dx_2 \wedge dx_3 + \\ + W_{i2}dx_3 \wedge dx_1 + W_{i3}dx_1 \wedge dx_2.$$

В результате, получаем представления

$$\begin{aligned} F_{21} &= \partial_3 G_{11} - \partial_1 G_{13} + \partial_t W_{12}, \quad F_{12} = \partial_2 G_{23} - \partial_3 G_{22} + \partial_t W_{21}, \\ F_{32} &= \partial_1 G_{22} - \partial_2 G_{21} + \partial_t W_{23}, \quad F_{23} = \partial_3 G_{31} - \partial_1 G_{33} + \partial_t W_{32}, \\ F_{13} &= \partial_2 G_{33} - \partial_3 G_{32} + \partial_t W_{31}, \quad F_{31} = \partial_1 G_{12} - \partial_2 G_{11} + \partial_t W_{13}, \end{aligned}$$

соотношения

$$\begin{aligned} V_{23} - V_{32} &= \partial_1 W_{11} + \partial_2 W_{12} + \partial_3 W_{13}, \quad V_{31} - V_{13} = \\ &= \partial_1 W_{21} + \partial_2 W_{22} + \partial_3 W_{23}, \\ V_{12} - V_{21} &= \partial_1 W_{31} + \partial_2 W_{32} + \partial_3 W_{33}, \end{aligned}$$

и систему уравнений

$$\begin{aligned} F_{22} + F_{33} &= \partial_3 G_{12} - \partial_2 G_{13} - \partial_t W_{11}, \quad F_{11} + F_{33} = \\ &= \partial_1 G_{23} - \partial_3 G_{21} - \partial_t W_{22}, \\ F_{11} + F_{22} &= \partial_2 G_{31} - \partial_1 G_{32} - \partial_t W_{33}. \end{aligned}$$

Решая систему, получим

$$\begin{aligned} 2F_{11} &= \partial_1(G_{23} - G_{32}) + \partial_2(G_{31} + G_{13}) - \\ &- \partial_3(G_{12} + G_{21}) + \partial_t(W_{11} - W_{22} - W_{33}), \\ 2F_{22} &= -\partial_1(G_{23} + G_{32}) + \partial_2(G_{31} - G_{13}) + \\ &+ \partial_3(G_{12} + G_{21}) + \partial_t(W_{22} - W_{33} - W_{11}), \\ 2F_{33} &= \partial_1(G_{23} + G_{32}) - \partial_2(G_{31} + G_{13}) + \\ &+ \partial_3(G_{12} - G_{21}) + \partial_t(W_{33} - W_{11} - W_{22}). \end{aligned}$$

Подставим F_{ij} в представления для p_{ij} .

Так как в эти представления функции G_{ij} войдут в виде $G_{ij} + G_{ji}$, то без потери общности можно положить, что

$$G_{ji} = G_{ij}.$$

С учетом этого получим следующие представления

$$\begin{aligned} p_{11} &= \partial_t U_{11} + \partial_2^2 G_{33} + \partial_3^2 G_{22} - 2\partial_2 \partial_3 G_{23}, \\ p_{22} &= \partial_t U_{22} + \partial_3^2 G_{11} + \partial_1^2 G_{33} - 2\partial_3 \partial_1 G_{31}, \\ p_{33} &= \partial_t U_{33} + \partial_1^2 G_{22} + \partial_2^2 G_{11} - 2\partial_1 \partial_2 G_{12}, \\ p_{12} &= \partial_t U_{12} - \partial_1 \partial_2 G_{33} + \partial_3(\partial_1 G_{23} + \partial_2 G_{31} - \partial_3 G_{12}), \\ p_{23} &= \partial_t U_{23} - \partial_2 \partial_3 G_{11} + \partial_1(-\partial_1 G_{23} + \partial_2 G_{31} + \partial_3 G_{12}), \\ p_{31} &= \partial_t U_{31} - \partial_3 \partial_1 G_{22} + \partial_3(\partial_1 G_{23} - \partial_2 G_{31} + \partial_3 G_{12}), \end{aligned}$$

Здесь введены обозначения

$$\begin{aligned} U_{11} &= V_{11} + \partial_2 W_{31} - \partial_3 W_{21}, \quad U_{22} = V_{22} + \partial_3 W_{12} - \partial_1 W_{32}, \\ U_{33} &= V_{33} + \partial_1 W_{23} - \partial_2 W_{13}, \\ U_{12} &= V_{12} - \partial_1 W_{31} + (1/2)\partial_3(W_{11} - W_{22} - W_{33}), \\ U_{21} &= V_{21} + \partial_2 W_{32} - (1/2)\partial_3(W_{22} - W_{11} - W_{33}), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U_{23} &= V_{23} - \partial_2 W_{12} + (1/2)\partial_1(W_{22} - W_{33} - W_{11}), \\ U_{32} &= V_{32} + \partial_3 W_{13} - (1/2)\partial_1(W_{33} - W_{22} - W_{11}), \\ U_{31} &= V_{31} - \partial_3 W_{23} + (1/2)\partial_2(W_{33} - W_{11} - W_{22}), \\ U_{13} &= V_{13} + \partial_1 W_{21} - (1/2)\partial_2(W_{11} - W_{33} - W_{22}). \end{aligned}$$

В силу соотношений для V_{ij} и V_{ji} имеем

$$U_{ji} = U_{ij}.$$

Определяя из последних соотношений V_{ij} через U_{ij} и W_{ij} и подставляя в представления для p_i , получим

$$p_i = \partial_1 U_{i1} + \partial_2 U_{i2} + \partial_3 U_{i3}, \quad i = 1, 2, 3.$$

Подстановкой в исходные уравнения движения непосредственно проверяется, что уравнения удовлетворяются при произвольных функциях $U_{ij} = U_{ji}$ и $G_{ij} = G_{ji}$, которые будем называть компонентами тензора скоростей и тензора напряжений.

Решения для скоростей и для напряжений определяются как

$$v_i = \rho^{-1} p_i, \quad s_{ij} = \rho^{-1} p_i p_j + p_{ij}, \quad i, j = 1, 2, 3.$$

Получим представление для плотности среды. Так как

$$dp/dt = \partial_t \rho + v_1 \partial_1 \rho + v_2 \partial_2 \rho + v_3 \partial_3 \rho,$$

то закон сохранения массы переписывается в виде

$$\partial_t \rho + \partial_1(v_1 \rho) + \partial_2(v_2 \rho) + \partial_3(v_3 \rho) = 0.$$

Подставляя сюда представления для $p_i = \rho v_i$, получим уравнение

$$\partial_t \rho + \partial_1^2 U_{11} + \partial_2^2 U_{22} + \partial_3^2 U_{33} + 2\partial_1 \partial_2 U_{12} + \\ + 2\partial_2 \partial_3 U_{23} + 2\partial_3 \partial_1 U_{31} = 0.$$

Разрешим это уравнение, введя новые функции

$$U_{ij} = \partial_t H_{ij}, \quad H_{ij} = H_{ji}.$$

В результате получим для плотности представление

$$\rho = \rho_0 - \partial_1^2 H_{11} - \partial_2^2 H_{22} - \partial_3^2 H_{33} - \\ - 2\partial_1 \partial_2 H_{12} - 2\partial_2 \partial_3 H_{23} - 2\partial_3 \partial_1 H_{31},$$

где $\rho_0 = \rho_0(x_1, x_2, x_3)$ – произвольная функция координат.

Для скоростей и напряжений имеем теперь следующие представления

$$\begin{aligned} \rho v_i &= \partial_t(\partial_1 H_{i1} + \partial_2 H_{i2} + \partial_3 H_{i3}), \quad i = 1, 2, 3, \\ s_{11} &= \rho v_1^2 + \partial_t^2 H_{11} + \partial_2^2 G_{33} + \partial_3^2 G_{22} - 2\partial_2 \partial_3 G_{23}, \\ s_{22} &= \rho v_2^2 + \partial_t^2 H_{22} + \partial_3^2 G_{11} + \partial_1^2 G_{33} - 2\partial_3 \partial_1 G_{31}, \\ s_{33} &= \rho v_3^2 + \partial_t^2 H_{33} + \partial_1^2 G_{22} + \partial_2^2 G_{11} - 2\partial_1 \partial_2 G_{12}, \\ s_{12} &= s_{21} = \rho v_1 v_2 + \partial_t^2 H_{12} - \partial_1 \partial_2 G_{33} + \\ &+ \partial_3(\partial_1 G_{23} + \partial_2 G_{31} - \partial_3 G_{12}), \\ s_{23} &= s_{32} = \rho v_2 v_3 + \partial_t^2 H_{23} - \partial_2 \partial_3 G_{11} + \\ &+ \partial_1(-\partial_1 G_{23} + \partial_2 G_{31} + \partial_3 G_{12}), \\ s_{31} &= s_{13} = \rho v_3 v_1 + \partial_t^2 H_{31} - \partial_3 \partial_1 G_{22} + \\ &+ \partial_3(\partial_1 G_{23} - \partial_2 G_{31} + \partial_3 G_{12}). \end{aligned}$$

Получено решение уравнений динамики, содержащее 12 произвольных функций. Это ре-

шение содержит различные формы общего решения уравнений динамики, и потому назовем его *полным* решением уравнений динамики. Другая форма полного решения получена в работе [2].

В частном случае, когда функции скоростей и функции напряжений зависят только от двух переменных,

$$H_{ij} = H_{ij}(x_1, x_2), G_{ij} = G_{ij}(x_1, x_2),$$

представления распадаются на два – решение плоской задачи:

$$\begin{aligned} s_{11} &= \rho v_1^2 + \partial_t^2 H_{11} + \partial_2^2 G_{33}, \\ s_{22} &= \rho v_2^2 + \partial_t^2 H_{22} + \partial_1^2 G_{33}, \\ s_{12} = s_{21} &= \rho v_1 v_2 + \partial_t^2 H_{12} - \partial_1 \partial_2 G_{33}, \end{aligned}$$

и решение антиплоской задачи:

$$\begin{aligned} s_{33} &= \rho v_3^2 + \partial_t^2 H_{33} + \partial_1^2 G_{22} + \partial_2^2 G_{11} - 2\partial_1 \partial_2 G_{12}, \\ s_{23} = s_{32} &= \rho v_2 v_3 + \partial_t^2 H_{23} + \partial_1(-\partial_1 G_{23} + \partial_2 G_{31}), \\ s_{31} = s_{13} &= \rho v_3 v_1 + \partial_t^2 H_{31} + \partial_3(\partial_1 G_{23} - \partial_2 G_{31}), \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \rho v_i &= \partial_t(\partial_1 H_{i1} + \partial_2 H_{i2}), \quad i = 1, 2, 3, \\ \rho &= \rho_0(x_1, x_2) - \partial_1^2 H_{11} - 2\partial_1 \partial_2 H_{12} - \partial_2^2 H_{22}. \end{aligned}$$

В общем случае в представлении плотности функция $\rho_0 = \rho_0(x_1, x_2, x_3)$ без потери общности может быть принята равной нулю. Вместе с тем рассмотрим случай, когда $\rho = \rho_0$, т.е. когда

$$\begin{aligned} \partial_1 K_1 + \partial_2 K_2 + \partial_3 K_3 &= 0, \quad K_i = \\ &= \partial_1 H_{i1} + \partial_2 H_{i2} + \partial_3 H_{i3}, \quad i = 1, 2, 3. \end{aligned}$$

Это условие можно записать в виде

$$\text{div}(K_1, K_2, K_3) = 0.$$

Тогда существует такой вектор (L_1, L_2, L_3) ,

что

$$(K_1, K_2, K_3) = \text{rot}(L_1, L_2, L_3),$$

или в координатной форме

$$K_1 = \partial_2 L_3 - \partial_3 L_2, \quad K_2 = \partial_3 L_1 - \partial_1 L_3, \quad K_3 = \partial_1 L_2 - \partial_2 L_1.$$

С учетом определения K_i получим системы уравнений, которые можно записать в виде

$$\begin{aligned} \text{div}(H_{11}, H_{12} - L_3, H_{13} + L_2) &= \\ = 0, \quad \text{div}(H_{21} + L_3, H_{22}, H_{23} - L_1) &= 0, \\ \text{div}(H_{31} - L_2, H_{32} + L_1, H_{33}) &= 0. \end{aligned}$$

Решениями этой системы будут

$$\begin{aligned} H_{11} &= \partial_2 R_{13} - \partial_3 R_{12}; \\ H_{22} &= \partial_3 R_{21} - \partial_1 R_{23}; \quad H_{33} = \partial_1 R_{32} - \partial_2 R_{31}. \\ H_{12} - L_3 &= \partial_3 R_{11} - \partial_1 R_{13}, \quad H_{21} + L_3 = \partial_2 R_{23} - \partial_3 R_{22}, \\ H_{23} - L_1 &= \partial_1 R_{22} - \partial_2 R_{21}, \quad H_{32} + L_1 = \partial_3 R_{31} - \partial_1 R_{33}, \\ H_{31} - L_2 &= \partial_2 R_{33} - \partial_3 R_{32}, \quad H_{13} + L_2 = \partial_1 R_{12} - \partial_2 R_{11}, \end{aligned}$$

где R_{ij} – произвольные функции.

Условия симметрии $H_{ij} = H_{ji}$ дают дополнительные соотношения, из которых следует определение функций L_i

$$\begin{aligned} 2L_1 &= -\partial_1(R_{22} + R_{33}) + \partial_2 R_{21} + \partial_3 R_{31}, \\ 2L_2 &= \partial_1 R_{12} - \partial_2(R_{33} + R_{11}) + \partial_3 R_{32}, \\ 2L_3 &= \partial_1 R_{13} + \partial_2 R_{23} - \partial_3(R_{11} + R_{22}). \end{aligned}$$

В результате, получим

$$\begin{aligned} H_{12} &= (1/2)(-\partial_1 R_{13} + \partial_2 R_{23} + \partial_3(R_{11} - R_{22})) = H_{21}, \\ H_{23} &= (1/2)(\partial_1(R_{22} - R_{33}) - \partial_2 R_{21} + \partial_3 R_{31}) = H_{32}, \\ H_{31} &= (1/2)(\partial_1 R_{12} + \partial_2(R_{33} - R_{11}) - \partial_3 R_{32}) = H_{13}. \end{aligned}$$

Для скоростей имеем теперь такие представления

$$\begin{aligned} \rho_0 v_1 &= (1/2)\partial_t(\partial_1(\partial_2 R_{13} - \partial_3 R_{12}) + \\ &+ \partial_2^2 R_{23} - \partial_3^2 R_{32} + \partial_2 \partial_3(R_{33} - R_{22})), \\ \rho_0 v_2 &= (1/2)\partial_t(\partial_2(\partial_3 R_{21} - \partial_1 R_{23}) + \\ &+ \partial_3^2 R_{31} - \partial_1^2 R_{13} + \partial_3 \partial_1(R_{11} - R_{33})), \\ \rho_0 v_3 &= (1/2)\partial_t(\partial_3(\partial_1 R_{32} - \partial_2 R_{31}) + \\ &+ \partial_1^2 R_{12} - \partial_2^2 R_{21} + \partial_2 \partial_3(R_{22} - R_{11})), \end{aligned}$$

Подстановкой в уравнения движения непосредственно проверяем, что получено решение, представленное через девять произвольных функций R_{ij} . Заметим, что в этом случае $\text{div}(v_1, v_2, v_3) = 0$.

Получим представление решения уравнений динамики в криволинейной системе координат, задаваемых функциями

$$x_i = x_i(\xi_1, \xi_2, \xi_3), \quad i = 1, 2, 3,$$

для которых $g = \det G = \det[\partial x_i / \partial \xi_j] > 0$.

Эта система образует локальный базис ε_j касательно к линиям пересечения координатных поверхностей $\xi_j(x_1, x_2, x_3) = \text{const}$, $j = 1, 2, 3$ который связан с исходным (декартовым) базисом e_i , $i = 1, 2, 3$, соотношениями

$$\varepsilon_j = \sum_{i=1}^3 \partial_j x_i e_i, \quad \partial_j = \partial / \partial \xi_j; \quad e_i = \sum_{j=1}^3 \partial_i \xi_j \varepsilon_j, \quad \partial_i = \partial / \partial x_i.$$

Здесь матрица перехода $[\partial_j \xi_i] = [\xi_{ij}]$ обратна к матрице перехода $G = [x_{ij}] = [\partial_j x_i]$. Отсюда следует, что

$$\partial_j \xi_i = d_{ji}/g,$$

где d_{ji} – алгебраические дополнения соответственно элементов $\partial_j x_i$ матрицы G .

Компоненты тензора напряжений и вектора скоростей в криволинейной и декартовой системах координат связаны соотношениями

$$\begin{aligned} \sigma_{kl} &= \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 s_{ij} \frac{\partial \xi_k}{\partial x_i} \frac{\partial \xi_l}{\partial x_j}; \quad s_{ij} = \sum_{k=1}^3 \sum_{l=1}^3 \sigma_{kl} \frac{\partial x_i}{\partial \xi_k} \frac{\partial x_j}{\partial \xi_l}, \\ \mathbf{v}_j &= \sum_k v_k \frac{\partial \xi_j}{\partial x_k}; \quad \mathbf{v}_i = \sum_k v_k \frac{\partial x_i}{\partial \xi_k}. \end{aligned}$$

Представим решение уравнений динамики единой формулой, а именно,

$$s_{ij} = \rho v_i v_j + \partial_t^2 H_{ij} + \sum_{p,q,k,l} \epsilon_{jpq} \epsilon_{ist} \frac{\partial^2 G_{qt}}{\partial x_p \partial x_s},$$

$\epsilon_{ijk} = 1$, если $ijk = 123, 231, 312, = -1$, если $ijk = 321, 213, 132$, и равен нулю в остальных случаях.

При переходе к новой системе координат компоненты тензоров скоростей и напряжений представим в виде

$$H_{ij} = \sum_{s,t} \Psi_{st} \frac{\partial x_i}{\partial \xi_s} \frac{\partial x_j}{\partial \xi_t}, \quad G_{qt} = \sum_{u,v} \Phi_{uv} \frac{\partial x_q}{\partial \xi_u} \frac{\partial x_t}{\partial \xi_v},$$

Тогда для напряжений будем иметь

$$\sigma_{kl} = \rho v_k v_l + \partial_t^2 \Psi_{kl} + \pi_{kl},$$

$$\pi_{kl} = \sum_{i,j} \frac{\partial \xi_k}{\partial x_i} \frac{\partial \xi_l}{\partial x_j} \sum_{p,q,s,t} \epsilon_{jpq} \epsilon_{ist} \frac{\partial^2}{\partial x_p \partial x_s} \sum_{u,v} \Phi_{uv} \frac{\partial x_q}{\partial \xi_u} \frac{\partial x_t}{\partial \xi_v}.$$

Последнюю формулу можно записать в виде

$$\pi_{kl} = \sum_{u,v} \left(\sum_{m,n} h_{kmu} h_{l nv} \frac{\partial^2 \Phi_{uv}}{\partial \xi_m \partial \xi_n} + \sum_m h_{klmuv} \frac{\partial \Phi_{uv}}{\partial \xi_m} + h_{kluv} \Phi_{uv} \right),$$

где

$$h_{kluv} = \sum_{i,j} \frac{\partial \xi_k}{\partial x_i} \frac{\partial \xi_l}{\partial x_j} \sum_{p,q,s,t} \epsilon_{ipq} \epsilon_{jst} \left(\sum_{m,n} \frac{\partial \xi_m}{\partial x_p} \frac{\partial \xi_n}{\partial x_s} \times \frac{\partial^2}{\partial \xi_m \partial \xi_n} \left(\frac{\partial x_q}{\partial \xi_u} \frac{\partial x_t}{\partial \xi_v} \right) + \sum_h \frac{\partial^2 \xi_h}{\partial x_p \partial x_s} \frac{\partial}{\partial \xi_h} \left(\frac{\partial x_q}{\partial \xi_u} \frac{\partial x_t}{\partial \xi_v} \right) \right)$$

$$h_{klmuv} = \sum_{i,j} \frac{\partial \xi_k}{\partial x_i} \frac{\partial \xi_l}{\partial x_j} \sum_{p,q,s,t} \epsilon_{ipq} \epsilon_{jst} \times \left(\frac{\partial \xi_m}{\partial x_s} \sum_n \frac{\partial \xi_n}{\partial x_p} \frac{\partial}{\partial \xi_n} \left(\frac{\partial x_q}{\partial \xi_u} \frac{\partial x_s}{\partial \xi_v} \right) + \frac{\partial \xi_m}{\partial x_p} \times \sum_n \frac{\partial \xi_n}{\partial x_s} \frac{\partial}{\partial \xi_n} \left(\frac{\partial x_q}{\partial \xi_u} \frac{\partial x_t}{\partial \xi_v} \right) + \frac{\partial^2 \xi_n}{\partial x_p \partial x_s} \frac{\partial x_q}{\partial \xi_u} \frac{\partial x_t}{\partial \xi_v} \right)$$

О СЕМЕЙСТВАХ ФУНКЦИЙ, ЗАДАЮЩИХ ЛАТИНСКИЕ КВАДРАТЫ НАД АБЕЛЕВЫМИ ГРУППАМИ

В.А. НОСОВ, *каф. МаТИС, мех.-мат. факультет МГУ им. М.В. Ломоносова,*

А.Е. ПАНКРАТЬЕВ, *каф. МаТИС, мех.-мат. факультет МГУ им. М.В. Ломоносова*

Латинские квадраты широко используются в различных областях математики и кибернетики: теории кодирования, планировании эксперимента, защите информации [1]. В своей фундаментальной теоретической работе [6], посвященной связи в секретных системах, К. Шеннон показал, что шифры, построенные на латинских квадратах, обладают так называемым свойством совершенной секретности. Это свойство обуславливает применение латинских квадратов в алгоритмах и стандартах шифрования.

При практическом применении латинские квадраты могут иметь достаточно большие разме-

$$h_{ijk} = \sum_{m,p,q} \frac{\partial \xi_i}{\partial x_m} \epsilon_{mpq} \frac{\partial \xi_j}{\partial x_p} \frac{\partial \xi_q}{\partial x_k} = \frac{1}{g} \sum_u \epsilon_{ijm} \frac{\partial x_u}{\partial \xi_m} \frac{\partial x_u}{\partial \xi_k}.$$

Если базис криволинейной системы координат ортогонален:

$$\epsilon_j \cdot \epsilon_k = \delta_{jk} \gamma_k^2, \quad \gamma_k^2 = \sum_u (\partial_k x_u)^2, \quad \text{то}$$

$$gh_{ijk} = \epsilon_{ijk} \gamma_k^2.$$

В этом случае главная часть представления (содержащая про-изводные высшего порядка) имеет вид

$$\frac{1}{g^2} \sum_{m,u} \epsilon_{kmu} \gamma_u^2 \sum_{n,v} \epsilon_{l nv} \gamma_v^2 \frac{\partial^2 \Phi_{uv}}{\partial \xi_m \partial \xi_n}.$$

Например,

$$g^2 \pi_{11} = \gamma_3^4 \frac{\partial^2 \Phi_{33}}{\partial \xi_2^2} + \gamma_2^4 \frac{\partial^2 \Phi_{22}}{\partial \xi_3^2} - 2\gamma_2^2 \gamma_3^2 \frac{\partial^2 \Phi_{23}}{\partial \xi_2 \partial \xi_3} + \dots,$$

$$g^2 \pi_{12} = -\gamma_3^4 \frac{\partial^2 \Phi_{33}}{\partial \xi_1 \partial \xi_2} + \gamma_2^2 \gamma_3^2 \frac{\partial^2 \Phi_{23}}{\partial \xi_3 \partial \xi_1} + \gamma_3^2 \gamma_1^2 \frac{\partial^2 \Phi_{31}}{\partial \xi_2 \partial \xi_3} - \gamma_1^2 \gamma_2^2 \frac{\partial^2 \Phi_{12}}{\partial \xi_3^2} + \dots$$

– аналогично тому, что имеет место в декартовой системе координат.

Библиографический список

1. Зарубин, В.С. Математические модели термодинамики / В.С. Зарубин, Г.Н. Кувыркин. – М.: Физматгиз, 2002. – 168 с.
2. Шачнев, В.А. Общее решение уравнений динамики / В.А. Шачнев // Механика деформируемого тела: сб. науч. тр. – МГУЛ, ФЭСТ, 2001.

ры, что делает затруднительным хранение в памяти всего квадрата целиком (всех элементов). Поэтому необходимо использовать конструктивные методы задания латинских квадратов. Широкое распространение получило аналитическое задание латинских квадратов при помощи функции двух переменных, определяющей элемент квадрата по его координатам (номеру строки и столбца). Свойствам таких функций и получаемых латинских квадратов и посвящена настоящая работа, являющаяся продолжением и обобщением работ [2–4].

Напомним, что латинским квадратом порядка n называется матрица размера $n \times n$, запол-

ненная таким образом, что в каждой ее строке и в каждом столбце все элементы различны. Простейшим примером латинского квадрата порядка n является матрица

$$L = \begin{pmatrix} 0 & 1 & \dots & n-2 & n-1 \\ 1 & 2 & \dots & n-1 & 0 \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ n-2 & n-1 & \dots & n-4 & n-3 \\ n-1 & 0 & \dots & n-3 & n-2 \end{pmatrix}.$$

Этот латинский квадрат задается формулой $L(x, y) = x + y$, где x и y суть «номера» строки и столбца квадрата, $x, y \in \{0, 1, \dots, n-1\}$, и под сложением понимается сложение по модулю n (можно сказать, что формула $L(x, y) = x + y$ задает латинский квадрат над абелевой группой Z_n). Произвольный латинский квадрат порядка n над группой Z_n задается формулой $L(x, y) = x + y + f(x, y)$, где f – некоторая функция $Z_n \times Z_n \rightarrow Z_n$. Заметим, что латинские квадраты определяются над любым множеством из n элементов, однако часто специфика группы позволяет их задавать более наглядно и удобно с вычислительной точки зрения.

Всюду в дальнейшем мы будем работать с латинскими квадратами, заданными над абелевыми группами. При этом будем использовать аддитивную запись группы и через 0 обозначать нейтральный элемент.

Рассмотрим прямое произведение нескольких (n) копий конечной абелевой группы G :

$$H = G^n = \underbrace{G \times G \times \dots \times G}_n.$$

Зададим над группой H латинский квадрат порядка $|H|$. Сначала «занумеруем» строки и столбцы квадрата элементами группы H . Пусть $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ и $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ суть элементы группы H . Определим элемент квадрата $L(x, y) = (z_1, z_2, \dots, z_n)$, стоящий на пересечении строки, соответствующей элементу x , и столбца, соответствующего элементу y , формулами

$$\begin{aligned} z_1 &= x_1 + y_1 + f_1(p_1(x_1, y_1), \dots, p_n(x_n, y_n)) \\ z_2 &= x_2 + y_2 + f_2(p_1(x_1, y_1), \dots, p_n(x_n, y_n)) \\ &\dots \\ z_n &= x_n + y_n + f_n(p_1(x_1, y_1), \dots, p_n(x_n, y_n)). \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь p_1, p_2, \dots, p_n – функции $G \times G \rightarrow G$; f_1, f_2, \dots, f_n – функции $G^n \rightarrow G$.

Очевидно, формулы (1) не всегда задают латинский квадрат. Например, набор $f_1 = -y_1, f_2 = -y_2, \dots, f_n = -y_n$ задает квадрат с одинаковыми столбцами. Приведем условия на функции f_1, f_2, \dots, f_n ,

при выполнении которых квадрат $L = L(x, y)$ является латинским для любых функций p_1, p_2, \dots, p_n .

Напомним [2, 3], что семейство функций f_1, f_2, \dots, f_n от переменных p_1, p_2, \dots, p_n называется *правильным*, если для любых различных наборов $p' = (p'_1, p'_2, \dots, p'_n)$ и $p'' = (p''_1, p''_2, \dots, p''_n)$ существует $\alpha, 1 \leq \alpha \leq n$, такое, что $p'_\alpha \neq p''_\alpha$ и $f_\alpha(p') = f_\alpha(p'')$.

Теорема 1 [4]

Квадрат, элементы которого задаются формулами (1), является латинским при любых p_1, p_2, \dots, p_n тогда и только тогда, когда семейство функций f_1, f_2, \dots, f_n является правильным.

Замечание

Теорема 1 позволяет при помощи любого правильного семейства функций f_1, f_2, \dots, f_n получать различные латинские квадраты, варьируя систему функций-параметров p_1, p_2, \dots, p_n . Нетрудно также видеть, что систему параметров можно выбрать $|H|^{n/n}$ способами.

Теорема 1 является обобщением аналогичных результатов, доказанных в работах [2, 3] для случаев булевских функций и векторов над простым полем (т.е. степеней групп Z_2 и Z_p , соответственно).

Теорема 2 [4]

Функции f_1, f_2, \dots, f_n образуют правильное семейство тогда и только тогда, когда для любого набора функций $\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_n$ вида $G \rightarrow G$ семейство функций $\{x_1 + \psi_1(f_1), x_2 + \psi_2(f_2), \dots, x_n + \psi_n(f_n)\}$ является регулярным (определяет биекцию $G^n \rightarrow G^n$)

Замечание

Теорема 2 позволяет свести проверку правильности семейства функций к проверке регулярности семейства ассоциированных отображений, а для проверки регулярности системы существуют многочисленные алгоритмы, основанные на различных способах задания этих функций [5].

На случай абелевых групп легко переносятся ряд классификационных теорем и результатов о построении классов правильных семейств функций [2, 3]. В частности, справедлива

Теорема 3 [4]

Пусть $F = \{f_1, f_2, \dots, f_n\}$ – семейство линейных функций $G^n \rightarrow G$, имеющее вид

$$\begin{aligned} f_1 &= (x_1, \dots, x_n) = a_{11}x_1 + \dots + a_{1n}x_n + c_1 \\ f_2 &= (x_1, \dots, x_n) = a_{21}x_1 + \dots + a_{2n}x_n + c_2 \\ &\dots \\ f_n &= (x_1, \dots, x_n) = a_{n1}x_1 + \dots + a_{nn}x_n + c_n \end{aligned}$$

Здесь свободные члены c_1, c_2, \dots, c_n – элементы группы G , а целочисленные коэффициен-

ты a_{ij} приведены по модулю экспоненты группы G . Определим ориентированный граф $G_F = (V, E)$ на множестве вершин $V = \{1, 2, \dots, n\}$, положив $(i, j) \in E \Leftrightarrow a_{ij} \neq 0$. Тогда семейство $F = \{f_1, f_2, \dots, f_n\}$ правильно в том и только в том случае, если граф G_F не содержит циклов.

Теорема 3 допускает значительное обобщение. Можно указать более широкий класс функций, для которого правильность семейств равносильна отсутствию циклов в соответствующих графах.

Для фиксированного элемента $g \in G$ назовем функцию $f = (x_1, \dots, x_n)$ вида $G^n \rightarrow G$ *g-функцией*, если для любой переменной x_p , от которой она зависит существенным образом, выполнено условие $f(g, \dots, g, x_p, g, \dots, g) \neq \text{const}$. Заметим, что константы являются *g-функциями* для любого $g \in G$.

Замечание

Можно показать, что при $|G| \rightarrow \infty$, $|G|/n \rightarrow \infty$, доля *g-функций* среди всех функций n переменных стремится к 1.

Обобщим также введенное выше понятие графа G_F , положив $(i, j) \in E$ если и только если f_j существенно зависит от x_i (очевидно, что граф, введенный в Теореме 3, удовлетворяет этому свойству). Назовем его *графом существенной зависимости* семейства функций $F = \{f_1, f_2, \dots, f_n\}$.

Теорема 4

Семейство *g-функций* $F = \{f_1, f_2, \dots, f_n\}$ правильно в том и только том случае, если его граф существенной зависимости G_F не содержит циклов.

Доказательство

Докажем необходимость. Допустим, что граф G_F содержит (ориентированные) циклы и рассмотрим кратчайший цикл $i_1 i_2 \dots i_k$. Случай $k = 1$ соответствует ориентированной петле в вершине i_1 . Но это означает, что функция f_{i_1} существенно зависит от переменной x_{i_1} , что противоречит правильности семейства F в силу Замечания 2 из работы [4].

Пусть теперь цикл $i_1 i_2 \dots i_k$ проходит по крайней мере через две вершины. Обозначим множество индексов этих вершин через $I = \{i_1, i_2, \dots, i_k\}$. Тогда для любого $j \in I, k$ функция $f_{i_{j+1}}$ существенным образом зависит от x_{i_j} (под $f_{i_{k+1}}$ подразумевается f_{i_1}). Заметим, что для любого индекса $j \in I$ функция f_j существенно зависит в точности от одного переменного $x_p, i \in I$. В самом деле, при $k = 2$ наличие двух различных индексов $i_1, i_2 \in I$ таких, что функция f_j существенно зави-

сит от переменных x_{i_1}, x_{i_2} , невозможно (т.к. в этом случае один из этих индексов совпадает с j и мы приходим к случаю петли, рассмотренному выше). Если же $k \geq 3$, то допустим, что (с точностью до циклической перестановки) существует индекс $s, 1 \leq s \leq k - 2$, такой, что f_{i_s} существенно зависит от x_{i_1} . Тогда граф G_F содержит ребро (i_s, i_k) и, следовательно, имеется более короткий цикл $i_1 i_2 \dots i_s i_k$, что противоречит выбору цикла $i_1 i_2 \dots i_k$.

Теперь возьмем $g' = (g, \dots, g)$ и выберем $g'' = (g_1, \dots, g_n)$ следующим образом. При $i \notin I$ положим $g_i = g$. Далее, поскольку f_{i_2} существенно зависит от x_{i_1} , то согласно определению *g-функции* можно выбрать значение переменной $x_{i_1} = g_{i_1}$ так, что $f_{i_2}(g, \dots, g, g_{i_1}, g, \dots, g) \neq f_{i_2}(g, \dots, g)$. Аналогично можно выбрать остальные $g_p, i \in I$, удовлетворяющие условиям

$$\begin{aligned} f_{i_1}(g, \dots, g, g_{i_1}, g, \dots, g) &\neq f_{i_1}(g, \dots, g) \\ f_{i_2}(g, \dots, g, g_{i_1}, g, \dots, g) &\neq f_{i_2}(g, \dots, g) \\ &\vdots \\ f_{i_k}(g, \dots, g, g_{i_{k-1}}, g, \dots, g) &\neq f_{i_k}(g, \dots, g). \end{aligned}$$

Но согласно доказанному ранее, каждая из этих функций существенно зависит только от одной из переменных $x_p, i \in I$. Поэтому значения функций в левых частях системы равны значениям тех же функций на наборе $g'' = (g_1, \dots, g_n)$. Это противоречит определению правильности семейства $F = \{f_1, f_2, \dots, f_n\}$, поскольку все функции семейства принимают различные значения на различных наборах $g' = (g, \dots, g)$ и $g'' = (g_1, \dots, g_n)$.

Докажем достаточность. Допустим, что семейство *g-функций* $F = \{f_1, f_2, \dots, f_n\}$ не является правильным. Тогда найдутся различные наборы $g' = (g'_1, \dots, g'_n)$ и $g'' = (g''_1, \dots, g''_n)$ со свойством, что для любого индекса $\alpha \in I, n$ из неравенства $g'_\alpha \neq g''_\alpha$ следует неравенство $f_\alpha(g') \neq f_\alpha(g'')$.

Рассмотрим множество $I = \{i_1, i_2, \dots, i_k\}$ всех индексов, по которым отличаются наборы g' и g'' . Возьмем какой-нибудь индекс $s_1 \in I$. Поскольку $f_{s_1}(g') \neq f_{s_1}(g'')$, функция f_{s_1} существенно зависит, по крайней мере, от одной из переменных $x_{i_1}, x_{i_2}, \dots, x_{i_k}$. Это означает, что граф G_F содержит, по крайней мере, одно ребро, заканчивающееся в вершине s_1 . Пусть это ребро (s_2, s_1) , где $s_2 \in I$. Точно так же находим индекс $s_3 \in I$, для которого граф G_F содержит ребро (s_3, s_2) . Продолжая этот процесс, получаем последовательность индексов s_1, s_2, \dots , принадлежащих множеству I , и таких, что граф G_F содержит ребра $(s_{j+1}, s_j), j = 1, 2, \dots$

В силу конечности множества I найдется индекс $s_q \in I$, равный некоторому полученному ранее индексу s_p . Это дает цикл $s_p s_{p+1} \dots s_{q-1}$ в графе G_F . Теорема доказана.

Теперь приведем класс правильных семейств функций, не удовлетворяющих условию Теоремы 4.

Будем называть функции f и g вида $G^n \rightarrow G$ ортогональными, если для любого $x \in G^n$ либо $f(x) = 0$ либо $g(x) = 0$.

Лемма

Пусть семейство $F = \{f_1, f_2, \dots, f_n\}$ попарно ортогональных функций таково, что для любого i , $1 \leq i \leq n$, функция f_i не зависит существенно от x_i . Тогда семейство F является правильным.

Доказательство леммы осуществляется непосредственной проверкой выполнения условия правильности семейства $F = \{f_1, f_2, \dots, f_n\}$.

Приведем пример семейства $F = \{f_1, f_2, \dots, f_n\}$ попарно ортогональных функций, удовлетворяющее условию леммы и такое, что граф существенной зависимости G_F является полным.

Действительно, возьмем произвольное собственное подмножество $L \subset H$, $\emptyset \neq L \neq H$, и рассмотрим соответствующую характеристическую функцию вместе с ее отрицанием:

$$L(x) = \begin{cases} 1, & x \in L \\ 0, & x \notin L \end{cases} \quad \bar{L}(x) = \begin{cases} 0, & x \in L \\ 1, & x \notin L \end{cases}$$

Определим семейство $F = \{f_1, f_2, \dots, f_n\}$ формулами

$$\begin{aligned} f_1 &= \bar{L}(x_2)L(x_3) \cdots L(x_{n-1})L(x_n)g_1 \\ f_2 &= \bar{L}(x_3)L(x_4) \cdots L(x_n)L(x_1)g_2 \\ &\vdots \\ f_n &= \bar{L}(x_1)L(x_2) \cdots L(x_{n-2})L(x_{n-1})g_n \end{aligned}$$

Здесь g_1, g_2, \dots, g_n – произвольные элементы группы G , а коэффициенты перед ними суть произведения характеристических функций. Нетрудно видеть, что для любого i , $1 \leq i \leq n$, функция f_i зависит существенным образом от всех переменных кроме x_i .

Полученное семейство $F = \{f_1, f_2, \dots, f_n\}$ является правильным, удовлетворяет условию леммы и имеет полный граф существенной зависимости G_F .

Таким образом, в работе показано, что для любого фиксированного числа переменных доля функций, для которых правильность семейств равносильна отсутствию циклов в графах существенной зависимости, стремится к 1 с ростом порядка группы. Также приведено простое достаточное условие построения правильных семейств функций над абелевыми группами с богатой цикловой структурой в графе существенной зависимости.

Библиографический список

1. Шеннон, К. Теория связи в секретных системах / К. Шеннон // Работы по теории информации и кибернетике. – М., 1963. – С. 333–369.
2. Носов, В.А. О построении классов латинских квадратов в булевой базе данных / В.А. Носов // Интеллектуальные системы. – 1999. – Т. 4. – Вып. 3–4. – С. 307–320.
3. Носов, В.А. Построение параметрического семейства латинских квадратов в векторной базе данных / В.А. Носов // Интеллектуальные системы. – 2004. – Т. 8. – Вып. 1–4. – С. 517–528.
4. Носов, В.А. Латинские квадраты над абелевыми группами / В.А. Носов, А.Е. Панкратьев // Фундаментальная и прикладная математика. – 2006. – Т. 12. – Вып. 3. – С. 65–71.
5. Применко, Э.А. Об условиях регулярности конечных автономных автоматов / Э.А. Применко, Э.Ф. Скворцов // Дискретная математика. – 1990. – Т. 2. – Вып. 1. – С. 26–30.
6. Denes J., Keedwell A.D., Latin squares and their applications, Budapest, 1974, 547 p.

О СВЯЗИ ПЕРИОДОВ СОСТОЯНИЙ И ПЕРИОДОВ ВЫХОДОВ АВТОНОМНЫХ АВТОМАТОВ

В.А. НОСОВ, *каф. МаТИС, мех.-мат. факультет МГУ им. М.В. Ломоносова*

Всюду под термином автомат будем понимать автономный автомат $A(X, Y, \varphi, f)$, где X – множество состояний автомата, Y – множество выходных символов, φ – функция переходов, f – функция выходов. Функционирование автомата определяется в дискретном времени следующими соотношениями:

$$x(t+1) = \varphi(x(t)), t = 0, 1, \dots \quad (1)$$

$$y(t) = f(x(t)), \quad (2)$$

где $x(t)$, $y(t)$ – состояние автомата и выходной символ в такте t , соответственно.

В процессе функционирования автомата для начального состояния x_0 определены две последовательности состояний

$$x_s = \varphi^s(x_0), s = 0, 1, \dots, \quad (3)$$

и выходных символов

$$y_s = f(x_s), s = 0, 1, \dots \quad (4)$$

Будем рассматривать только регулярные автоматы, т.е. автоматы, у которых функция φ является биективной. В этом случае обе последовательности (3), (4) будут периодическими для любого начального состояния x_0 ; при этом, если T и R – периоды последовательностей (3) и (4), то R делит T .

Нашей задачей будет установление связей между периодами состояний и периодами выходов определенных классов автоматов. Для практических приложений важно установить, имеет ли место случай $R < T$. Другой важной задачей является установление связи с известной задачей минимизации автомата, которая, в свою очередь, равносильна задаче определения классов эквивалентных состояний.

Всюду в дальнейшем будем считать, что автомат $A(X, Y, \varphi, f)$ обладает одноцикловой структурой, т.е. период последовательности состояний (3) совпадает с мощностью множества состояний X . Положим $|X| = T$. В этом случае порядок отображения φ (в групповом смысле) равен T .

Обозначим через $G(\varphi)$ циклическую группу порядка T , порожденную функцией перехода φ . Пусть $J(f)$ – группа инерции функции выхода f , т.е. множество биективных отображений g множества X на себя, относительно которых функция f инвариантна, т.е. справедливы соотношения для всех $x \in X$

$$f(x) = f(gx). \quad (5)$$

Справедлива

Теорема 1

Пусть автомат $A(X, Y, \varphi, f)$ обладает одноцикловой структурой и $|X| = T$. Тогда выполнено:

- а) если R – период выходной последовательности, то $\varphi^R \in J(f)$;
- б) R – наименьший делитель T , такой, что $\varphi^R \in J(f)$.

Если $\varphi^l \in J(f)$ для некоторого l , то $\varphi^k \in J(f)$ для некоторого k , где $k | T$, т.к. из $\varphi^l \in J(f)$ следует $G(\varphi^l) \subset J(f)$. Но $G(\varphi^l) \subset J(\varphi^{l, T})$, где (l, T) – наибольший общий делитель l, T . Значит, можно ограничиться степенями φ^k , где $k | T$.

Пусть имеем соотношение $\varphi^k \in J(f)$ и $k | T$. Тогда для любого $x \in X$ имеем

$$f(\varphi^k x) = f(x). \quad (6)$$

Рассмотрим произвольное x_0 в качестве начального состояния и образуем последовательность

$$x_s = \varphi^s(x_0), s = 0, 1, \dots$$

Из (6) получаем

$$f(\varphi^k x_s) = f(x_s) \text{ или } f(\varphi^k \varphi^s x_0) = f(\varphi^s x_0). \quad (7)$$

Отсюда получаем $y_{s+k} = y_s, s = 0, 1, \dots$, и, значит, k кратно периоду выходной последовательности R , т.е. $k = Ri$.

Пусть теперь R – период выходной последовательности. Тогда имеем

$$y_{s+R} = y_s, s = 0, 1, \dots \text{ или } f(\varphi^{s+R} x_0) = f(\varphi^s x_0), s = 0, 1, \dots$$

В силу одноцикловости φ для любого x_0 последовательность $\varphi^s(x_0)$ пробегает все множество X ; значит, $f(\varphi^R x) = f(x)$ для всех $x \in X$. Отсюда $\varphi^R \in J(f)$.

Пусть теперь R – не наименьший делитель T , что выполнено $\varphi^R \in J(f)$. Это значит, что существует k – делитель T , такой, что $\varphi^k \in J(f)$ и $k < R$. Согласно установленному, из $\varphi^k \in J(f)$ следует, что k кратно R , т.е. $k \geq R$, что противоречит допущению.

Следствие

Пусть автомат $A(X, Y, \varphi, f)$ обладает одноцикловой структурой. Тогда имеет место сокращение периода ($R < T$) в том и только том случае, когда функция выхода f имеет нетривиальную группу инерции в группе $G(\varphi)$.

Действительно, период выхода R равен минимальному делителю $T = |X|$, такому, что $\varphi^R \in J(f)$. Ясно, что $\varphi^R \neq e$ тогда и только тогда, когда $R < T$.

Рассмотрим вопрос нахождения преобразований множества состояний, которые не меняют выходов автомата для случая одноциклового автомата.

Определение

Биекция $\omega: X \rightarrow X$ множества состояний в себя автомата $A(X, Y, \varphi, f)$ называется автоморфизмом автомата, если выполняются соотношения

$$f(\varphi^s x) = f(\varphi^s \omega x) \text{ для всех } s = 0, 1, \dots, x \in X. \quad (8)$$

Ясно, что автоморфизмы автомата образуют группу, называемую группой автоморфизмов.

Напомним, что состояния x_0' и x_0'' автомата $A(X, Y, \varphi, f)$ называются эквивалентными, если они производят одинаковые выходные последовательности, т.е.

$$f(\varphi^s x_0') = f(\varphi^s x_0'') \text{ при всех } s = 0, 1, \dots \quad (9)$$

Пусть ω – автоморфизм автомата A . Тогда согласно определению состояния x и ωx эквивалентны для любого $x \in X$. Обратно, если ω такая биекция X в себя, что для любого $x \in X$ состояния x и ωx эквивалентны, то ω – автоморфизм автомата. Значит, задача определения группы автоморфизмов равносильна задаче классификации эквивалентных состояний.

Теорема 2

Пусть $A(X, Y, \varphi, f)$ – произвольный одноциклового автомата. Пусть R – период выходных

символов. Тогда эквивалентные состояния образуют области транзитивности группы $G(\varphi^R)$. При этом число классов эквивалентности равно $[G(\varphi):G(\varphi^R)]$ – индексу группы $G(\varphi^R)$ в группе $G(\varphi)$ и равно R , а каждый класс эквивалентности содержит по $[G(\varphi^R):1] = T/R$ состояний.

Пусть состояния x_0' и x_0'' эквивалентны. Тогда имеем по определению

$$f(\varphi^s(x_0')) = f(\varphi^s(x_0'')), s = 0, 1, \dots$$

Поскольку автомат $A(X, Y, \varphi, f)$ одноцикловый, то существует k , такое, что $x_0'' = \varphi^k x_0'$. Следовательно, выполнено соотношение

$$y_s = f(\varphi^s(x_0')) = f(\varphi^s(\varphi^k x_0')) = y_{s+k}, s = 0, 1, \dots$$

Отсюда следует, что k кратно периоду выхода R , т.е. $k = k_1 R$ и, следовательно, $x_0'' = (\varphi^R)^{k_1} x_0'$.

Обратно, пусть x_0' и x_0'' таковы, что $x_0'' = \varphi^{k_1 R} x_0'$ для некоторого k_1 . Тогда x_0' и x_0'' будут эквивалентны, т.к.

$$y_s'' = f(\varphi^s(x_0'')) = f(\varphi^s(\varphi^{k_1 R} x_0')) = f(\varphi^{s+k_1 R} x_0') = f(\varphi^s x_0') = y_s'.$$

Значит, эквивалентные состояния получают одно из другого с помощью преобразования из группы $G(\varphi^R)$. Отсюда получаем, что число состояний в классе эквивалентности равно $[G(\varphi^R):1]$ – порядку группы $G(\varphi^R)$, т.е. T/R , $T = |X|$, а число классов эквивалентности равно $[G(\varphi):G(\varphi^R)]$ – индексу группы $G(\varphi^R)$ и равно R .

Следствие 1

Одноцикловый автомат $A(X, Y, \varphi, f)$ имеет эквивалентные состояния тогда и только тогда, когда имеет место сокращение периода выходных символов.

Следствие 2

Группа автоморфизмов одноциклового автомата $A(X, Y, \varphi, f)$ есть прямое произведение групп подстановок классов эквивалентных состояний и имеет порядок

$$\left(\frac{T}{R}\right)^R, T = |X|, \quad (11)$$

где R – период выходов.

Следствие 3

Минимальный автомат $\bar{A}(\bar{X}, \bar{Y}, \bar{\varphi}, \bar{f})$ для одноциклового автомата $A(X, Y, \varphi, f)$ имеет R состояний, где R – период выходных символов.

Специализируем теперь рассматриваемые автоматы, чтобы облегчить получение информации о группе инерции функции выхода f .

Определение

Автомат $A(X, Y, \varphi, f)$ будем называть ячеечным, если $X = E_n^m$, т.е. множество состояний есть множество n -мерных наборов (x_1, \dots, x_n) , где $x_i \in [0, 1, \dots, m-1]$, $i \in \overline{1, n}$. При этом $|X| = m^n$.

Теорема 3

Пусть ячеечный автомат $A(E_n^m, Y, \varphi, f)$ одноцикловый. Тогда функция выхода f имеет нетривиальную группу инерции в группе $G(\varphi)$ тогда и только тогда, когда f имеет нетривиальную группу инерции в группе $G(\varphi^{m-1})$.

Пусть f имеет нетривиальную группу инерции в группе $G(\varphi)$, т.е. существует R , что $\varphi^R \in J(f)$, $\varphi^R \neq e$. Согласно замечанию в доказательстве Теоремы 1 считаем, что $R|m^n$, $R < m^n$.

Поскольку R делит m^n , то $R = s_1 \dots s_n$, где s_i – делитель m , $1 \leq s_i \leq m$. Из того, что $R < m^n$ следует существование номера i , такого, что $s_i < m$. Пусть для определенности $s_1 < m$. Обозначим $P_i = m / s_i$, $i \in \overline{1, n}$. Тогда R делит число $s_1 s_2 \dots s_n p_2 \dots p_n = s_1 m^{n-1}$, где $1 \leq s_1 \leq m$.

Если теперь $\varphi^R \in J(f)$, то и $\varphi^{Rt} \in J(f)$ для любых целых t . Согласно доказанному, существует t , такое, что $Rt = m^{n-1}k$, $1 \leq k \leq m$. Значит, $\varphi^{m^{n-1}k} = (\varphi^{m^{n-1}})^k \in J(f)$. При этом $\varphi^{m^{n-1}k} \neq e$, т.к. порядок φ равен m^n .

Обратное утверждение очевидно.

Следствие

Для одноциклового ячеечного автомата $A(E_n^m, Y, \varphi, f)$ период выхода сокращается тогда и только тогда, когда функция выхода f имеет нетривиальную группу инерции в группе $G(\varphi^{m-1})$.

Замечание

Если m – простое число, то f имеет нетривиальную группу инерции в группе $G(\varphi^{m-1})$ тогда и только тогда, когда $\varphi^{m-1} \in J(f)$, т.е. $f(x) = f(\varphi^{m-1} x)$ для всех $x \in X$.

Определение

Функция f на множестве E_n^m называется равномерной, если существует $d | m$, $d > 1$, такое, что каждое значение функции принимается кратное d число раз.

Теорема 4

Если функция выходов f одноциклового ячеечного автомата $A(E_n^m, Y, \varphi, f)$ не является равномерной, то группа инерции f в группе $G(\varphi)$ тривиальна. Если функция выходов f является равномерной, то существует φ , такое, что f имеет нетривиальную группу инерции в группе $G(\varphi)$.

Пусть f имеет нетривиальную группу инерции в $G(\varphi)$. Тогда по предыдущему f имеет нетривиальную группу инерции в $G(\varphi^{m-1})$. Значит, существует k , $1 \leq k \leq m$, $k | m$, такое, что $\varphi^{m-1 \cdot k} \in J(f)$ или $f(x) = f(\varphi^{m-1 \cdot k}(x))$ для всех $x \in E_n^m$. Тогда значения $f(x)$ совпадают в $d = (m/k) > 1$ точках, т.е. функция f – равномерная.

Пусть f – равномерная функция. Значит, существует $d | m, d > 1$, что значения f принимаются кратное d число раз. Рассмотрим подстановку S множества E_n^m , которая состоит из m^n / d циклов длины d и в состав каждого цикла входят только элементы E_n^m , на которых f принимает одинаковые значения. Согласно предположению о равномерности f такая подстановка S существует.

Теперь рассмотрим подстановку φ множества E_n^m , определенную равенством $\varphi = \varphi^{m^{n-1}k} \sqrt[d]{S} \times (\varphi^{m^{n-1}k} = S)$, где $k = m / d$. Ясно, что φ – одноцикловая подстановка множества E_n^m . Имеем по построению $\varphi^{m^{n-1}k} \in J(f)$, т.к. значения f совпадают на циклах подстановки $\varphi^{m^{n-1}k}$.

Рассмотрим сначала ячеечные автоматы при $m = 2$. В этом случае функция переходов φ задается семейством булевых функций

$$\varphi = (f_1(x_1, \dots, x_n), \dots, f_n(x_1, \dots, x_n))$$

от n переменных. Пусть φ имеет «треугольный» тип, т.е.

$$\begin{aligned} f_1 &= f_1(x_1) \\ f_2 &= f_2(x_1, x_2) \\ &\dots \\ f_n &= f_n(x_1, \dots, x_n). \end{aligned} \quad (12)$$

Индукцией по n легко доказывается [2]

Теорема 5

Отображение φ вида (12) биективно тогда и только тогда, когда оно представляется в виде

$$\begin{aligned} y_1 &= x_1 + h_1 \\ y_2 &= x_2 + h_2(x_1) \\ &\dots \\ y_n &= x_n + h_n(x_1, \dots, x_{n-1}), \end{aligned} \quad (13)$$

где h_1 – константа.

Теорема 6

Отображение φ вида (13) является одноцикловым тогда и только тогда, когда $h_1 = 1$ и вес функций h_2, \dots, h_n нечетен.

Доказательство легко осуществляется индукцией по n .

Следствие

Пусть φ – одноцикловое преобразование вида (13). Тогда $\varphi^{2^{m-1}}(x_1 \dots x_n) = (x_1 \dots x_{n-1} \bar{x}_n)$.

Следствие

Пусть $A(E_n^m, Y, \varphi, f)$ – одноцикловый ячейный автомат с функцией перехода вида (13). Тогда период выходов сокращается (существуют эквивалентные состояния) тогда и только тогда, когда функция выхода $f(x_1, \dots, x_n)$ зависит от x_n не существенно. (В этом случае период выхода R равен 2^i , где i – максимальный номер существенно-го переменного функции выхода $f(x_1, \dots, x_n)$.)

Пусть теперь m – произвольное натуральное число. В этом случае функция переходов φ задается семейством $(f_i), i \in 1, n$, функций m -значной логики. Пусть семейство $(f_i), i \in 1, n$, может быть представлено в виде (13) (как функции m -значной логики).

Теорема 6

Отображение φ множества E_n^m в себя вида (13) является одноцикловым тогда и только тогда, когда выполнены условия

$$(h_1, m) = 1, (|h_2|, m) = 1, \dots, (|h_n|, m) = 1,$$

где

$$|h_i| = \sum_{x_1, \dots, x_{i-1}} h_i(x_1, \dots, x_{i-1})$$

(сумма натуральных чисел по модулю m).

Доказательство аналогично Теореме 6.

Следствие

В условиях Теоремы 6' справедливо

$$\varphi^{m^{n-1}}(x_1, \dots, x_n) = (x_1, \dots, x_{n-1}, x_n + |h_n|).$$

Для некоторых случаев функций m -значной логики данный результат можно упростить.

Представление функций m -значной логики вида (13) будем называть псевдобулевым, если существуют константы a, b из $\{0, 1, \dots, m-1\}$, булевы функции g_2, \dots, g_n , функции p_1, \dots, p_{n-1} , где $p_i: \{0, 1, \dots, m-1\} \rightarrow \{0, 1\}, i \in [1, n-1]$, такие, что выполнены равенства

$$\begin{aligned} h_2(x_1) &= a + (b-a)g_2(p_1(x_1)) \\ h_3(x_1, x_2) &= a + (b-a)g_3(p_1(x_1), p_2(x_2)) \\ &\dots \\ h_n(x_1, \dots, x_{n-1}) &= a + (b-a)g_n(p_1(x_1), \dots, p_{n-1}(x_{n-1})). \end{aligned} \quad (14)$$

Теорема 7

Пусть отображение φ множества E_n^m в себя имеет вид (13) и выполнено псевдобулево представление (14). Тогда φ является одноцикловым в том и только том случае, когда выполнены условия

$$(h_1, m) = 1, ((b-a), m) = 1, (q_1, m) = 1, \dots, (q_{n-1}, m) = 1, (C(g_2), m) = 1, \dots, (C(g_n), m) = 1,$$

где $g_i = |\{p_i^{-1}(1)\}|, i = 1, n-1$,

$C(g_i)$ – коэффициент Фурье функции $g_i, i = 2, n$, определяемый равенством

$$C(g(x_1, \dots, x_n)) = \sum_{x_1, \dots, x_n} (-1)^{N(x_1, \dots, x_n)} \cdot g(x_1, \dots, x_n)$$

(сумма действительная, $N(x_1, \dots, x_n)$ – число нулей в наборе (x_1, \dots, x_n)).

Доказательство осуществляется индукцией по n .

Следствие

В условиях Теоремы 7 справедливо

$$\varphi^{m^{n-1}}(x_1, \dots, x_n) = (x_1, \dots, x_{n-1}, x_n + (b-a)q_1 \dots q_{n-1}C(g_n)).$$

Таким образом, предложен класс преобразований, для которых эффективно решается вопрос

о сокращении периода выхода и о наличии эквивалентных состояний в одноцикловом автомате.

Замечание 1

Для вычисления коэффициентов Фурье существуют эффективные алгоритмы, основанные на быстром преобразовании Фурье.

Замечание 2

Использованное свойство отображения φ , для которого $\varphi^{m+1}(x_1, \dots, x_n) = (x_1, \dots, x_{n-1}, x_n + c)$ может выполняться не только у одноцикловых преобразований треугольного вида. Рассмотрим отображение $\varphi : E_3 \rightarrow E_3$ вида

$$\begin{aligned} f_1 &= x_2 \\ f_2 &= x_1 + 1 \\ f_3 &= x_1 + x_2 + x_3 + x_1x_2 \end{aligned} \quad (15)$$

Данное преобразование регулярно и одноцикловое, причем выполнено

$$\varphi^4(x_1, x_2, x_3) = (x_1, x_2, \bar{x}_3) \text{ для всех } (x_1, x_2, x_3).$$

Рассмотрим вопрос о сложности рассмотренных задач для булевских автоматов, т.е. множества состояний и выходов кодируются двоичными наборами, а функции переходов и выходов задаются двоичными функциями. Как обычно, проблему называем NP-трудной, если из существования для нее разрешающего алгоритма полиномиальной сложности следует $P = NP$ и NP-полной, если при этом она принадлежит классу NP. Для проблем Π_1, Π_2 мы пишем $\Pi_1 \leq \Pi_2$, если из полиномиальной разрешимости Π_2 следует полиномиальная разрешимость Π_1 . В целях избежания неоднозначности толкования все задачи приводятся в единой стандартной форме.

1. Регулярность семейства булевских функций.

Дано: Семейство из n булевских функций $\varphi = (f_1, \dots, f_n)$ от n переменных (x_1, \dots, x_n) , каждая из которых задана в КНФ.

Вопрос: Верно ли, что φ задает биекцию множества E_n ?

2. Одноцикловость булевого отображения.

Дано: Биективное булево отображение $\varphi : E_n \rightarrow E_n$, заданное семейством формул $\varphi = (f_i), i \in \{1, \dots, n\}$, в базисе $(+, \vee, \cdot, -)$.

Вопрос: Верно ли, что φ является одноцикловым?

3. Существование эквивалентных состояний одноциклового булевого автомата.

Дано: Автономный автомат $A(E_n^m, Y, \varphi, f)$, где φ – одноцикловое отображение E_n в себя, заданное семейством n булевых функций $(f_i), i \in \{1, \dots, n\}$, f – булева функция n переменных. Все функции заданы формулами в базисе $(+, \vee, \cdot, -)$.

Вопрос: Верно ли, что автомат A имеет эквивалентные состояния?

Теорема 8

Задачи 1, 2, 3 являются NP-трудными.

Пусть $f(x_1, \dots, x_n)$ – произвольная индивидуальная задача «выполнимость КНФ». Образует функцию

$$f^*(x_0, x_1, \dots, x_n) = \bar{x}_0 f(x_1, \dots, x_n) \vee x_0,$$

где x_0 – новое переменное. Функция f^* строится по функции f за полиномиальное время от длины задания f .

Рассмотрим отображение $\varphi : E_{n+1} \rightarrow E_{n+1}$ вида

$$(x_0, x_1, \dots, x_n) \rightarrow (f^*(x_0, x_1, \dots, x_n), x_1, \dots, x_n). \quad (16)$$

Отображение φ регулярно тогда и только тогда, когда функция $f(x_1, \dots, x_n) \equiv 0$ (т.е. задача невыполнима).

Действительно, рассмотрим два произвольные набора x_0' и x_0'' из E_{n+1} . Если они различаются на координатах (x_1, \dots, x_n) , то их образы при отображении φ различны. Если же $x_1' = x_1'', \dots, x_n' = x_n''$, то $f^*(x_0', x_1', \dots, x_n') = f^*(x_0'', x_1'', \dots, x_n'')$, если $f(x_1', \dots, x_n') = 1$ и $f^*(x_0, x_1', \dots, x_n') \neq f^*(\bar{x}_0, x_1', \dots, x_n')$, если $f(x_1', \dots, x_n') = 0$. Если существует полиномиальный алгоритм проверки регулярности булевого отображения, то, применяя его к отображению (16), получаем полиномиальный алгоритм решения задачи «выполнимость». Поскольку задача «выполнимость» NP-полна, получаем противоречие.

Доказательство NP-трудности задач 2,3 аналогично.

В работе [3] представлен ряд NP-трудных задач теории автоматов, которые относятся к определению эквивалентных состояний, установлению цикловых структур и связи периодов состояний и выходов.

Библиографический список

1. Носов, В.А. Критерий регулярности булевого неавтономного автомата с разделенным входом / В.А. Носов // Интеллектуальные системы. – 1998. – Т. 3. – Вып. 3–4. – С. 269–280.
2. Носов, В.А. Специальные главы дискретной математики: учеб. пособие / В.А. Носов. – М., 1990.
3. Алексеев, В.Б. NP-полные задачи и их полиномиальные варианты. Обзор / В.Б. Алексеев, В.А. Носов // Обзорные промышленной и прикладной математики. – 1997. – Т. 4. – Вып. 2. – С. 165–193.
4. Клосс, Б.М. Определение регулярности автомата по его каноническим уравнениям / Б.М. Клосс, В.А. Малышев // ДАН СССР. – 1967. – Т. 172. – № 3. – С. 543–546.
5. Huffman D.A. Canonical Forms for Information Lossless Finite-State Logical Machines. IRE Trans. Circ. Theory, 1959, v.6, p.41–59.

ПРОЕКТИРОВАНИЕ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ КОМПЬЮТЕРНЫМИ СЕТЯМИ

Ю.Л. ЛЕОХИН, доц. МГИЭМ (технический университет), канд. техн. наук,
А.Д. БОНДАРЕНКО, асп. МГИЭМ (технический университет)

Под компьютерной сетью (далее – КС) понимается совокупность элементов, включающая компьютеры, терминалы, сетевое оборудование, сетевые протоколы и программное обеспечение, объединенные в единую систему для решения определенной функциональной задачи.

Подобный подход позволяет уделить дополнительное внимание вопросам оптимизации параметров и характеристик элементов сети, совместимости сетевого оборудования, прогнозирования работы КС, динамике процессов регулирования. КС можно характеризовать следующими функциями, определяющими ее качество:

1. Функция скорости передачи

$$f_1 = v(k_{\text{загрузки}}),$$

где v – средняя скорость передачи данных от файлового сервера клиентам;

$k_{\text{загрузки}}$ – коэффициент нормальной загрузки буфера коммутатора, $k_{\text{загрузки}} \in \{0..1\}$;

Принимаем условие, что при $k_{\text{загрузки}} = 1$ происходит пиковая нагрузка, а при $k_{\text{загрузки}} > 1$ происходит перегрузка, являющаяся нежелательной.

2. Функция динамики

$$f_2 = N_{\text{перегрузки}}(t),$$

где $N_{\text{перегрузки}}$ – число перегрузок;
 t – текущее время.

3. Функция информационной перегрузки

$$f_3 = \sum I_{\text{буфера}}(t_{\text{тек}}),$$

где $I_{\text{буфера}}$ – количество информации в буфере, суммирование ведется по периоду наблюдения для моментов при $k_{\text{загрузки}} > 1$.

Очевидно, что качество работы КС определяется условиями оптимизации введенных функционалов. С точки зрения обсуждаемого вопроса проектирования систем управления (далее – СУ) КС с новыми возможностями интересной представляется ориентация главной задачи, решаемой СУ, на обеспечение качества работы КС с позиций ее функционального назначения. Это качество, к сожалению, не может быть в полной мере обеспечено обычно используемыми СУ, в связи с тем, что управлению подлежат нелинейные процессы в КС, в результате чего возникает необходимость учета многопараметрических функций, формирующих математическую модель КС, а именно:

– линейные алгоритмы, которые применяются в СУ КС, не позволяют управлять КС в полной мере, и часть функций по управлению передается администратору;

– в рассмотренных СУ КС отсутствует функция прогнозирования работы КС;

– сетевые проблемы обычно устраняются администратором вручную;

– СУ КС не обеспечивают адаптивности алгоритмов управления и перевода его в режим интеллектуальности.

Под интеллектуальностью системы и, в частности СУ, мы понимаем способность системы принимать нестандартные решения в условиях некой неопределенности и формировать новый алгоритм действия.

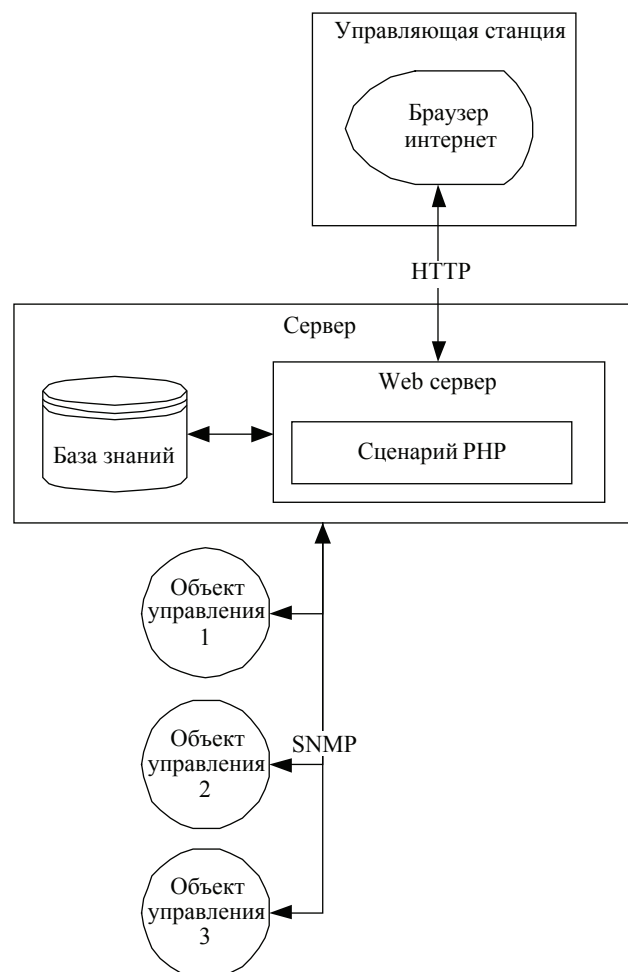


Рис. 1. Распределенная архитектура СУ с применением технологии Web

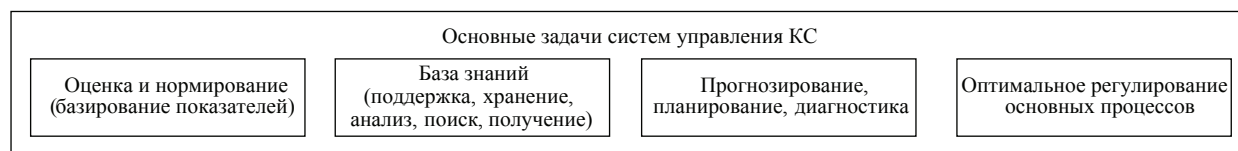


Рис. 2. Основные задачи управления

Т а б л и ц а

Сравнение систем управления

№ п/п	Критерий сравнения	Стандартные СУ КС			ИСУ КС
		HP OpenView Network Node Manager [1]	IBM Tivoli NetView [2]	Sun Solstice Domain Manager [3]	NIMS
1	Возможность работы под любой операционной системой	–	+	–	+
2	Возможность работы на рабочей станции без выделения отдельного сервера.	+	+/-	–	+
3	Возможность использования стандартного клиентского ПО	+/-	+	–	+
4	Обеспечение прогнозирования работы КС	–	–	–	+
5	Возможность устранения проблем в КС без участия сетевого администратора	–	–	–	+

На рис. 1 предложен вариант интеллектуальной системы управления КС NIMS (Network Intellectual Management System).

Системы управления КС, основанные на распределенной архитектуре с применением технологии Web, обычно работают при помощи протокола HTTP. Таким образом, стандартное клиентское ПО позволяет заменить специфическое клиентское ПО, которое обычно используется для управления КС. Web сервер занимается обработкой запросов пользователей, созданием и выполнением SNMP запроса к управляемому устройству, получением информации и созданием отчета в формате HTML, который отсылается обратно пользователю.

Основными преимуществами распределенной архитектуры с применением технологии Web являются:

1. Возможность изменения программного кода менеджера одновременно с изменением программного кода агента (коды агента и менеджера находятся на Web сервере и легко доступны).
2. Простота доступа к менеджеру, нет необходимости специальной инсталляции.
3. Многоплатформенность менеджеров и агентов.
4. Отсутствие необходимости приобретения сложной компьютерной техники для установки менеджера.

Результаты сравнения известных СУ КС представлены в таблице.

Таким образом, на основании матричного рассмотрения критериев, определяющих качес-

тво функционирования СУ, могут быть сформулированы основные задачи системы управления, характеризующейся элементами интеллектуальности. Эти задачи приведены на рис. 2.

Решение составленного комплекса задач было проведено с применением аппарата экспертных систем (далее ЭС) в совокупности с технологиями Web.

При использовании технологий Web, ИСУ КС становится легко масштабируемой, платформенно-независимой, нетребовательной к системным ресурсам, появляется возможность использования стандартного клиентского ПО для работы с ИСУ КС. Применение аппарата ЭС для интеллектуализации СУ КС позволяет решать задачи по прогнозированию поведения КС, по объяснению методологии принятия решения, а также по накоплению прецедентных данных.

На рис. 3 представлена структура NIMS, реализующая описанные принципы.

NIMS разработана на языке PHP, для хранения базы знаний используется СУБД MySQL, для сбора статистики с сетевых устройств используется протокол SNMP.

NIMS инициирует запрос данных от каждого элемента КС, получает и передает их на первый уровень анализа. На первом уровне происходит предварительный анализ состояния конкретного элемента сети без учета его окружения, после чего все результаты отправляются на второй уровень и при необходимости в базу знаний.

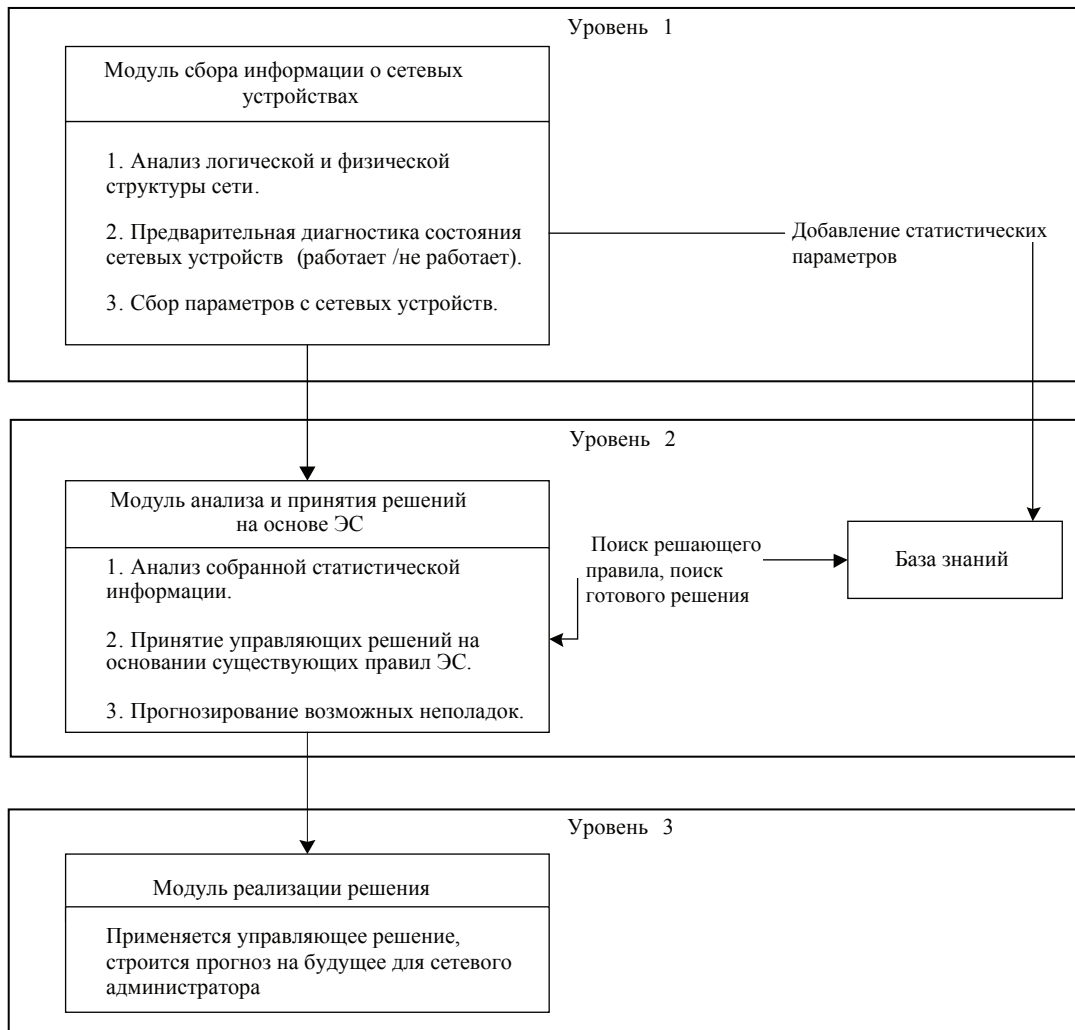


Рис. 3. Структура NIMS

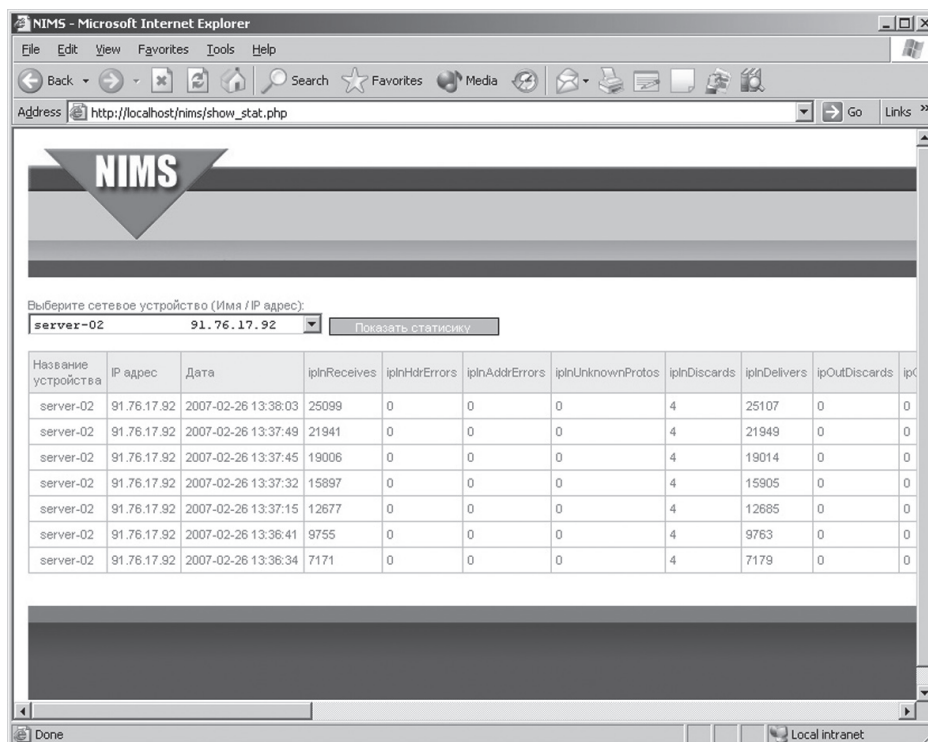


Рис. 4. Скриншот программы NIMS

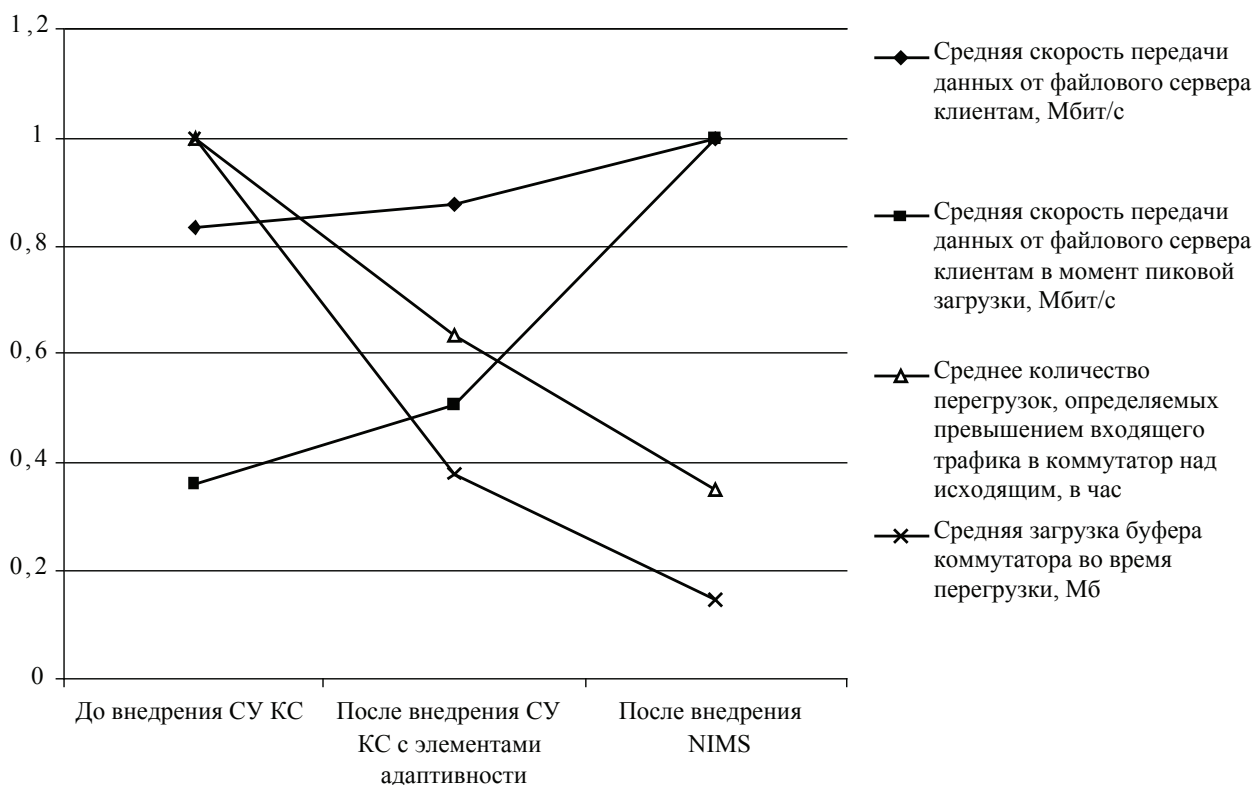


Рис. 5. Результаты внедрения NIMS

На втором уровне происходит углубленный анализ состояния сетевых устройств при помощи аппарата экспертных систем и обращения в базу знаний и при необходимости принимается решение по управлению. Кроме этого, на втором уровне формируется прогноз состояния возможных неполадок КС. Это позволяет сетевому администратору выявить проблему в сети на ранней стадии до того, как она станет критической для функционала КС.

На третьем уровне осуществляется реализация принятых управляющих решений.

Ядром NIMS, определяющим ее функциональность, является программа, скриншот которой представлен на рис. 4.

На рис. 5 приведены показатели, характеризующие работу центрального сегмента КС стандарта Ethernet в трех случаях: без использования СУ, после внедрения СУ с элементами адаптивности и при работе NIMS. Очевидным результатом является перспективность применения многоуровневой интеллектуальной системы управления компьютерными сетями, обладаю-

щими достаточной сложностью с точки зрения обеспечения эффективности их основных характеристик, определяющих качество и надежность ее работы.

Процесс интеллектуализации СУ КС, обеспечивающий оптимальное качество функционирования КС, должен рассматриваться как итерационный, что связано, во-первых, с непрерывным введением новых критериев управления КС, включающих не только обслуживание инструментальной и программной базы КС, но и учет ее общей эффективности при выполнении функционального предназначения, во-вторых, с непрерывным расширением списка учитываемых данных, в-третьих, с непрерывным совершенствованием формата базы знаний.

Библиографический список

1. http://www.ibm.com/ru/software/tivoli/products/net_view.html.
2. http://www.ibm.com/ru/software/tivoli/products/net_view.html.
3. Novell Inc. LANalyzer and LANtern Product Guide, San Jose, California, USA, 1998,-pp. 34-49.

ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ СПЕКТРОВ ГРАФОВ АВТОМАТОВ В ЗАДАЧЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ФУНКЦИИ ВЫХОДОВ ПО ВЕРОЯТНОСТЯМ БИГРАММ В ВЫХОДНОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ

С.Ю. МЕЛЬНИКОВ. *Стэл – Компьютерные Системы, канд. физ.-мат. наук*

Пусть A – конечный автономный вероятностный автомат Мура [1], $A = (S, Y = \{0,1\}, H, f)$, где $S = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$ – множество состояний, H – дваждыстохастическая квадратная порядка n матрица. Будем предполагать, что начальное распределение на множестве состояний является равномерным. Автомат A из состояния s переходит в состояние \tilde{s} с вероятностью $H(s, \tilde{s})$. Функция выходов f определена на множестве состояний S и принимает значения из множества вероятностных мер на алфавите Y . Обычно эта функция задается матрицей размера $|S| \times |Y|$, (s, y) , элемент которой равен вероятности появления на выходе символа y , если автомат перешел в состояние s . В силу стохастичности этой матрицы в нашем случае $Y = \{0, 1\}$ функция $f: S \rightarrow [0, 1]$ задается вектором-строкой $\mathbf{f} = (f(s_1), f(s_2), \dots, f(s_n))$, $0 \leq f(s_j) \leq 1$. При этом автомат выдает на выходе символ 1 с вероятностью $f(s)$, символ 0 с вероятностью $1 - f(s)$.

В ряде работ, связанных с распознаванием автоматов и анализом генераторов случайных чисел, изучается задача восстановления неизвестных параметров автомата по значениям (или их статистическим оценкам) вероятностей определенных событий в выходной последовательности [2, 3]. В работе рассматривается частный случай такой постановки. Матрица H предполагается заданной, а функция выхода f – неизвестной и подлежащей определению по вероятностным свойствам выходной последовательности.

В качестве известных вероятностных свойств выходной последовательности $y^{(j)}$, $j=0,1,\dots$ будем предполагать заданными значения вероятностей $P(I_t)$ биграмм $I_t = \{y^{(j)} = 1, y^{(j+t)} = 1\}$, $t = 1, 2, \dots, m$. Очевидно, в рассматриваемом случае эти значения не зависят от j .

Представление вероятности биграммы I_t в виде квадратичной формы

Утверждение 1

Справедливы соотношения

$$P(I_t) = \frac{1}{n} \mathbf{f} H^t \mathbf{f}^T = \frac{1}{2n} \mathbf{f} \left(H^t + (H^t)^T \right) \mathbf{f}^T, \quad t = 1, 2, \dots \quad (1)$$

Доказательство

По формуле полной вероятности

$$P(I_t) = P(\{y_j = 1, y_{j+t} = 1\}) = \sum_{(s, \tilde{s})} P(s, \tilde{s}) f(s) f(\tilde{s}),$$

где $P(s, \tilde{s})$ – вероятность того, что s является j -м, а $\tilde{s} - (j+t)$ -м членами в последовательности состояний автомата. Вероятности переходов за t шагов определяются матрицей H^t . Поскольку начальное вероятностное распределение на множестве состояний автомата равномерное, то в силу предположения о дваждыстохастичности матрицы H имеем

$$\begin{aligned} P(I_t) &= \frac{1}{n} \sum_{(s, \tilde{s})} H^t(s, \tilde{s}) f(s) f(\tilde{s}) = \\ &= \frac{1}{n} \mathbf{f} H^t \mathbf{f}^T = \frac{1}{2n} \mathbf{f} \left(H^t + (H^t)^T \right) \mathbf{f}^T. \end{aligned}$$

Утверждение 2

Пусть матрица H является симметрической и все ее собственные числа различны. Тогда системы уравнений относительно вектора неизвестных \mathbf{f} вида

$$\{P(I_t) = \frac{1}{n} \mathbf{f} H^t \mathbf{f}^T, \quad t = 1, 2, \dots, m \quad (2)$$

при $m = n, n+1, n+2, \dots$ эквивалентны между собой. При $m \geq n$ количество решений системы (2) не превосходит 2^n .

Доказательство

Пусть $\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n\}$ – множество всех собственных чисел матрицы H . Пусть L – ортогональная порядка n матрица такая, что

$$LHL^T = D = \text{Diag}\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n\}.$$

Осуществляя в (2) замену $\mathbf{f} = \sqrt{n} \mathbf{u} L$, получаем заведомо совместную систему уравнений относительно u_i

$$\left\{ P(I_t) = \mathbf{u} D^t \mathbf{u}^T = \sum_{i=1}^n \lambda_i^t u_i^2, \quad t = 1, 2, \dots, m \right. \quad (3)$$

Система (3) линейна относительно переменных $w_i = u_i^2$

$$\left\{ P(I_t) = \sum_{i=1}^n \lambda_i^t w_i, \quad t = 1, 2, \dots, m \right. \quad (4)$$

Определитель подсистемы из первых n уравнений есть определитель Вандермонда и в силу условия $\lambda_i \neq \lambda_j$ отличен от нуля. Поэтому эта подсистема имеет единственное решение

$(w_1^{(0)}, w_2^{(0)}, \dots, w_n^{(0)})$. Уравнения системы (4), соответствующие номерам $t > n$, являются следствием первых n уравнений. Поэтому все такие системы при $m = n, n + 1, n + 2, \dots$ эквивалентны между собой. Возвращаясь к переменным u_i по правилу

$$u_i^{(0)} = \pm \sqrt{w_i^{(0)}},$$

заключаем, что система (3), а вместе с ней и исходная, имеет не более 2^n решений.

Спектры неориентированных степеней графов де Брейна и ранги квадратичных форм, соответствующих регистрам сдвига со случайным входом

Случай, когда матрица переходов автомата не является симметрической, представляется значительно более сложным. Не все матрицы $H^t + (H^t)^T, t = 1, 2, \dots$ могут оказаться одновременно диагонализруемыми [7], и описывающие вероятности биграмм квадратичные формы могут не приводиться одновременно к сумме квадратов.

Под спектром и характеристическим многочленом графа (псевдографа) мы понимаем соответствующие характеристики его матрицы смежности.

В определенной степени сложность квадратичного уравнения (1) характеризуется рангом квадратичной формы, т.е. минимальным количеством переменных квадратичной формы, которое может быть получено при всевозможных невырожденных линейных преобразованиях вектора неизвестных. Ниже мы вычислим спектры t -х неориентированных степеней двоичного графа де Брейна и получим выражения для рангов квадратичных форм, соответствующих биграммам I_t для двоичного регистра сдвига с накопителем размера n и случайным равновероятным входом и тремя вариантами законов движения информации по накопителю. Ранг квадратичной формы, описывающей вероятность биграммы I_t , можно трактовать как число ненулевых элементов в спектре графа, являющегося t -й неориентированной степенью графа переходов исходного автомата. Метод, примененный для вычисления спектров t -х неориентированных степеней графа де Брейна, является развитием подхода [4] и использует преобразование унитарного подобия матрицы смежности графа. Для случая $t = 1$ спектр неориентированного графа де Брейна получен в [5] и [4].

Пусть V^n – пространство n – мерных q -ичных векторов, $q = 2, 3, \dots, n = 1, 2, \dots$ Графом G_n де Брейна степени n называется ориентированный

граф с множеством вершин V^n , содержащий дугу, выходящую из вершины $(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$ и заходящую в вершину $(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n)$ в том и только в том случае, когда $(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{n-1})$. Пусть G_n' – оргграф, полученный из G_n изменением направления всех дуг на противоположное. Граф де Брейна обычно интерпретируется как граф переходов q -ичного сдвигового регистра с накопителем размера n при сдвиге заполнения на одну ячейку. Псевдограф (содержащий петли и кратные ребра) $\tilde{G}_n = G_n \cup G_n'$ называется неориентированным графом де Брейна.

Пусть G_n^t – t -я степень графа де Брейна, т.е. граф переходов сдвигового регистра с накопителем размера n при сдвиге заполнения на t ячеек. Псевдограф $\tilde{G}_n^{(t)} = (G_n^t) \cup (G_n^t)'$ будем называть t -й неориентированной степенью графа G_n . При $t = 1$, очевидно, $\tilde{G}_n^{(1)} = \tilde{G}_n$, при $t \geq n$ граф $\tilde{G}_n^{(t)}$ является полным, с кратностью каждого ребра $2q^{t-1}$.

Введем следующие квадратные размера q^n матрицы, столбцы и строки которых занумерованы векторами α и β из V^n в лексикографическом порядке (операции сложения и умножения производятся над полем комплексных чисел)

$$B_n = (b_{\alpha\beta}), b_{\alpha\beta} = \begin{cases} 1, & \text{если } \alpha_2\alpha_3 \dots \alpha_n = \beta_1\beta_2 \dots \beta_{n-1}, \\ 0 & \text{в противном случае} \end{cases},$$

$$\tilde{B}_n^{(t)} = B_n^t + (B_n^t)^T,$$

$$C_n = (c_{\alpha\beta}), c_{\alpha\beta} = \begin{cases} 1, & \text{если } \alpha_1 = \beta_n = \\ 0 & \text{и } \alpha_2\alpha_3 \dots \alpha_n = \beta_1\beta_2 \dots \beta_{n-1}, \\ 0 & \text{в противном случае} \end{cases},$$

$$\tilde{C}_n^{(t)} = C_n^t + (C_n^t)^T, K_n = (k_{\alpha\beta}), k_{\alpha\beta} = \varepsilon^{\langle \alpha, \beta \rangle},$$

где $\varepsilon = e^{2\pi i/q}$ – примитивный корень q -й степени из единицы,

$$\langle \alpha, \beta \rangle = \sum_{i=1}^n \alpha_i \beta_i,$$

K_n^* – сопряженная к K_n матрица.

Утверждение 3

Справедливы матричные равенства

$$K_n B_n = q C_n K_n,$$

$$\frac{1}{q^{n+t}} K_n \tilde{B}_n^{(t)} K_n^* = C_n^{(t)} \quad (5)$$

Доказательство

Второе равенство следует из первого в силу унитарности матрицы

$$\frac{1}{\sqrt{q^n}} K_n.$$

Для доказательства первого равенства выпишем (α, β) -й элемент матрицы $K_n B_n$

$$\sum_{\gamma \in V^n} \varepsilon^{(\alpha, \gamma)} b_{\gamma\beta} = \sum_{\gamma_1 \in V^t} \varepsilon^{((\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n), (\gamma_1, \beta_1, \dots, \beta_{n-1}))} =$$

$$= \begin{cases} q \varepsilon^{((\alpha_2, \dots, \alpha_n), (\beta_1, \dots, \beta_{n-1}))}, & \text{если } \alpha_1 \neq 0 \\ 0 & \text{в противном случае} \end{cases}$$

С другой стороны, рассмотрим (α, β) -й элемент матрицы $C_n K_n$, который равен

$$\sum_{\gamma \in V^n} c_{\alpha\gamma} \varepsilon^{(\gamma, \beta)}.$$

Если $\alpha_1 \neq 0$, то $c_{\alpha\gamma} = 0$. Если же $\alpha_1 = 0$, то ненулевые слагаемые в сумме соответствуют тем $\gamma \in V^n$, для которых $\gamma_1 = \alpha_2, \dots, \gamma_{n-1} = \alpha_n, \gamma_n = 0$. Следовательно, при $\alpha_1 = 0$ рассматриваемый элемент равен $\varepsilon^{((\alpha_2, \dots, \alpha_n, 0), (\beta_1, \dots, \beta_{n-1}))} = \varepsilon^{((\alpha_2, \dots, \alpha_n), (\beta_1, \dots, \beta_{n-1}))}$, что и нужно было показать.

Матрицы B_n и $\tilde{B}_n^{(t)}$ являются матрицами смежности графов G_n и $\tilde{G}_n^{(t)}$ соответственно. Граф на множестве вершин V^n с матрицей смежности $\tilde{C}_n^{(t)}$ обозначим $\Gamma_n^{(t)}$. Нетрудно видеть, что вершины $(\alpha_1, \dots, \alpha_n)$ и $(\beta_1, \dots, \beta_n)$ соединены в нем ребром тогда и только тогда, когда $(\alpha_1, \dots, \alpha_n) = (0^t, \beta_1, \dots, \beta_{n-t})$ либо $(\alpha_1, \dots, \alpha_n) = (\beta_1, \dots, \beta_{n-t}, 0^t)$, где 0^t здесь и далее обозначает t -мерный нулевой вектор.

Компонентами связности графа $\Gamma_n^{(t)}$ являются изолированная нулевая вершина с петлей в ней и простые цепи на k вершинах, $1 \leq k \leq n$. Для подсчета числа простых цепей на k вершинах в каждой такой цепи выделим старшую (в лексикографическом порядке) вершину. Пусть $[x]$ – целая часть числа x .

Утверждение 4

Следующие условия необходимы и достаточны для того, чтобы вершина $(\alpha_1, \dots, \alpha_n)$ являлась старшей в простой цепи на k вершинах в графе $\Gamma_n^{(t)}$

1. Если $1 \leq k \leq \left\lfloor \frac{n}{t} \right\rfloor - 1$

$$\begin{cases} (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_t) \neq 0^t \\ (\alpha_{n-kt+1}, \alpha_{n-kt+2}, \dots, \alpha_{n-(k-1)t}) \neq 0^t \\ (\alpha_{n-(k-1)t+1}, \alpha_{n-(k-1)t+2}, \dots, \alpha_n) = 0^{t(k-1)} \end{cases}$$
2. Если $k = \left\lfloor \frac{n}{t} \right\rfloor, n = kt + r, 0 \leq r < t$

$$\begin{cases} (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_t) \neq 0^t \\ (\alpha_{r+1}, \alpha_{r+2}, \dots, \alpha_{r+t}) \neq 0^t \\ (\alpha_{r+t+1}, \alpha_{r+t+2}, \dots, \alpha_n) = 0^{n-(r+t)} \end{cases}$$

3. Если $k = \left\lfloor \frac{n}{t} \right\rfloor + 1, n = kt + r, 1 \leq r < t$

$$\begin{cases} (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r) \neq 0^r \\ (\alpha_{r+1}, \alpha_{r+2}, \dots, \alpha_n) = 0^{n-r} \end{cases}$$

Других простых цепей в графе $\Gamma_n^{(t)}$ нет.

Утверждение 5

Пусть $n = kt + r, 0 \leq r < t$. Компонентами связности графа $\Gamma_n^{(t)}$ являются изолированная нулевая вершина с петлей в ней и L_k простых цепей на k вершинах, где

$$L_k = \begin{cases} (q^t - 1)^2 q^{n-t(k+1)}, & \text{при } 1 \leq k < l \\ q^{t+r} - 2q^t + 1, & \text{при } k = l \\ q^r - 1, & \text{при } k = l + 1 \end{cases} \quad (6)$$

Утверждение 6

Пусть $n = kt + r, 0 \leq r < t$. Характеристический многочлен графа $\tilde{G}_n^{(t)}$ имеет вид

$$\chi_{\tilde{G}_n^{(t)}}(\lambda) = q^{t(q^n-1)} (\lambda - 2q^t)^{\left\lfloor \frac{n}{t} \right\rfloor + 1} \left\{ U_k \left(\frac{\lambda}{2q^t} \right) \right\}^{L_k},$$

где

$$U_k(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \sin((k+1)\arccos x)$$

– многочлен Чебышева второго рода, коэффициенты L_k определяются соотношениями (6).

Доказательство

Как известно [6], характеристический многочлен графа простой цепи на k вершинах есть $U_k(\lambda / 2)$. Поскольку характеристический многочлен графа равен произведению характеристических многочленов, его компонент связности, для характеристического многочлена $\chi_{\Gamma_n^{(t)}}(\lambda)$ графа $\Gamma_n^{(t)}$ получаем

$$\chi_{\Gamma_n^{(t)}}(\lambda) = (\lambda - 2) \prod_{k=1}^{\left\lfloor \frac{n}{t} \right\rfloor + 1} \left(U_k \left(\frac{\lambda}{2} \right) \right)^{L_k}$$

В силу (5) для характеристического многочлена $\chi_{\tilde{G}_n^{(t)}}(\lambda)$ графа $\tilde{G}_n^{(t)}$ справедливо:

$$\chi_{\tilde{G}_n^{(t)}}(\lambda) = q^{tq^n} \Gamma_n^{(t)} \left(\frac{\lambda}{q^t} \right)$$

Объединение двух последних соотношений доказывает утверждение.

Через $k \bmod n$ будем обозначать наименьший неотрицательный вычет k по модулю n .

Следствие 1

Пусть $n = lt + r, 0 \leq r < t$. Спектр графа $\tilde{G}_n^{(t)}$ состоит из числа $2q^t$ (с кратностью 1) и чисел

$$2q^l \cos\left(\pi \frac{a}{b}\right),$$

где a и b – взаимно простые натуральные числа, $1 \leq a \leq b-1, 2 \leq b \leq l+2$.

Пусть $u = l(\text{mod } b)$. Кратность N_b собственного числа $2q^l \cos\left(\pi \frac{a}{b}\right)$ описывается соотношениями

$$N_b = \begin{cases} (q^l - 1)^2 \frac{q^n - q^{r+tu}}{q^{bt} - 1} + q^{l+r} - 2q^r + 1, & \text{если } u = b-1, \\ (q^l - 1)^2 \frac{q^n - q^{r+tu}}{q^{bt} - 1} + q^r - 1, & \text{если } u = b-2, \\ (q^l - 1)^2 \frac{q^n - q^{r+tu}}{q^{bt} - 1}, & \text{если } u \neq b-1, b-2. \end{cases}$$

Доказательство

Воспользуемся тем, что множество корней многочлена $U_k(x)$ есть

$$\left\{ \cos\left(\pi \frac{j}{k+1}, 1 \leq j \leq k \right) \right\}.$$

Поскольку дробь a/b несократима, кратность N_b собственного числа

$$2q^l \cos\left(\pi \frac{a}{b}\right)$$

определяется только значением b . Величина N_b складывается из кратностей сомножителей $U_k(x)$ в многочлене $\chi_{\tilde{G}_n^{(t)}}(x)$ для тех k , при которых b делит $k+1$.

Имеем

$$N_b = \sum_{b|(k+1)} L_k = \sum_{j=1}^{\lfloor \frac{l+2}{b} \rfloor} L_{jb-1}.$$

Доказательство завершается подстановкой результата утверждения 5 и применением формулы суммы геометрической прогрессии.

Следствие 2

Пусть $n = lt + r, 0 \leq r < t$. Количество ненулевых элементов $S(\tilde{G}_n^{(t)})$ в спектре графа $\tilde{G}_n^{(t)}$ равно

$$S(\tilde{G}_n^{(t)}) = \begin{cases} \frac{2}{q^l + 1} q^n + \frac{2}{q^l + 1} q^r - 1 & \text{при нечетном } l, \\ \frac{2}{q^l + 1} q^n - \frac{2}{q^l + 1} q^r + 1 & \text{при четном } l. \end{cases}$$

Доказательство

Равенство

$$2q^l \cos\left(\pi \frac{a}{b}\right)$$

при $1 \leq a \leq b-1$ и условии взаимной простоты чисел a и b означает, что $a = 1, b = 2$. Отсюда следует, что $S(\tilde{G}_n^{(t)}) = q^n - N_2$.

Следствие 3 [4]

Спектр графа \tilde{G}_n состоит из числа $2q$ (с кратностью 1) и чисел

$$2q \cos\left(\pi \frac{a}{b}\right),$$

где a и b взаимно просты, $1 \leq a \leq b-1, 2 \leq b \leq n+1$ с кратностью M_b ,

$$M_b = \begin{cases} (q-1)^2 \frac{q^n - q^{b-1}}{q^b - 1} + q - 1, & \text{если } n+1 \text{ кратно } b, \\ (q-1)^2 \frac{q^n - q^{w-1}}{q^b - 1} + q - 1, & \text{если } n+1 = mb + w, 0 < w < b. \end{cases}$$

Найденный спектр графа $\tilde{G}_n^{(t)}$ позволяет получить верхнюю границу для одной из важных структурных графовых констант – числа $\alpha(G_n^t)$ независимости (в другой терминологии – числа внутренней устойчивости) графа G_n^t . Это число определяется как максимальное количество несмежных вершин в графе. Следующее утверждение обобщает результат работы [4], полученный для случая $t = 1$.

Утверждение 7

Справедливо неравенство

$$\alpha(G_n^t) \leq \begin{cases} \frac{\cos\left(\frac{\pi}{\lfloor \frac{n}{t} \rfloor + 1}\right)}{1 + \cos\left(\frac{\pi}{\lfloor \frac{n}{t} \rfloor + 1}\right)} q^n, & \text{если } t \text{ делит } n \\ \frac{\cos\left(\frac{\pi}{\lfloor \frac{n}{t} \rfloor + 2}\right)}{1 + \cos\left(\frac{\pi}{\lfloor \frac{n}{t} \rfloor + 2}\right)} q^n, & \text{если } t \text{ не делит } n \end{cases}$$

Доказательство

Поскольку ориентация ребер графа не влияет на число независимости, имеем

$\alpha(G_n^{(t)}) = \alpha(\tilde{G}_n^{(t)})$. Воспользуемся приведенной в [6] оценкой, справедливой для регулярного графа G степени r на N вершинах

$$\alpha(G) \leq -N \frac{\lambda_{\min}}{r - \lambda_{\min}}, \quad (7)$$

где λ_{\min} – наименьший элемент спектра графа G . Для графа $\tilde{G}_n^{(t)}$ имеем: $N = q^n$, $r = 2q^t$,

$$\lambda_{\min} = 2q^t \begin{cases} \cos\left(\frac{\pi n}{\lfloor n/t \rfloor + 1}\right), & \text{если } t \text{ делит } n \\ \cos\left(\frac{\pi n}{\lfloor n/t \rfloor + 2}\right), & \text{если } t \text{ не делит } n \end{cases}.$$

Подстановка этих значений в (7) завершает доказательство.

Рассмотрим q -ичный проходной регистр сдвига с накопителем размера n , $n = 1, 2, \dots$ со случайным равновероятным входом и независимой от него случайной равновероятной двоичной последовательностью управления движением. Сдвиг регистра в зависимости от символа управляющей последовательности осуществляется на a или b тактов, $a, b = 1, 2, \dots$ Данная схема описывается автономным вероятностным автоматом с матрицей

$$H = \frac{1}{2} \left(\left(\frac{1}{q} B_n \right)^a + \left(\frac{1}{q} B_n \right)^b \right),$$

где B_n – матрица смежности графа де Брейна.

Неориентированный граф переходов такого автомата обозначим $H_n(a, b)$.

Утверждение 8

Количество $S_n^{(0,1)}$ ненулевых элементов спектра графа $H_n(0, 1)$ выражается формулой

$$S_n^{(0,1)} = \begin{cases} \frac{q^2 + 2}{q^2 + q + 1} q^n + \frac{q - 1}{q^2 + q + 1} q^w, & \text{если } n = w \bmod 3, w \neq 2, \\ \frac{q^2 + 2}{q^2 + q + 1} q^n - \frac{q^2 - 1}{q^2 + q + 1}, & \text{если } n = 2 \bmod 3. \end{cases}$$

Доказательство

Обозначая $A^{(0)} = H^t + (H^t)^T$, в рассматриваемом случае имеем

$$A^{(0)} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \left(E + \frac{1}{q} B_n \right) + \frac{1}{2} \left(E + \frac{1}{q} B_n \right)^T \right) = \frac{1}{2} E + \frac{1}{2q} \tilde{B}_n^{(0)}.$$

Следовательно, между множествами собственных чисел $\{\lambda\}$ матрицы $A^{(0)}$ и собственных чисел $\{\xi\}$ матрицы $\tilde{B}_n^{(0)}$ существует взаимно-однозначное соответствие, задаваемое формулой $\lambda = (1/2) + (1/2q)\xi$. Это означает, что кратность собственного числа 0 матрицы $A^{(0)}$ равна кратности собственного числа $-q$ матрицы $\tilde{B}_n^{(0)}$. В обозначениях Следствия 1 эта кратность равна N_3 . Поэтому $S_n^{(0,1)} = q^n - N_3$.

Пусть сначала $n = 2 \bmod 3$. Тогда

$$N_3 = (q-1)^2 \frac{q^n - q^2}{q^3 - 1} + q - 1, \text{ и}$$

$$S_n^{(0,1)} = q^n - N_3 = q^n \left(1 - \frac{q-1}{q^2 + q + 1} \right) + q^2 \frac{q-1}{q^2 + q + 1} - q + 1 = q^n \frac{q^2 + 2}{q^2 + q + 1} - \frac{q^2 - 1}{q^2 + q + 1}.$$

Пусть теперь $n = w \bmod 3$, $w \in \{0, 1\}$. Тогда

$$N_3 = (q-1)^2 \frac{q^n - q^w}{q^3 - 1}, \text{ и}$$

$$S_n^{(0,1)} = q^n - N_3 = q^n \frac{q^2 + 2}{q^2 + q + 1} + q^w \frac{q-1}{q^2 + q + 1}.$$

Утверждение 9

Количество $S_n^{(1,2)}$ ненулевых элементов спектра графа $H_n(1, 2)$ выражается формулой

$$S_n^{(1,2)} = \begin{cases} \frac{2q+1}{q^2 + q + 1} q^n + \frac{q-1}{q^2 + q + 1} q^{u-1}, & \text{если } n = (u+1) \bmod 3, u = 1, 2, \\ \frac{2q+1}{q^2 + q + 1} q^n + \frac{q^2 - q}{q^2 + q + 1}, & \text{если } n = 1 \bmod 3. \end{cases}$$

Доказательство

Имеем

$$A^{(1)} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} (B_n + B_n^2) + \frac{1}{2} (B_n + B_n^2)^T \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{q} \tilde{B}_n^{(1)} + \frac{1}{q^2} \tilde{B}_n^{(2)} \right).$$

Тогда по утверждению 3

$$K_n A^{(1)} K_n^* = (1/2) q^n (C_n^{(1)} + C_n^{(2)})$$

и в силу симметричности матрицы в правой части последнего равенства получаем $S_n^{(1,2)} = \text{rank}(C_n^{(1)} + C_n^{(2)})$. Для подсчета последнего ранга через J_k обозначим жорданову клетку размера k , отвечающую собственному числу 0, $J_1 = 0$. Нам требуется следующий несложный вспомогательный результат

$$\text{rank}(J_k + J_k^T + J_k^2 + (J_k^2)^T) = \begin{cases} k - 1, & \text{если } k \equiv 1 \bmod 3 \\ k, & \text{в противном случае} \end{cases}.$$

Нетрудно видеть, что матрица $C_n^{(1)} + C_n^{(2)}$ является матрицей смежности графа на q^n вершинах, полученного в результате объединения графов $\tilde{G}_n^{(1)}$ и $\tilde{G}_n^{(2)}$. Компонентами связности этого графа являются: петля в нулевой вершине и графы с матрицами смежности $(J_k + J_k^T + J_k^2 + (J_k^2)^T)$, $1 \leq k \leq n$. Дефект матрицы $C_n^{(1)} + C_n^{(2)}$ равен количеству компонент связности объемов вида $3j + 1$ (без учета нулевой вершины). Для подсчета этого количества воспользуемся формулами (6) при $t = 1$. Как нетрудно видеть, кратность L_k вхождения в граф компоненты объема k может быть вычислена по формулам:

$$L_k = \begin{cases} (q-1)^2 q^{n-(k+1)}, & 1 \leq k < n, \\ q-1, & k = n. \end{cases}$$

Обозначим $u = (n-1) \bmod 3$, $0 \leq u < 3$. Вычисляя количество компонент связности размера $3j + 1$, получаем

$$\sum_{j=0}^{\lfloor \frac{(n-1)}{3} \rfloor} L_{3j+1} = \begin{cases} (q-1)^2 \frac{q^{n+1} - q^2}{q^3 - 1} + q - 1, & \text{если } u = 0, \\ (q-1)^2 \frac{q^{n+1} - q^{u-1}}{q^3 - 1}, & \text{если } u = 1, 2. \end{cases}$$

Для завершения доказательства осталось заметить, что

$$S_n^{(1,2)} = q^n - \sum_{j=0}^{\lfloor \frac{(n-1)}{3} \rfloor} L_{3j+1}.$$

Библиографический список

1. Бухараев, Р.Г. Основы теории вероятностных автоматов / Р.Г. Бухараев. – М.: Наука, 1985. – 288 с.
2. Барашко, А.С. О ранге и статистическом отображении сильносвязного автомата / А.С. Барашко // Кибернетика. – 1987. – № 4. – С. 56–60.
3. Никонов, В.Г. Запреты k -значных функций и их связь с проблемой разрешимости систем уравнений специального вида / В.Г. Никонов, Н.В. Никонов // Вестник РУДН. Прикладная и компьютерная математика. – 2003. – Т. 2. – № 1.
4. Мельников, С.Ю. Спектры неориентированных графов де Брейна и верхняя граница числа независимости для таких графов / С.Ю. Мельников // Дискретная математика. – 1995. – Т. 7. – Вып. 4. – С. 140–144.
5. Строк, В.В. Циркулянтные матрицы и спектры графов де Брейна / В.В. Строк // Укр. мат. журн. – 1992. – Т. 44. – № 11. – С. 1571–1579.
6. Цветкович, Д. Спектры графов. Теория и применение / Д. Цветкович, М. Дуб, Х. Захс. – Киев: Наукова думка, 1984 – 383 с.
7. Hong Y.P., Horn R.A. On simultaneous reduction of families of matrices to triangular or diagonal form by unitary congruence. – Linear and multilinear algebra, 1985, v.17, N3-4, p.271-288

МАТРИЦЫ С ЭКВИВАЛЕНТНЫМИ СИСТЕМАМИ СТРОК И СТОЛБЦОВ

А.М. ВЕТОШКИН, проф. каф. прикладной математики МГУЛа, канд. техн. наук

1. Матрицы, имеющие разложение на множители $A = XUX^*$

Для вырожденных матриц часто оказывается полезным скелетное разложение: $A = XY$, где $X(n \times k)$ и $Y(k \times n)$ матрицы ранга k [1]. В скелетном разложении второй сомножитель, (в данном случае Y) имеет то же ядро, что и сама матрица: $\ker A = \ker Y$. Действительно, возьмем $x \in \ker A$, тогда $XYx = 0$. Откуда получим $(X^*X)Yx = 0$. Так как матрица X^*X невырожденная, то $Yx = 0$. Отсюда следует, что $\ker A \subset \ker Y$. То, что $\ker Y \subset \ker A$ очевидно. Заметим, так же, что первый множитель скелетного разложения X отвечает за образ матрицы: $\text{im } A = \text{im } X$.

Ниже рассматривается класс матриц, имеющих скелетное разложение вида: $A = XUX^*$, где U – невырожденная.

Теорема 1

Пусть A квадратная матрица порядка n имеет ранг равный k , $0 < k < n$. Тогда следующие утверждения эквивалентны:

- а) A имеет представление $A = XUX^*$, где $X(n \times k)$ матрица полного ранга, U – невырожденная матрица ($k \times k$);
- б) Ядро матрицы A равно ядру матрицы A^* ($\ker A = \ker A^*$);
- в) Ядро матрицы A ортогонально ее образу ($\ker A \perp \text{im } A$).

Доказательство

Из а) следует б). Пусть $A = XUX^*$. Тогда $\ker A = \ker X^*$, а $\ker A^* = \ker X$. Поэтому $\ker A = \ker A^*$.

То, что б) влечет в) есть следствие известного факта: $\ker A^* = (\text{im } A)^\perp$ [1].

В обратную сторону – из в) следует б), в) означает, что для произвольного вектора $x \in \ker A$

и произвольного вектора u выполняется $x^*(Au) = 0$. Или $u^*(A^*x) = 0$. Так как вектор u произвольный, то $A^*x = 0$. Получили, что $\ker A \subset \ker A^*$. Из того, что размерности подпространств $\ker A$ и $\ker A^*$ совпадают, следует, что и сами подпространства совпадают.

Для завершения доказательства потребуется следующее утверждение:

Лемма

Если матрицы A и B имеют одинаковые размеры, то $\ker A = \ker B$ тогда и только тогда, когда $A = UB$, где U – невырожденная матрица.

Доказательство

леммы

Пусть $\ker A = \ker B$. Это означает, что столбцы матриц A^* и B^* задают одно и тоже подпространство, ортогональное подпространству $\ker A$. Ясно, что матрицу B^* можно преобразовать в матрицу A^* невырожденной матрицей R : $A^* = B^*R$. Откуда следует: $A = R^*B$, при этом $U = R^*$.

В обратную сторону: пусть $A = UB$. Возьмем $x \in \ker B$, тогда $Bx = 0$, следовательно $UBx = 0$, или $Ax = 0$. Таким образом $\ker B \subset \ker A$. Аналогично. Пусть $x \in \ker A$, тогда $Ax = 0$, следовательно $U^{-1}Ax = 0$, или $Bx = 0$. Получили, что $\ker A \subset \ker B$, следовательно $\ker A = \ker B$.

Из б) следует а). Пусть A имеет скелетное разложение $A = XY$, где $X(n \times k)$ и $Y(k \times n)$ матрицы ранга k . В скелетном разложении второй сомножитель имеет тоже ядро, что и сама матрица: $\ker A = \ker Y$. Аналогично, для сопряженной матрицы имеем скелетное разложение: $A^* = Y^*X^*$, поэтому $\ker A^* = \ker X^*$. Применив лемму, получим, что существует невырожденная матрица U такая, что $Y = UX^*$, а значит $A = XY = X(UX^*)$. Что и требовалось доказать.

Нормальные матрицы имеют ортонормированный базис из собственных векторов. Собственные векторы, соответствующие нулевым собственным значениям, составляют базис ядра нормальной матрицы. Собственные векторы, соответствующие ненулевым собственным значениям, составляют базис образа такой матрицы. Таким образом, для нормальных матриц ядро ортогонально образу. И значит, для них существует разложение

$$A = XUX^*, \tag{1}$$

где $X(n \times k)$ матрица полного ранга;

U – невырожденная матрица ($k \times k$).

Для важных случаев нормальных матриц – эрмитовой и косоэрмитовой – получим теорему.

Теорема 2

Пусть матрица A имеет скелетное разложение $A = XY^*$, где X, Y матрицы размера $n \times k$ ($0 < k \leq n$) и $\text{rank}(A) = \text{rank}(X) = \text{rank}(Y) = k$. Для того, что бы A была эрмитовой (косоэрмитовой) необходимо и достаточно что бы существовала невырожденная эрмитова (косоэрмитова) матрица U размера $k \times k$ такая, что $Y = XU^*$.

Таким образом, для того, чтобы матрица A была эрмитовой (косоэрмитовой), необходимо и достаточно, чтобы для нее существовало разложение (1) с эрмитовой (косоэрмитовой) невырожденной матрицей U .

Необходимость следует из теоремы 1, так как эрмитова (косоэрмитова) матрица нормальна. Достаточность очевидна.

Из теоремы 2 следует соответствующее предложение для действительных матриц. Ввиду его важности сформулируем его отдельно.

Теорема 3

Для того, чтобы ($n \times n$) матрица A ранга k ($0 < k \leq n$) была симметрической (кососимметрической) необходимо и достаточно, чтобы существовало разложение:

$$A = XUX^t, \tag{2}$$

где $X(n \times k)$ матрица полного ранга, U невырожденная симметрическая (кососимметрическая) матрица размера $k \times k$.

Для действительных матриц разложение (1) приобретает вид (2). Оно означает, что матрица A имеет эквивалентные системы строк и столбцов.

В класс матриц, имеющих разложение (1), кроме нормальных матриц, очевидно, попадают и невырожденные матрицы. Но эти два множества не исчерпывают этот класс. Следующая матрица не является нормальной, вырождена, но имеет эквивалентные системы строк и столбцов

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Разложение (1.1) является скелетным разложением на множители с особыми свойствами $\ker A = \ker A^*$. Его имеет смысл использовать для вырожденных матриц.

Представление (1) не является единственным. Выполнив невырожденное линейное преобразование $X = YP$ столбцов матрицы X , получим представление $A = Y(PUP^*)Y^*$. (Мы можем, в частности, выбрать P так, чтобы столбцы Y были

ортонормированными $Y^*Y = I$). Во всех случаях одним и тем же будет подпространство, натянутое на столбцы матриц X, Y .

Вычислим преобразованную матрицу A^+ [1] для матрицы $A = XUX^T$. После простых выкладок получим:

$$A^+ = X(X^*X)^{-1}U^{-1}(X^*X)^{-1}X^*$$

Таким образом, A^+ также имеет разложение (1) с тем же первым множителем X . Если столбцы матрицы X ортонормированны, то псевдообратная матрица имеет особенно простое представление $A^+ = XU^+X^*$.

Отметим еще одно интересное свойство матриц, определяемых (1)

$$A^+A = A^+A = X(X^*X)^{-1}X^*$$

Последняя матрица $X(X^*X)^{-1}X^*$ задает ортогональное проектирование на подпространство, натянутое на столбцы матрицы X , и не зависит от матрицы U .

2. Представление ортогональных и унитарных матриц

В данном разделе разложение на множители (1–2) используется для получения полезного представления ортогональных и унитарных матриц.

Рассмотрим представление (2) для кососимметрической матрицы: $A = XUX^T$. Здесь матрица U кососимметрическая, невырожденная, четного порядка. Применив к A преобразование Кэли [1], мы получим ортогональную матрицу $Q = 2(A + I)^{-1} - I = 2(XUX^T + I)^{-1} - I$. Последнее выражение можно преобразовать, используя формулу Шермана–Моррисона–Вудбери [2]: $Q = I - 2X(U^{-1} + X^T X)^{-1}X^T$. Заметим, что матрица U^{-1} также кососимметрическая.

Это выражение для ортогональной матрицы можно рассматривать под различными углами зрения:

– как обобщение преобразования Кэли.

Непосредственной проверкой можно убедиться в ортогональности матрицы:

$$Q = 2X(C + X^T X)^{-1}X^T - I, \quad (3)$$

для произвольной матрицы X полного ранга и произвольной кососимметрической C .

– как обобщение матрицы Q_r задающей отражение от подпространства, натянутого на столбцы матрицы X

$$Q_r = I - 2X(X^T X)^{-1}X^T;$$

– и как разложение вида (2) для нормальной матрицы $Q - I$.

Следующее предложение формулирует результат, получаемый из рассмотрения данного примера применения разложения (2).

Теорема 4

Матрица $Q(n \times n)$ будет ортогональной тогда и только тогда, когда ее можно представить в виде: $Q = 2X(C + X^T X)^{-1}X^T - I$, где матрица $X(n \times k)$ – полного ранга, $C(k \times k)$ – кососимметрическая. При этом k равно числу собственных значений Q , отличных от -1 , матрица C имеет ранг, равный числу комплексных собственных значений Q .

Доказательство

Пусть Q ортогональная матрица. Хорошо известно [3, С. 133–134], что ортогональную матрицу можно представить в виде

$$Q = S \cdot \text{diag} \left\{ \begin{pmatrix} c_1 & -s_1 \\ s_1 & c_1 \end{pmatrix}, \dots, \begin{pmatrix} c_m & -s_m \\ s_m & c_m \end{pmatrix}, 1, \dots, 1, -1, \dots, -1 \right\} \cdot S^T, \quad (4)$$

где матрица S ортогональная; $c_j = \cos \varphi_j$, $s_j = \sin \varphi_j$ для некоторого угла φ_j и $1 \leq j \leq m$; k число собственных значений Q отличных от -1 ; $2m$ число комплексных собственных значений Q . Число единиц в диагональной матрице (4) равно $k - 2m$, число минус единиц равно $n - k$.

Рассмотрим матрицу

$$Q + I = S \cdot \text{diag} \left\{ \dots, \begin{pmatrix} 1 + c_j & -s_j \\ s_j & 1 + c_j \end{pmatrix}, \dots, 2, \dots, 2, 0, \dots, 0 \right\} \cdot S^T$$

Пусть матрица Y составлена из первых k столбцов матрицы S . Тогда

$$Q + I = 2Y \cdot \text{diag} \left\{ \dots, \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 + c_j & -s_j \\ s_j & 1 + c_j \end{pmatrix}, \dots, 1, \dots, 1 \right\} \cdot Y^T$$

Или

$$Q + I = 2Y \cdot [\text{diag} \{ \dots, I_2 + \begin{pmatrix} 0 & s_j/(1 + c_j) \\ -s_j/(1 + c_j) & 0 \end{pmatrix}, \dots, 1, \dots, 1 \}]^{-1} \cdot Y^T. \quad (5)$$

В результате получаем, что

$$Q = 2Y(K + I_k)^{-1}Y^T - I_n,$$

где K кососимметрическая матрица ранга $2m$

$$K = \text{diag} \left\{ \dots, \begin{pmatrix} 0 & s_j/(1 + c_j) \\ -s_j/(1 + c_j) & 0 \end{pmatrix}, \dots, 0, \dots, 0 \right\}.$$

Выполним любое невырожденное преобразование P столбцов матрицы Y : $X = YP$. Тогда получим:

$$Q = 2XP^{-1}(K + I_k)^{-1}P^{-T}X^T - I_n = 2X(P^T K P + P^T P)^{-1}X^T - I_n = 2X(C + X^T X)^{-1}X^T - I_n. \quad (6)$$

Здесь $C = P^T K P$ – кососимметрическая матрица, $P^T P = X^T X$, так как столбцы Y – это столб-

цы ортогональной матрицы S . Мы видим из (6), что невырожденное преобразование столбцов матрицы X не меняет общий вид представления (3) ортогональной матрицы, матрица C претерпевает конгруэнтную трансформацию, оставаясь кососимметрической.

Пусть теперь матрица Q имеет представление (3). Нам надо доказать, что $QQ^T = I$. Подставим (3) в последнее равенство, получим, что надо доказать такое тождество:

$$2X(C + X^T X)^{-1} X^T X (C^T + X^T X)^{-1} X^T = X(C + X^T X)^{-1} X^T + X(C^T + X^T X)^{-1} X^T. \quad (7)$$

Преобразуем левую часть этого равенства

$$\begin{aligned} & X(C + X^T X)^{-1} [(C + X^T X) - C] (C^T + X^T X)^{-1} X^T + \\ & + X(C + X^T X)^{-1} [-C^T + (C^T + X^T X)] (C^T + X^T X)^{-1} X^T = \\ & = X(C^T + X^T X)^{-1} X^T - X(C + X^T X)^{-1} C (C^T + X^T X)^{-1} X^T + \\ & + (C + X^T X)^{-1} C^T (C^T + X^T X)^{-1} X^T + X(C + X^T X)^{-1} X^T = \\ & = X(C^T + X^T X)^{-1} X^T + X(C + X^T X)^{-1} X^T - \\ & - X(C + X^T X)^{-1} (C + C^T) (C^T + X^T X)^{-1} X^T. \quad (8) \end{aligned}$$

Последнее слагаемое в последнем выражении (8) равно нулю в силу кососимметричности матрицы C . Теорема 4 доказана.

Аналогичное предложение можно сформулировать для унитарных матриц.

Теорема 5

Матрица $Q(n \times n)$ будет унитарной тогда и только тогда, когда ее можно представить в виде: $Q = 2X(C + X^* X)^{-1} X^* - I$, где матрица $X(n \times k)$ – полного ранга, $C(k \times k)$ – косоэрмитова. При этом k равно числу собственных значений Q , отличных от -1 , матрица C имеет ранг, равный числу комплексных собственных значений Q .

Ход доказательства этой теоремы повторяет ход доказательства теоремы 4, только (4) будет иметь такой вид

$$Q = S \operatorname{diag}\{ \dots, c_j + is_j, \dots, 1, \dots, 1, -1, \dots, -1 \} S^*, \quad (9)$$

где S унитарная матрица; $c_j + is_j$ – комплексное собственное значение Q и $1 \leq j \leq m$; k число собственных значений Q , отличных от -1 . Число единиц в диагональной матрице (9) равно $k - m$, число минус – единиц равно $n - k$. А (5) будет иметь такой вид

$$Q + I = 2Y [\operatorname{diag}\{ \dots, 1 - is_j / (1 + c_j), \dots, 1, \dots, 1 \}]^{-1} Y^* = 2Y(I_k + K)^{-1} Y^*, \quad (10)$$

где K диагональная матрица с чисто мнимыми величинами на диагонали, то есть косоэрмитова.

Сформулируем еще одну родственную теорему.

Теорема 6

Если унитарная (ортогональная) матрица задается выражением $Q = 2X(C + X^* X)^{-1} X^* - I$ ($Q =$

$= 2X(C + X^T X)^{-1} X^T - I$), где матрица $X(n \times k)$ – полного ранга, то C – косоэрмитова (кососимметрическая).

Для этого достаточно доказать, что из выполнения равенства (7) следует кососимметричность. Равенство (2.5) будет выполнено, если выражение в последней строке (8) будет равно нулю:

$$X(C + X^T X)^{-1} (C + C^T) (C^T + X^T X)^{-1} X^T = 0. \quad (11)$$

Умножим (11) слева на X^T и справа на X , учитывая, что матрица $X^T X$ невырожденная, получим, что $C + C^T = 0$. Точно так же теорема 6 доказывается для комплексного случая.

3. Блочные отражения

Важным случаем ортогональных матриц являются матрицы отражения [1]. Матрица отражения может быть задана таким выражением: $Q = I - \alpha u u^T$, где u – вектор столбец; $\alpha = 2/u^T u$. Эта матрица обладает многими замечательными свойствами. Например, она симметрическая и ортогональная, кроме того оказывается, вектор u можно выбрать таким образом, чтобы у вектора результата Qx нужные координаты стали нулевыми.

Менее известными являются «блочные отражения» – ортогональная матрица Q действует на матрицу, обнуляя в ней матричный блок:

$$Q \cdot E = F; \quad E = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{bmatrix}; \quad F = \begin{bmatrix} F_1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (12)$$

где E_1 и F_1 квадратные матрицы.

Блочным отражениям посвящены следующие работы: в [5] и [6] показано, как строить ортогональную, симметрическую матрицу Q , выполняющую обнуление матричного блока – (12); та же задача решена в [4], только не требуется симметрии матрицы Q . (Заметим, из теоремы 6 следует, что ортогональная матрица Q будет симметрической, только если $C = 0$).

Попробуем применить представление (3) для решения задачи преобразования матрицы E в матрицу F . Надо найти матрицы $X(n \times k)$ и $C(k \times k)$ – кососимметрическую так, чтобы выполнялось:

$$2X(C + X^T X)^{-1} X^T E = F + E = S. \quad (13)$$

Из (13) следует, что $\operatorname{span}(S) \subseteq \operatorname{span}(X)$. Далее будем считать, что $X = S$ и матрица X полного ранга.

Рассмотрим разложение столбцов матрицы E по базису, образованному столбцами X плюс базис подпространства ортогонального дополнения к $\operatorname{span}(X)$: $E = XG + H$, здесь G квадратная матрица порядка k , а $X^T H = H^T X = 0$.

Подставив такое представление E в (13), получим

$$X[2(C + X^T X)^{-1} X^T X G - I_k] = 0. \quad (14)$$

Так как X полного ранга из (14) следует

$$G = (I_k + (X^T X)^{-1} C)/2. \quad (15)$$

Из того, что $H = XG - E$ и $X^T H = 0$, находим что $X^T X G = X^T E$, подставив G из (15), получим выражение для матрицы C

$$C = 2X^T E - X^T X. \quad (16)$$

Учитывая ортогональность матрицы Q , то есть что

$$E^T E = F^T F, \quad (17)$$

получим из (16)

$$C = F^T E - E^T F = F_1^T E_1 - E_1^T F_1. \quad (18)$$

Таким образом, для построения блочного отражения Q , так что выполняется (12), мы должны решить систему уравнений (17–18) относительно неизвестной матрицы F_1 .

В работах [5, 6], так как рассматриваются симметрические ортогональные отражения, матрица $C = 0$. В работе [6] условия (17) и (18) явно сформулированы и носят названия, соответственно, условие изометрии и условие симметрии (так как $F_1^T E_1 = E_1^T F_1$ при $C = 0$). В этих работах построены устойчивые алгоритмы определения матриц F_1 и Q .

Матричное выражение $F^T E - E^T F$ из (18) всегда задает кососимметрическую матрицу. Поэтому, если не фиксировать кососимметрическую

матрицу C , а взять любую матрицу F , удовлетворяющую условию изометрии (17), то мы построим решение задачи (12) при некоторой неконтролируемой матрице C . Таким способом строятся блочные отражения в работе [4].

Можно поставить такую задачу: для произвольной кососимметрической матрицы C найти матрицу F_1 такую, чтобы выполнялись условия (17–18). (Заметим, что в частном случае $E_1 = 0$ система (18) совместна только при $C = 0$). Возможно, управляя выбором матрицы C , можно будет задавать определенные полезные свойства алгоритма блочных отражений.

Библиографический список

1. Воеводин, В.В. Матрицы и вычисления / В.В. Воеводин, Ю.А. Кузнецов. – М.: Наука, 1984. – 320 с.
2. Малоземов, В.Н. Формулы Фробениуса, Шермана-Моррисона и близкие вопросы / В.Н. Малоземов, М.Ф. Монако, А.В. Петров // ЖВМиМФ. – 2002. – Т. 42. – № 10. – С. 1459–1465.
3. Хорн, Р. Матричный анализ / Р. Хорн, Ч. Джонсон. – М.: Мир, 1989. – 655 с.
4. Bronlund O.E., Johnsen Th.L. QR-factorization of partitioned matrices, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 3(1974), pp 153–172.
5. Dietrich G. A new formulation of the hypermatrix Householder–QR decomposition, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 9(1976), pp 273–280.
6. Schreiber R. Parlett B. N. Block Reflectors: Theory and Computation, *SIAM J. Numer. Anal.* 25(1987), pp. 189–205.

ПОВЫШЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ СПЕЦИАЛЬНЫХ ПРОМЫШЛЕННЫХ СИСТЕМ ЗА СЧЕТ АВТОМАТИЗАЦИИ ПРОЦЕССОВ ДИАГНОСТИРОВАНИЯ

Н.И. МОШКИН, доц. каф. «Автомобили» Восточно-сибирского ГТУ, канд. техн. наук,
А.В. ЛАГЕРЕВ, асп. каф. «Автомобили» Восточно-сибирского ГТУ

Производство продукции любых отраслей – продовольственной, машиностроительной, лесной и т.д., ее транспортировка и переработка невозможны без сложных и специально адаптированных автотранспортных средств (САТС).

Например, численность САТС, занятых транспортировкой в агропромышленном комплексе (АПК), значительно превосходит численность автотранспортных средств (АТС) на грузовых перевозках других отраслей и составляет около 80 %. При этом их эксплуатация в условиях сельского хозяйства намного сложнее, чем в прочих отраслях экономики. Эти особенности отрасли связаны с дорожными и транспортными условиями, сезон-

ностью эксплуатации, трудностями в организации плановых технических обслуживаний, удаленностью от обслуживающих предприятий, низкой квалификацией персонала и т.д.

В агропромышленном комплексе, как и в других отраслях, обеспечение заданных уровней эксплуатационной надежности АТС при оптимальных материальных и трудовых затратах осуществляется на основе планово-предупредительной системы технического обслуживания (ТО) и ремонта (Р). Базовым элементом этой системы при определении объемов работ в процессе ТО является техническое диагностирование. Использование технического диагностирования при про-

ведении ТО в сельском хозяйстве позволяет сократить затраты на обслуживание АТС до 30 % и более, а время простоя техники на 15–20 % при сохранении заданного уровня эксплуатационной надежности [1].

Ограниченные возможности постоянного контроля технического состояния АТС, вытекающие из условий эксплуатации в АПК, приводят к тому, что развивающиеся дефекты обнаруживаются только вследствие полной потери работоспособности или при значительном нарушении эксплуатационных характеристик. Это увеличивает время простоя техники в ремонте и трудозатраты на ее обслуживание (до 40 %), снижает уровень надежности и долговечности, а эксплуатация АТС с невыявленными, но присутствующими дефектами увеличивает расход топлива и смазочных материалов, затраты на перевозку сельскохозяйственной продукции, а также содержание вредных компонентов в обработавших газах.

Усложнение конструкции АТС СХ, использование в них агрегатов, механизмов и систем, реализующих принципы автоматических или автоматизированных систем управления (АСУ), внедрение в процессы управления электронной и микропроцессорной техники значительно усложняет, а в некоторых случаях и вовсе исключает возможность использования существующих методов и средств диагностирования в условиях сельского хозяйства.

Существующие методы и средства диагностирования в промышленности и особенно в АПК реализуют принципы, в которых решающая роль в постановке диагноза зависит от знаний и опыта человека-оператора. Основой традиционных методов является наличие однозначной функциональной связи диагностических признаков с параметрами технического состояния диагностируемых объектов, что ограничивает их использование только для технически несложных узлов и механизмов [1, 3, 4].

Человеческий фактор при диагностировании сложных объектов, таких как АСУ, является наиболее уязвимым звеном, подверженным ряду таких особенностей, как квалификация, опыт, психофизическое состояние и т.д. Оператор в начале профессиональной деятельности допускает множество ошибок первого и второго рода, количество которых постоянно снижается, приближаясь к погрешности методов и средств диагностирования. Отсутствие преемственности от одного

оператора к другому вызывает появление в работе этапов, когда их ошибки максимальны.

Решение проблемы повышения эффективности использования АТС СХ путем снижения простоев и повышения их уровня надежности и долговечности за счет автоматизации процесса диагностирования и минимизации в нем влияния человека позволит уменьшить затраты на производство и потери сельскохозяйственной продукции вследствие выполнения сельскохозяйственных операций в заданные агротехнические сроки.

Приоритетным направлением повышения эффективности использования и экологической безопасности современных АТС СХ является повышение уровня долговечности и надежности на основе разработки и внедрения в производство безразборных, высокоинформативных методов и средств диагностирования. Большинство существующих методов и средств технического диагностирования практически невозможно использовать для определения технического состояния новых, сложных автоматических систем в АТС СХ, использующих электронные и микропроцессорные технологии.

Вследствие особенностей эксплуатации автотранспортных средств сельскохозяйственного назначения в отрасли целесообразно использовать метод доведения АТС до требуемого технического состояния по параметру технического состояния, при котором диагностика является не самоцелью, но основой для определения объема выполняемых работ при техническом обслуживании и ремонте. Время выполнения планового ТО ($t_{то}$) для единицы АТС в этом случае определяется

$$t_{то} = t_{д} + t_{о} + t_{в}, \quad (1)$$

где $t_{д}$ – время выполнения контрольных операций (диагностических воздействий);

$t_{о}$ – время выполнения обязательных работ при ТО (замена масел, фильтров и т.д.);

$t_{в}$ – время выполнения работ, выявленных в процессе диагностирования.

Как показывают исследования ГОСНИТИ, затраты на техническое обслуживание машин в АПК составляют 20–25 % от их стоимости и 7,5 % от стоимости валовой сельскохозяйственной продукции. При этом около 50 % от этих затрат приходится на запасные части, что косвенно свидетельствует о низкой эффективности профилактических воздействий. Общие затраты на проведение ТО АТС СХ характеризуются целевой функцией вида

$$C(\tau) = \tau^{-1} \begin{bmatrix} C_{mo} \cdot A_{mo}(\tau) + \\ + C_{mp} \cdot A_{mp}(\tau) + \\ + P \cdot (t_{mo} \cdot A_{mo}(\tau) + \\ + t_{mp} \cdot A_{mp}(\tau)) \end{bmatrix}, \quad (2)$$

где τ – пробег в тыс. км или наработка в часах;

$C_{то}$ и $C_{тр}$ – затраты на ТО и ремонт;

P – прибыль, приносимая АТС за один час эксплуатации;

$A_{то}(\tau)$ – АТС, для которых будет произведено ТО на пробеге τ ;

$A_{тр}(\tau)$ – АТС, для которых будет произведен ремонт на пробеге τ ;

$t_{то}$ – время выполнения ТО;

$t_{тр}$ – время ремонта.

Из (2) видно, что снижение затрат на выполнение ТО осуществимо благодаря уменьшению всех составляющих затрат за счет снижения трудоемкости диагностирования и повышению его качества.

Вместе с тем, существующие методы и средства технического диагностирования АТС СХ имеют высокую трудоемкость, низкую информативность и высокую зависимость от человеческого фактора. Средства диагностирования являются лишь передаточным звеном диагностической информации между объектом диагностирования и оператором. Они не могут самостоятельно установить диагноз, а его точность не зависит от количества проведенных диагностирований – они не используют результаты предыдущих измерений и связей.

Технический прогресс, особенно коснувшийся информационных технологий и аппаратных средств, создал благоприятные условия для эффективной реализации новых методов и средств диагностирования агрегатов и систем АТС, реализующих принципы автоматического управления, ранее сдерживаемые инструментальным фактором. На кафедре «Автомобили» ВСГТУ разработаны теоретические основы технического диагностирования агрегатов и систем АТС СХ, реализующих принципы автоматического управления вероятностными методами в составе объединенной диагностической системы (ОДС). В состав ОДС входит множество оснащенных локальными диагностическими комплексами (ЛДК) постов диагностирования или предприятий отрасли, осуществляющих диагностирование однотипных объектов.

В процессе постановки диагноза на отдельном посту диагностирования происходит обмен

информацией с другими постами через сервер ОДС. Результаты диагностирования, получаемые отдельными ЛДК, накапливаются и обрабатываются, становясь неотъемлемой частью самой диагностической системы.

Такой подход к процессу диагностирования является важнейшей предпосылкой, поскольку реализует принцип непрерывного накопления информации, обучения, а также взаимного анализа результатов диагностирования для аналогичных объектов, находящихся в зоне действия системы.

Локальный диагностический комплекс представляет собой электронно-вычислительную машину (ЭВМ), оснащенную необходимыми диагностическими приборами и датчиками, а также инсталлированную в нее программу анализа данных, реализующую вероятностный метод диагностирования. Связь между диагностируемой системой управления и ЛДК осуществляется либо посредством оператора – выявление качественных показателей работы (симптомов) агрегатов и систем АТС СХ, таких как, повышенный шум, вибрация, цвет отработавших газов и т.д. Информация о функционировании объекта до процесса диагностирования предоставляется оператором, осуществляющим управление АТС.

В соответствии с общей методикой поиска неисправности симптомы по информации представляются в трех категориях:

1. Симптомы неисправностей объекта диагностирования, имеющие качественное проявление в момент диагностирования – симптомы первого рода;

2. Симптомы неисправностей объекта, имевшие качественное проявление в процессе функционирования объекта до момента диагностирования и не проявляющиеся в этот момент – симптомы второго рода;

3. Предварительные сведения о техническом состоянии объекта и особенностях его эксплуатации – симптомы третьего рода.

Симптомы первого рода не имеют жесткого нормирования, поскольку носят качественный характер и оцениваются по принципу «да – нет». Проявляющемуся симптому оператор присваивает значение 1 и, соответственно, при его отсутствии – 0. Симптомы второго рода имеют также качественный характер, их наличие определяется на основании информации от оператора, управляющего объектом диагностирования в процессе его естественного функционирования. Например, водитель

автомобиля или тракторист может указать оператору-диагносту на затрудненный холодный запуск, расход топлива и т.д. Безусловно, такая информация не всегда точна, но она помогает диагносту скорректировать направление поиска неисправностей. Симптомы третьего рода также доводятся до сведения диагноста и дают представление, например, о возрасте автомобиля, последних выполненных ремонтах и т. д. Такая информация особенно важна, когда неисправность является следствием неверно выполненного ремонта или технического обслуживания. Кроме того, важной диагностической информацией являются сведения о модели и модификации АТС, особых условиях эксплуатации и др., что очень часто является решающим обстоятельством в постановке того или иного диагноза. Поэтому симптомы третьего рода являются критерием выделения остальных симптомов по отдельным базам данных. Сочетание симптомов третьего рода соответствует конкретной базе данных, включающих статистические таблицы. Например, информация о модели, возрасте, ремонтном воздействии и т.д. определяет проверку объекта диагностирования в соответствующей базе. Это позволяет накапливать априорную информацию об объектах, аналогичных не только по модификации и модели, но и по условиям эксплуатации.

Диагноз по сочетаниям симптомов первого и второго рода формируется независимо, но основной диагноз устанавливается с учетом их взаимного влияния. Процесс распознавания технического состояния диагностируемого агрегата или системы АТС в составе подсистемы ОЛДК выполняется вероятностными методами распознавания, а сама вероятностная распознающая система реализует принцип одноуровневой системы, обладающей функциями самообучения [2].

На основании данных теоретических предположений разработан алгоритм и программа для ЭВМ, реализующие вероятностный метод дифференциального диагностирования агрегатов и систем АТС СХ. Программа для ЭВМ позволяет реализовывать основные функции диагностирования в автоматическом режиме, обеспечивая возможность накопления диагностической информации, ее анализа и обмена. Алгоритм и программа построены таким образом, что функции оператора-диагноста сводятся к функциям исполнителя и звена, обеспечивающего связь между объектом диагностирования и ЭВМ. Диагностирование производится в составе объединенной диагностической

системы, а объем диагностической информации определяется показателем энтропии, являющейся и критерием обучения системы распознавания.

При постановке общего диагноза для ДВС и количества обучающих объектов $N_a = 284$ колебания энтропии достигли уровня, не превышающего уровня значимости в 5 %.

Производственная проверка показала, что разработанный метод обладает более высокой достоверностью постановки диагноза по сравнению с существующими, ошибки первого рода снижены на 22 %, а ошибки второго рода на – 9 %.

Экономический эффект от внедрения разработанного метода и средств диагностирования обеспечил снижение себестоимости одного диагностирования в среднем на 39 %, что подтверждается реальными технико-экономическими показателями, полученными на ряде автотранспортных предприятий Республики Бурятия.

В ТОО «Бурятский автоцентр КамАЗ» общий годовой экономический эффект от внедрения разработанного метода диагностирования с применением КДК составил 89 349 руб. (946 автомобилей за год). В расчете на единицу продукции указанные значения составляют 94,45 руб./авт.

В АОТ «Грузовое автотранспортное предприятие № 2» г. Улан-Удэ экономический эффект от реализации разработанных методов и средств технической диагностики с применением КДК составил 31 735,2 руб. в год (240 автомобилей), или 132,23 руб./авт. Внедрение разработанного метода диагностирования увеличило такие показатели эффективности ТО и использования АТС в АОТ «Грузовое автотранспортное предприятие № 2» г. Улан-Удэ, как:

- коэффициент технической готовности парка АТС увеличился на 7 %;
- время простоя АТС в зонах ТО уменьшилось на 14,7 %;
- прибыль от выезда автомобиля на линию увеличилась в размере 158 руб./авт. на одно обслуживание, или 151 тыс. руб. на весь парк за год.

Библиографический список

1. Терских, И.П. Функциональная диагностика машинно-тракторных агрегатов / И.П. Терских. – Иркутск: Изд-во Иркут. ун-та, 1987. – 312 с.
2. Горелик, А.Л. Методы распознавания / А. Л. Горелик, В.А. Скрипкин. – М.: Высшая школа, 1977. – 222 с.
3. Биргер, И.А. Техническая диагностика / И.А. Биргер. – М.: Машиностроение, 1978. – 239 с.
4. Технические средства диагностирования: Справочник / В.В. Клюев, П.П. Пархоменко и др.; под общ. ред. В.В. Клюева. – М.: Машиностроение, 1989. – 672 с.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ПРИ ДИАГНОСТИРОВАНИИ СЛОЖНЫХ ПОДВИЖНЫХ ОБЪЕКТОВ

Н.И. МОШКИН, доц. каф. «Автомобили» Восточно-сибирского ГТУ, канд. техн. наук

Известно, что важнейшим средством повышения эффективности использования автотранспортных средств в эксплуатации является техническая диагностика. Вместе с тем, процесс диагностирования определенного технического объекта, каким является, автомобиль, может сильно отличаться в зависимости от квалификации и опыта оператора-диагноста. Оператор-диагност является основным звеном при реализации большинства существующих методов диагностирования. Начинаящий оператор собирает информацию со всех датчиков и сравнивает ее с эталонами, тратя на это массу времени, что отражается на простое машин, автомобилей и другой техники, являющейся объектом диагностирования. Более опытный оператор, учитывая предыдущие диагностические случаи, предварительно ставит диагноз в нужном, характерном для конкретной марки и состояния направлении.

Именно опыт оператора заставляет его менять алгоритм поиска неисправности, он освобождает его от постоянного следования формуле «ДП–ПТС–Д». Оператор реализует собственную формулу «Состояние (С)–диагноз (Д)». Критерием, определяющим направление поиска неисправности, является множество факторов, которые учитываются оператором. Это информация водителя, возраст автомобиля, марка, типовые неисправности, погода на улице и масса других вещей. Анализ такой входящей информации при совокупном анализе и текущем состоянии автомобиля или любого другого объекта дает направление поиска неисправности, при этом достоверность тем выше, чем больше факторов было учтено и правильно обработано. Это, как правило, зависит от опыта оператора.

Можно предположить, что *опыт* в диагностировании – это совокупность накопленной априорной информации о состояниях объектов диагностирования и их взаимосвязи с диагнозом или причинами, вызвавшими какое-либо следствие. Взаимосвязи ранжируются по частоте их проявления, вновь выявляемые формулы «следствие-причина» запоминаются оператором и затем используются им без диагностирования по сход-

ным следствиям и факторам при возникновении в случаях с другими объектами. Поэтому человек с опытом, работающий в качестве оператора, не станет выявлять одну и ту же неисправность у разных объектов, повторяя полный алгоритм диагностирования.

Таким образом, текущее состояние объекта диагностирования при сочетании ряда факторов может являться источником диагноза. Безусловно, это позволяет оператору значительно экономить рабочее время, сокращать трудоемкость и затраты на проведение диагностирования при одновременном повышении качества диагноза. Конечно, этот алгоритм несколько напоминает типичный подход на основе структурно-следственной модели [1]. И, разумеется, оператор реализует его.

Использование компьютерных технологий позволило применить в технической диагностике такие инструменты, как теория распознавания образов [2, 3, 4]. Теория распознавания образов своим развитием обязана работам по разработке искусственного интеллекта. Математическим аппаратом постановки и решения задач распознавания образов явилась теория статистических решений [3].

Рассматривая процесс диагностирования, можно наблюдать, что, оператор выполняет задачу распознавания, оперируя априорными и апостериорными данными. Результат диагностирования оператор усваивает, и полученные апостериорные данные в связи с этим диагнозом добавляются в априорную. То есть оператор, по сути, реализует алгоритм самообучения. Если же оператор выполняет процесс диагностирования совместно с более опытным оператором, то реализуется алгоритм обучения. Важно отметить, что при смене оператора накопленные им связи априорной информации нельзя сохранить и передать в полном объеме вновь начинающему диагносту. Любой оператор в начале деятельности допускает множество ошибок первого и второго рода, количество которых постоянно снижается, приближаясь к погрешности методов и диагностических средств, которые он использует.

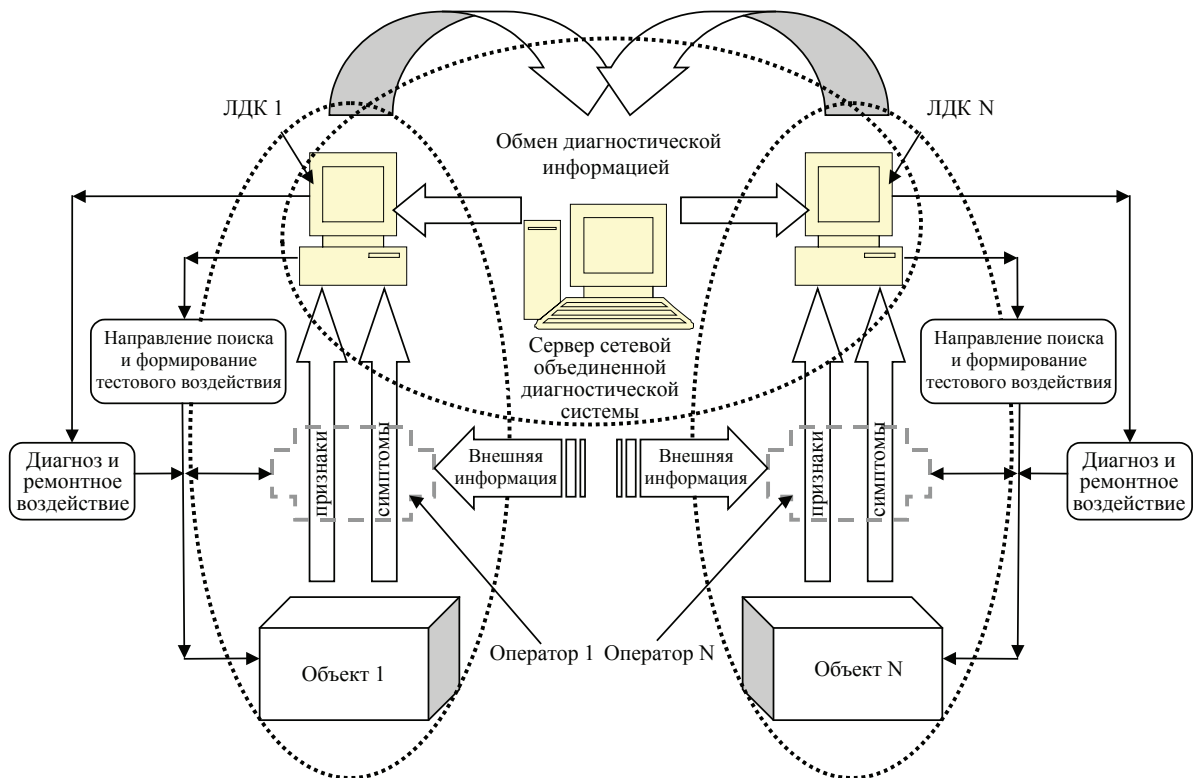


Рис. 1. Структура объединенной диагностической системы

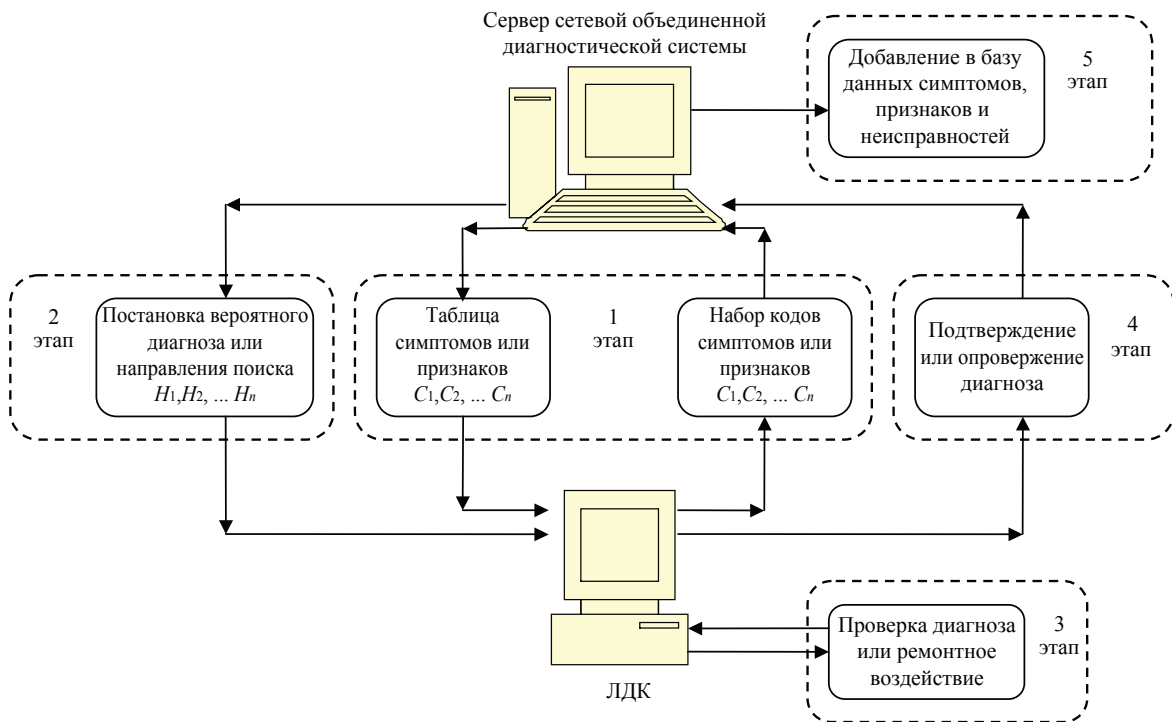


Рис. 2. Структурная схема алгоритма связи внутри объединенной диагностической системы

Отсутствие преемственности от одного оператора к другому вызывает появление этапов работы операторов, когда их ошибки максимальны. Продолжительность таких этапов, этапов обучения может быть достаточно большой, что, безусловно, сказывается на работоспособности диагностируемых объектов и степени их использования. При

таком подходе также невозможно использование опыта и навыков других операторов-диагностов, выполняющих диагностирование в других предприятиях. Удаленные друг от друга, они лишены такого важного элемента, как обмен опытом.

Решить такую проблему в рамках существующих подходов достаточно сложно, но с разви-

тием новых технологий в области компьютерной техники возможно. Многие исследователи подчеркивают сложность постановки диагноза методами при помощи вероятностных моделей. Это обусловлено необходимостью иметь большое количество информации. Собрать необходимую априорную информацию о техническом состоянии диагностируемых объектов на одном диагностическом посту и при помощи одного диагноста невозможно. Но эту проблему вполне можно решить в рамках действия компьютерной информационной сети. Корпоративная компьютерная сеть является для этого достаточно удобным и универсальным инструментом.

Рассмотрим процесс диагностирования сложного технического объекта в составе объединенной диагностической системы (ОДС) с элементами обучения и дистанционным обменом данными (рис. 2.). Комплекс, включающий объект диагностирования, средства и алгоритмы, образует систему диагностирования. В основу работы системы заложена идея диагностирования в составе сколь угодно большой сети, состоящей из отдельных постов диагностирования или предприятий, осуществляющих диагностирование однотипных объектов. Результаты диагностирования суммируются и, накапливаясь, становятся неотъемлемой частью самой диагностической системы.

Такой подход к процессу диагностирования является важнейшей предпосылкой, поскольку реализует принцип непрерывного накопления информации, обучения, а также взаимного анализа результатов диагностирования для аналогичных объектов, находящихся в зоне действия системы. Связь элементов в системе удобно представить в виде взаимодействия следующих подсистем: подсистема «Объект – локальный диагностический комплекс», подсистема «Локальный диагностический комплекс – сервер объединенной диагностической системы» (ЛДК–СОДС).

В состав подсистемы (ЛДК–СОДС) входит также локальный диагностический комплекс и сервер объединенной диагностической системы. ЛДК в составе этой подсистемы осуществляет сбор диагностической информации от объекта технического диагностирования, результатов этого диагностирования, систематизирует и представляет в типовом виде для передачи на сервер объединенной диагностической системы. В то же время получает информацию по диагностической сети, представляя ее оператору-диагносту в удоб-

ном виде. Диагностическая информация формируется в виде баз данных, обработанных по особому алгоритму, о котором речь пойдет ниже.

Сервер объединенной диагностической системы является центром всей диагностической «паутины», в которую включено большое количество локальных диагностических комплексов. СОДС собирает и обрабатывает диагностическую информацию со всех точек диагностирования при помощи ЛДК. Формируя единую базу данных о неисправностях однотипных объектов и сопровождающих их симптомах и диагностических признаках, сервер осуществляет ее систематизацию и насыщение ЛДК, находящихся в сети, результатами диагностирования схожего объекта, чем значительно расширяет его возможности в плане достоверности диагноза и оперативности его постановки.

Такая система диагностирования способна реализовать очень важные в процессе диагностирования задачи. Первая задача – «обучение» самой системы, представляется как процесс накопления информации о состояниях объектов, их неисправностях и сопровождающих их симптомах и признаках. При наличии связи между сколь угодно большим количеством диагностируемых объектов эта задача решается быстро, поскольку все случаи и неисправности однотипных объектов формируют единую базу данных.

Вторая задача реализуется одновременно с первой – связана с «обучением» оператора, когда накопленная информация системы в виде, удобном для восприятия, становится достоянием сколь угодно большого количества операторов-диагностов, находящихся в объединенной сети. Чем больше количество продиагностированных объектов, тем «умнее» становится ОДС. Учитывая вышесказанное, а также изложенное в первой главе, корпоративная диагностическая сеть должна реализовать процесс распознавания, т.е. ОДС является системой распознавания. Решая параллельно две вышесказанные задачи, эта система является еще и обучаемой системой.

Совершенно очевидно, что точность постановки диагноза зависит от количества объектов, а следовательно, от продолжительности процесса обучения системы распознавания. Кроме того, ряд сочетаний симптомов может очень продолжительное время не встретиться в одном локальном диагностическом комплексе.

Результаты процесса диагностирования, полученные в локальных диагностических ком-

плексах, могут стать необходимым дополнением друг друга. Процесс обучения системы распознавания, равно как и самообучения, может быть значительно облегчен. У системы появляются не один, а бесконечное множество «учителей», одновременно проводящих диагностирование в разных местах при помощи ЛДК.

Объединенная диагностическая система представляет собой совокупность локальных диагностических комплексов, соединенных в единую модульную сеть. Каждый из ЛДК представляет собой модуль общей информационной системы. В задачи таких модулей входит сбор информации и формирование баз данных симптомов и признаков технического состояния объекта диагностирования. Программа, реализующая соответствующие математические выражения, находится на сервере ОДС и обрабатывает все данные, поступающие с ЛДК.

Таким образом, алгоритм связи между ЛДК и сервером ОДС реализует процесс передачи данных и формирования их баз. Связь внутри сети, или топология, обеспечивается в виде звездообразного графа, в центре которого находится концентратор, или сервер.

При работе в составе объединенной сети все операторы-диагносты, находящиеся в пределах ее действия, являются пользователями с ограниченными возможностями. Работа пользователя на компьютере ЛДК происходит в режиме прямой связи с сервером – on-line, при которой происходит обмен документами (данными). С сервера происходит опрос периферийных ЛДК в виде интерактивных матриц симптомов и признаков. Оператор-диагност пользователь локального диагностического комплекса вводит интерактивную информацию в виде ответов «да» или «нет» на вопросы программы сервера ОДС. Ответ «да» означает присутствие симптома и присваивание ему кода 1, отрицательный ответ – 0. Коды мгновенно поступают в центр системы и обрабатываются, соотносясь с выявленной неисправностью. Оператор не может изменять названия симптомов и признаков, но может добавлять информацию, подтверждающую или опровергающую поставленный системой диагноз, а также вводить дополнительные симптомы и неисправности, появившиеся вновь. Дополнительная информация от оператора поступает в СОДС и соотносится с другими видами аналогичных проявлений, поступивших с остальных ЛДК.

После анализа оператор, управляющий сервером – сетевой администратор может доба-

вить ее в основные матрицы симптомов и признаков. Алгоритм связи ЛДК и сервера ОДС показан на рис. 2. В целом он разбит на пять этапов:

1 этап. Программа, расположенная на сервере ОДС, в интерактивном режиме опрашивает ЛДК о наличии симптомов и признаков неисправностей. Оператор ЛДК, отвечая на простые вопросы системы, регистрирует наличие и отсутствие таких симптомов в виде кодов 0 или 1. Коды симптомов и признаков поступают в СОДС.

2 этап. Поступившие коды симптомов обрабатываются, выявляется сочетание и при помощи расчетного выражения определяется наиболее вероятный диагноз, который направляется в локальный диагностический комплекс.

3 этап. На этом этапе осуществляется ремонтное воздействие на объект диагностирования и подтверждается, а возможно, и опровергается поставленный диагноз.

4 этап. При выполнении данного этапа осуществляется подтверждение или опровержение поставленного диагноза в виде кода 1 или 0, отправляемого на сервер ОДС. Здесь же выполняется процедура добавления неисправности или симптома, которые проявились у диагностируемого объекта и описание которых в системе отсутствовало – выполняется функция обучения.

5 этап. Поступившая информация из ЛДК на СОДС обрабатывается в соответствии с общими критериями, принятыми в сети, и добавляется в базу данных.

Таким образом, получаемая диагностическая информация становится достоянием всех участвующих в диагностировании операторов в виде формируемых таблиц симптомов и признаков, независимо от степени удаленности.

Библиографический список

1. Техническая эксплуатация автомобилей: Учебник для вузов / Под ред. Г.В. Крамаренко. – 2-е изд. – М.: Транспорт, 1983. – 488 с.
2. Патрик, Э. Основы теории распознавания образов: пер. с англ. / Э. Патрик; под ред. Б.Р. Левина. – М.: Сов. радио, 1980. – 408 с.
3. Горелик, А.Л. Методы распознавания / А.Л. Горелик, В.А. Скрипкин. – М.: Высшая школа, 1977. – 222 с.
4. Биргер, И.А. Техническая диагностика / И.А. Биргер. – М.: Машиностроение, 1978. – 239 с.
5. Олифер, В.Г. Компьютерные сети / В.Г. Олифер, Н.А. Олифер. – СПб.: Питер, 2000. – 672 с.
6. Технология корпоративных сетей. Энциклопедия / М.В. Кульгин. – СПб.: Питер, 1999. – 704 с.
7. Челли, Дж.с. Основы построения сетей / Дж.с. Челли, Ч. Перкинс, М. Стриб: учебное руководство для специалистов MCSE; пер. с англ. – Лори, 1997.

РЕЦЕНЗИЯ НА МОНОГРАФИЮ А.А. ЯЩИНА «ЖИВАЯ МАТЕРИЯ»

В 3-х книгах

Кн. 1. «Онтогенез жизни и эволюционная биология», 240 с.;

Кн. 2. «Физика живого и эволюционных процессов», 264 с.;

Кн. 3. «Ноосферная биология (нообиология)», 216 с.

В самом начале 2007 г. в ведущем в России издательстве естественнонаучной литературы «УРСС» вышла монография в трех книгах «Живая материя», принадлежащая перу известного в России и за рубежом ученого в области биофизики полей и излучений и биоинформатики живых систем, первого заместителя директора Государственного НИИ новых медицинских технологий (г. Тула), заслуженного деятеля науки РФ, д-ра биол. наук, д-ра техн. наук, профессора А.А. Яшина.

Совсем не удивительно, что в информационных сообщениях по интернету представление данной работы появилось под рубрикой «бестселлер». Книга сопровождается развернутым предисловием выдающегося ученого, академика РАН В.П. Казначеева. Официальные рецензенты – д-р биол. наук, проф. В.И. Дедов (Университет «Дубна»), академик РАН, д-р мед. наук, проф. В.Г. Зилов (ММА им. И.М. Сеченова) и вице-президент РАСХН, академик РАСХН Л.К. Эрнст, совместно с которыми мы и написали настоящую рецензию.

Что же побудило нас к определенному участию в публикации названной книги? Особенно с учетом того, что в последние годы издано достаточное число основательных работ под многообещающими названиями «Феномен жизни», «Феномен человека», «Эволюция», «Физика процессов эволюции», принадлежащих известным отечественным и зарубежным ученым.

Все изложенное в книгах хорошо, поучительно, полезно и необходимо для дальнейшего развития теоретической биологии, но в большинстве данных работ доминируют своего рода «целевые функции», или, говоря языком психологии, происходит сдвиг мотива на цель: биохимии и физики, что им, естественно, ближе, основной акцент ставят на этих науках, а историки науки анализируют и сопоставляют все известные теории происхождения, эволюции жизни и так далее. Как нам представляется, многогранное исследование А.А. Яшина отличается комплексным подходом к исследуемой тематике, который вовсе не сужает взгляд «со стороны» биофизики. Уточним сказанное.

1. Прекрасно зная, что называется «от Дарвина до наших дней», все известные канонические и «рисковые» теории и концепции возникновения и движения живой материи, автор де факто создает новую научную дисциплину – теоретическую биологию и физику живого. Заметим, что с 30-х гг. XX в. (знаменитая «Теоретическая биология» Эрвина Бауэра) в мировой науке практически не предпринимались попытки создания современного прочтения данной дисциплины.

2. Характерно, что основное содержание монографии – это авторские концепции, теории и аргументированные гипотезы, логически не противоречащие современному уровню знания и доказательно сформулированные в 150 теоремах и леммах.

3. Все основные положения концепций и теорий. в «Живой материи» подтверждены результатами экспериментальных исследований, полученными за последнее десятилетие Тульской научной школой биофизики полей и излучений и биоинформатики, создателем и руководителем которой является А.А. Яшин.

4. Самим названием работы («Живая материя») автор подчеркивает: жизнь, живое как субстанция единого материального мира возникает и развивается во взаимосвязи вещества и поля, мерами которой являются энергия и информация.

Прежде чем перейти к краткому анализу сущности и содержания монографии, назовем те теории, идеи и концепции фундаментального для теоретической биологии характера, впервые предложенные и обоснованные (и экспериментально подтвержденные) А.А. Яшиным, подпадающие под статус научного открытия, каждая из которых могла бы составить содержание основательной монографии:

- исследование роли электромагнитного излучения космоса в возникновении и поддержании жизни;
- концепция фундаментального информационного кода (Вселенной) в онтогенезе вселенского возникновения и развития жизни;
- теория зеркальной (киральной) асимметрии биоорганического мира – электродинамическая основа;
- информационная доминанта в возникновении живой материи – эволюция ДНК и системная стабильность биообъектов;
- теория информационно-полевой самоорганизации живых систем;
- исследование дискретной и непрерывной форм информационного обмена в биосистемах (обобщенная теорема Котельникова);
- общая концепция биопоза и теория вселенского зарождения жизни;
- волновая теория горизонтального переноса генов;
- информационная теория вирусов и первичное накопление биомассы;
- создание новых междисциплинарных научных отраслей: «Нообиология (ноосферная биология)», «Информационная виртуальная реальность», «Биофизика полей и излучений», «Электродинамика и информатика живых систем»;
- нейронная структура в квантовом моделировании живого мира;
- теория единого информационного поля ноосферы с электромагнитным базисом;
- электродинамика живых систем.

Мы перечислили только основные, принадлежащие автору теории и концепции, составившие «Живую материю». Можно присоединиться к словам В.П. Казначеева из предисловия к книге: «...Энциклопедичность и смелость исследований Тульской школы достойны большего внимания в современном естествознании и мировоззрении. Книга в противовес очень многим сегодняшним каноническим давлениям является светлым движением за горизонт науки. Представленная работа важна как раз в аспекте рискованных разработок науки, она является примером сочетания реальной техногенной прогрессивности с гражданским долгом ученого».

И, добавим от себя, что столь объектно-многогранный анализ и синтез сложнейших вопросов современной теоретической биологии и физики живого, составивший содержание «Живой материи», стал возможным с учетом высокой и разносторонней научной квалификации автора как в области естественных, так и наук точных (физика, математика, информатика и их приложения). Но это к слову, а теперь «наше прочтение» монографии.

Жизнь имманентна самой сущности мироздания, ибо без нее существование последнего виртуально, что явно не укладывается в целеполагание природы, в терминологию автора книги – в сущность фундаментального кода Вселенной. Именно поэтому жизнь – не феномен, не исключительность в большом сценарии развития Вселенной, но закономерность движения поначалу единой, далее расслаивающейся материи: неживой (косной) и живой (жизнь).

Целеполагание (термин Д.С. Чернавского), или ФКВ по А.А. Яшину, заложено изначально в структуру Вселенной – еще до расслоения материи на неживую и живую, отсюда и пресловутая оптропность мироздания: природа рационально скупа в своих ходах, потому Вселенная масштабно отоб-

ражена в человеке, а последний – с его антропоцентричностью - наделяет, отождествляет мировое здание с собственной конституцией...

И так далее автор выстраивает свою, логически выверенную «конструкцию» возникновения и движения – развития живой материи, доводя ее до прогнозируемого завершения ноосферного уже этапа (отсюда и название третьей книги: «Нообиология»). «А что там, за горизонтом?» – это заключение к монографии в целом одновременно и приглашение ко всем, прочитавшим работу, к коллективной мысли: чем завершится ноосферный, высший этап эволюции жизни на Земле? И будет ли к тому времени эволюция жизни только автономной прерогативой планеты Земля? Уже по самой постановке вопросов понимаешь: автор является по духу прямым продолжателем идей выдающейся плеяды русских ученых-космистов в их учениях об онтогенезе жизни: В.В. Розанова, К.Э. Циолковского, А.Л. Чижевского, П.А. Флоренского, В.И. Вернадского, В.П. Казначеева. Совсем не удивительно, что последним написано предисловие к «Живой материи»...

Итак, картина, мастерски нарисованная ученым энциклопедического характера мышления, впечатляющая, объективна в рамках современного знания, логически обоснована в прогностических аспектах. Впрочем, «Живую материю» надо читать, а не только комментировать, ибо, ко всему прочему, написана она пером профессионального писателя (члена Союза писателей России), читается как занимательный роман, где всякое лыко в строку: от толкований оригинальных трактовок биопоэза и наращивания степени сложности ДНК до применения новейших квантовых теорий типа струн и суперструн в объяснении фундаментальных свойств живой материи. Еще раз отметим: это не популяризаторство, просто так пишут о самых серьезных вещах ученые, создающие свои теории, где для них все предельно ясно.

Наконец, «Живая материя» не есть труд, выпестованный «кабинетным ученым». Эта работа принадлежит талантливому экспериментатору в новейших областях современной биологии, биофизики, информатики, обладающему даром синтеза научных идей. За автором стоит созданная им научная школа. А тот факт, что по материалам исследований, составляющих содержание книги, уже введен в программы вузов ряд «авторских» дисциплин («Взаимодействие физических явлений с биологическими объектами», «Информационная виртуальная реальность» и др.), свидетельствует о научно-педагогической значимости работ А.А. Яшина и руководимой им научной школы.

Со своей стороны, мы уже видим «Живую материю» как проект учебников по дисциплинам «Теоретическая биология и физика живого» и «Концепция современного естествознания». А главное – факт выхода в свет труда А.А. Яшина не должен быть келейно замолчан, тем более – это превосходный повод для широкой научной дискуссии по вопросам современной биологии и естествознания в целом.

Профессор А.Г. Зусмановский (Ульяновск)
Вице-президент РАСХН, академик РАСХН Л.К. Эрнст (Москва)

Аксенов В.А., Бурков В.Д., Замятин А.А., Иванов Г.А., Исаев В.А., Маковецкий А.А. АКТИВНЫЕ И ПАССИВНЫЕ МИКРОСТРУКТУРИРОВАННЫЕ (ДЫРЧАТЫЕ) КВАРЦЕВЫЕ ВОЛОКОННЫЕ СВЕТОВОДЫ, ПОЛУЧЕННЫЕ МЕТОДОМ КАПИЛЛЯРНОЙ СБОРКИ.

Одномодовые активированные иттербием волоконные световоды с микроструктурированной внешней оболочкой заготовки волокон были изготовлены сборкой капилляров вокруг активного стержня, который при перетяжке формировал сердцевину активного одномодового волоконного световода и его внутреннюю оболочку. Внешнюю оболочку сформировали два слоя микрокапилляров. Оценены некоторые параметры полученных волокон.

Aksenov V.A., Burkov V.D., Zamyatin A.A., Ivanov G.A., Isaev V.A., Makoveckiy A.A. ACTIVE AND PASSIVE MICROSTRUCTURED QUARTZ FIBRE OPTICAL PATH, GOT BY METHOD OF THE CAPILLARY ASSEMBLY.

The Single mode actuated itterbi fibre optical path with the filaments microstructured by external shell of the stocking up were made by assembly capillary around active a core, which at retighten formed the core active single mode fibre optical path and his internal shell. The External shell has formed two layers microcapillaries. Some parameters of the got filaments are Evaluated.

Бурков В.Д., Губин В.П., Сазонов А.И. ВОЛОКОННО-ОПТИЧЕСКИЕ ГИРОСКОПЫ С ЭРБИЕВЫМИ ВОЛОКОННЫМИ ИСТОЧНИКАМИ ИЗЛУЧЕНИЯ.

Приведены сведения о мощностных, спектральных, поляризационных и шумовых характеристиках эрбиевых волоконных источников излучения для волоконно-оптических гироскопов (ВОГ). Показано, что для создания ВОГ наивысшего класса точности необходимо применять именно эрбиевые волоконные источники в виду таких достоинств, как высокая мощность в волокне и температурная стабильность спектра излучения. Отмечена перспективность применения эрбиевых волоконных источников для ВОГ длительного космического базирования.

Burkov V.D., Gubin V.P., Sasonov A.I. FIBER OPTIC GYROSCOPES WITH ERBIUM-DOPED FIBER SOURCES.

Information about power, spectral, polarization and noise characteristics of erbium-doped fiber sources for fiber optic gyroscopes (FOG) is given. It is shown that just erbium-doped fiber sources should be applied for precision grade FOG due to such advantages as high power in fiber and temperature stability of radiation spectrum. It is noted that erbium-doped sources are promising for FOG applications in systems of long space deployment.

Бурков В.Д., Коломиец Л.Н. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ ВОЛОКОННО-ОПТИЧЕСКИЕ ДАТЧИКИ ДАВЛЕНИЯ ОТРАЖАТЕЛЬНОГО ТИПА.

Предлагается способ дифференциального преобразования сигналов в волоконно-оптических преобразователях давления (ВОПД) отражательного типа, отличительной особенностью которого является то, что первый измерительный канал (ПИК) регистрирует изменение перемещения центральной части мембраны, а второй измерительный канал (ВИК) регистрирует изменение угла наклона периферийной части мембраны. Определены конструктивные параметры дифференциального ВОПД отражательного типа, обеспечивающие реализацию дифференциального преобразования сигналов.

Burkov V.D., Kolomiec L.N. THE DIFFERENTIAL FIBER-OPTIC SENSORS OF THE PRESSURE OF THE REFLECTIVE TYPE.

The way of the differential transformation signal is Offered in fiber-optic converter of the pressure (VOPD) of the reflective type, which discriminating particularity is that first measuring channel (the PEAK) registers change the moving the central part membrane, but the second measuring channel (VETCH) registers change the corner of the slopping of the peripheral part membrane. They are determined constructive parameters differential VOPD reflective type, providing realization of the differential transformation signal.

Бурков В.Д., Перминов С.В. УПРАВЛЕНИЕ ДИСТАНТНЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ БИОЛОГИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ ПРИ ПОМОЩИ КВАРЦЕВЫХ СВЕТОВОЗВРАЩАТЕЛЕЙ.

Получены экспериментальные данные, подтверждающие биологическое действие кварцевых УСВ при управлении информационными потоками, возникающими при дистантных межорганизменных взаимодействиях на ранних стадиях развития биосистем.

Burkov V.D., Perminov S.V. MANAGEMENT DISTANTNYM INTERACTION BIOLOGICAL OBJECT WITH THE HELP OF QUARTZ LIGHT-RETURN.

They Are Received experimental data, confirming biological action quartz USV when governing information flow, appearing at remote between organism interaction on early stages of the development of the bio systems.

Бурков В.Д., Перминов С.В., Харитонов Н.А. ПЕРСПЕКТИВЫ ПРИМЕНЕНИЯ МИКРОСТРУКТУРНЫХ СВЕТОВОДОВ ДЛЯ СОЗДАНИЯ БОРТОВЫХ ВЫСОКОИНФОРМАТИВНЫХ СИСТЕМ ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ.

В работе рассмотрены факторы космического пространства, влияющие на работоспособность световодных систем связи на борту космического аппарата (КА). Показано, что фундаментальные свойства микроструктурных световодов позволяют продлить сроки активного существования КА. Дан анализ относительной стойкости волокон типа «фотонный кристалл» к воздействию факторов космического пространства, для применения в бортовых высокоинформативных системах передачи данных космического базирования.

Burkov V.D., Perminov S.V., Haritonov N.A. THE PROSPECTS OF THE USING MICROSTRUCTURED OPTICAL PATH FOR MAKING ON-BOARD HIGH-INFORMATION SYSTEMS DATA COMMUNICATION.

In work are considered factors of the outer space, influencing upon capacity to work optical path communications network on board cosmic device (CD). It is shown that fundamental characteristic microstructured optical path allow to prolong the periods of active existence CD. It is given analysis to relative stability of the filaments of the type «photon crystal» to influence factor outer space, for using in on-board high-information system data communication of the cosmic basing.

Гусев Г.А., Гуфельд И.Л. СЕЙСМИЧЕСКИЙ ПРОЦЕСС В ГЕОЛОГИЧЕСКОЙ СРЕДЕ, ИНДУЦИРОВАННЫЙ ФОНОВЫМИ СИЛОВЫМИ ПОЛЯМИ.

Предложена новая парадигма сейсмического процесса и подготовки очагов сильных землетрясений. Она основана на представлениях о литосфере как блоковой среде с предельной энергонасыщенностью, взаимодействующей с восходящими потоками легких газов (водород, гелий). Делается вывод, что сейсмический процесс, включая сильные землетрясения, индуцируется слабыми фоновыми силовыми полями.

Gusev G.A., Gufelid I.L. THE SEISMIC PROCESS IN GEOLOGICAL AMBIENCE, INDUCED BACKGROUND POWER FIELDS.

The new paradigm of the seismic process and preparation centre strong earthquakes is offered. She is founded on beliefs about lithosphere as block to ambience with limiting energy-saturation, interacting with rising flow light gas (the hydrogen, helium). It is done conclusion that seismic process, including strong earthquakes, induced the weak background power fields.

Корольков А.В., Меньшиков В.А., Партола И.С., Сапожников В.Б. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КАПИЛЛЯРНЫХ ЗАБОРНЫХ УСТРОЙСТВ ТОРОВОГО ТОПЛИВНОГО БАКА.

В статье описывается математическая модель функционирования капиллярного заборного устройства торового топливного бака.

Korolikov A.V., Menishikov V.A., Partola I.S., SAPOZHNIKOV V.B. THE MATHEMATICAL MODEL CAPILLARY ZABORNYH DEVICE TOROVOGO FUEL TANK.

In article is described mathematical model of the operation capillary withdrawing device of the fuel tank in the manner of torah.

Волков Ю.В. ОБ ИЗМЕНЕНИИ НЕКОТОРЫХ ФИЗИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ВОДЫ В МОМЕНТЫ, БЛИЗКИЕ ВОСХОДУ СОЛНЦА.

Проведены исследования таких физических характеристик воды, как вязкость и текучесть в зависимости от времени вблизи рассвета и на восходе Солнца в некоторые отобранные нами дни. В настоящей работе приводятся описание методики измерений, а также результаты и некоторые выводы.

Volkov U.V. ABOUT CHANGE SOME PHYSICAL PARAMETER WATER AT MOMENTS, THE CLOSE SUNRISE.

The organized studies such physical features of water as viscosity and fluidity depending on time beside dawning and on sunrise in some selected by us days. In persisting work happen to the description of the methods of the measurements, as well as results and some findings.

Дмитриев В.П., Блюмин А.В., Мерзлов Л.Ю., Нуруллаев А.Т., Бобович П.А., Коршунов И.В., Барлыбаев Р.Г. КАЧЕСТВО ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ОПТОЭЛЕКТРОННОГО АТМОСФЕРНОГО КАНАЛА ПЕРЕДАЧИ ИНФОРМАЦИИ В ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СЕТЯХ.

В статье рассмотрены основные факторы, влияющие на обеспечение качества передачи и доступности атмосферных оптических инфракрасных каналов данных. Описаны различные варианты повышения дальности и увеличения скорости передачи. Приведены результаты исследований и экспериментов. Описан вариант исполь-

зования адаптивного режима работы оптического канала, а также результаты исследования деградации излучающих инфракрасных диодов и их отбраковки.

Dmitriev V.P., Blyumin A.V., Merzlov L.YU., Nurullaev A.T., Bobovich P.A., Korshunov I.V., Barlybaev R.G. QUALITY OF THE FUNCTIONING OPTOELECTRONIC ATMOSPHERIC CHANNEL OF TRANSFER OF THE INFORMATION IN COMPUTER NETWORKS.

For creation of a reliable liaison channel application the optical atmospheric data link (OADL) is quite justified. However at approach of the set availability of the channel 100 % there are problems which decision leads to significant growth of cost of equipment OADL. Cost OADL also increases with increase in a working distance between the receiver and the transmitter. For non-failure operation as OADL, and radio channels, it is recommended to use reserve broadband channels or ISDN. It is possible to apply an adaptive operating mode when at deterioration of an accepted signal, the channel passes to a mode with smaller speed of transfer to increase of reliability of the channel and due to it lifts parity a signal/noise. As the technique of rejection of infrared diodes resulted in clause will allow to lift quality of data links produced on their basis.

Короткина, М.Р., Зверев М.А., Ярославцева Н.П. БИОСВЕТОВОДЫ И ФРАКТАЛЬНОСТЬ БИОЛОГИЧЕСКИХ СТРУКТУР.

Рассматривается проблема нахождения биосветоводов с проведением глубоких биологических исследований на растениях, деревьях и почвах с изучением каналов передачи информации между ними. В рамках этих исследований ведутся поиски космических каналов связи Земли с другими планетарными системами. В статье рассмотрены основные вопросы передачи и восприятия биоизлучения клетками растений и животных.

Korotkina, M.R., Zverev M.A., Yaroslavceva N.P. BIO OPTICAL PATH AND FRACTAL BIOLOGICAL STRUCTURES.

The problem of the finding bio optical path is considered with undertaking the deep biological studies on plants, tree and ground with study channel issues to information between them. Quest cosmic channel relationship of the land are within the framework of these studies with the other planetary system. In article are considered main questions of the issue and perceptions bioradiations hutch plants and animal.

Розгачева И.К. О СТОХАСТИЧЕСКИХ И ТОПОЛОГИЧЕСКИХ СВОЙСТВАХ ВАКУУМА.

Рассматриваются стохастические и геометрические свойства физического вакуума, которые являются следствием его основного свойства – ненаблюдаемости. Это свойство связано с высокой симметрией вакуума. Показано, что эффективное пространство-время вакуума однородно, изотропно и имеет замкнутые все четыре пространственно-временных измерения.

Rozgacheva I.K. ON THE STOCHASTIC AND TOPOLOGICAL PROPERTIES OF THE VACUUM.

The stochastic and geometric properties of the physical vacuum which are the consequence of the vacuum is not observable are considered. This property is connected with the high symmetry of the vacuum. It is shown that the effective space-time of the vacuum is homogeneous isotropic and has four closed space-time dimensions (compact).

Розгачева И.К., Кувшинова И.Б. КОНВЕКТИВНАЯ МОДЕЛЬ ОХЛАЖДАЮЩИХ ПОТОКОВ В БОГАТЫХ СКОПЛЕНИЯХ ГАЛАКТИК.

Предложена модель конвективного перемешивания неоднородного межгалактического газа, который нагревается суммарным ИК-излучением галактик, находящихся в ядре скопления. Конвективные ячейки нагреваются в окрестности ядра ИК-излучением, всплывают на периферию скопления и высвечивают тепловую энергию, которая идет на создание наблюдаемой рентгеновской светимости L_x и нагрев окружающей плазмы. Затем, остывая, опускаются к центру скопления под действием сил гравитации. Рекомбинационное излучение ячеек используется для проверки соответствия рассматриваемой модели нагрева межгалактического газа наблюдениям. Обнаружена антикорреляция между светимостями скоплений в рентгеновском диапазоне L_x и светимостями в рекомбинационной линии $L_{H\alpha}$, которая является следствием данной модели. Приведены основные уравнения модели и их решение.

Rozgacheva I.K., Kuvshinova I.B. CONVECTION MODEL OF THE COOLING FLOWS IN RICH CLUSTERS OF GALAXIES.

Suggested convection model mixed inhomogeneous intergalactic gas, which is heated by infrared irradiation galaxies in core of cluster. Convective cells heated in environment core of cluster, drifting to periphery of cluster and emit thermal energy. This energy is source of observed x-ray luminosity L_x and heating environment plasma. The gravity forces convective cells to drift to the centre of cluster. Recombination irradiation sells used for the check conformity given model heating intergalactic gas of the observations. The anticorrelation between x-ray luminosity L_x and optical luminosity $L_{H\alpha}$ was discovered. This anticorrelation was conclusion given model. Basic equations this model and their solution are given.

Розгачева И.К., Чаругин В.М. АКТИВНОСТЬ ГАЛАКТИЧЕСКОГО ЯДРА КАК РЕЗУЛЬТАТ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ ЗВЕЗД ГАЛАКТИКИ И ЦЕНТРАЛЬНОГО ГАЗОПЫЛЕВОГО ОБЛАКА.

Обсуждается новая модель активности галактического ядра (АЯГ). Предполагается, что источник энергии бурных процессов в ядре связан с взаимодействием облака полностью ионизированной водородной плазмы и изотропного поля излучения в центре галактики, которое может быть создано всеми звездами галактики. Рассматривается случай, когда длина свободного пробега фотонов относительно томсоновского рассеяния на электронах сравнима с диаметром облака. Плотность излучения в облаке в масштабах 10^{-3} пк составляет 10^3 эрг/см³. В этом случае происходит эффективный нагрев плазмы инфракрасным излучением звезд и возможно конвективное перемешивание неоднородно нагретого плазменного облака. Построена модель этого перемешивания. Получено солитонное решение для конвективных ячеек. В рамках этой модели можно объяснить быструю и медленную переменность, спектральные особенности АЯГ. Модель применима для описания конвективного перемешивания аккреционных дисков в ядрах галактик.

Rozgacheva I.K., Charugin V.M. THE ACTIVITY OF GALACTIC NUCLEI IS A RESULT OF THE INTERACTION OF THE RADIATION OF GALACTIC STARS AND THE CENTRAL CLOUD OF GAS AND DUST.

The new model of the activity of the galactic nuclei (AGN) is considered. We assume that the energy source of AGN is connected with the interaction of the plasma cloud and the isotropic radiation in the galactic center. This radiation is the radiation of stars of the galaxy. We suggest that the photon free path almost equals to the cloud diameter. The light radiation density equals 10^3 erg/cm³ in the cloud volume with radius 10^{-3} pc. In this case the dynamics of plasma cloud depends on the exchange of energy between photons and electrons that result from Compton scattering. We consider the model of the convective intermixing of the inhomogeneous heated plasma cloud. The soliton solution is found for the convective cells. In this model the short and long variability and spectral properties of AGN may be explained.

Конькова Е.Н., Чаругин В.М. ВЛИЯНИЕ ТУРБУЛЕНТНОЙ ПЛАЗМЫ НА СПЕКТР СИНХРОТРОННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ВЫБРОСОВ АКТИВНЫХ ЯДЕР ГАЛАКТИК И КВАЗАРОВ.

Известно, что распадные процессы при взаимодействии плазмы с излучением генерируют плазменную турбулентность, поэтому в таких мощных синхротронных радиоисточниках, как квазары и активные галактики, ожидается высокий уровень плазменной турбулентности. Эта турбулентность оказывает влияние на спектр синхротронного излучения этих радиоисточников. В данной работе решается уравнение переноса синхротронного излучения в турбулентной плазме и по характеру его искажения оцениваются параметры радиоисточников.

Kongkova E.N., Charugin V.M. THE INFLUENCE OF TURBULENT PLASMA ON SYNCHROTRON RADIATION SPECTRUM OF JETS ACTIVE GALACTIC NUCLEI AND QUASARS.

It is known, that decay processes at interaction of plasma with radiation generate a plasma turbulence. In the powerful synchrotron radio sources as quasars and active galaxies the high level of plasma turbulence is expected. This turbulence influence on the spectrum of synchrotron radiation from space radio sources. In this work the transfer equation of synchrotron radiation in turbulent plasma is solved and by character of its distortion parameters of radio sources are estimated.

Коноплев А.О. ВЕЙВЛЕТ-АНАЛИЗ ДВУМЕРНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ.

Описано применение вейвлет-анализа для исследования двумерных изображений. Вейвлет-анализ позволяет находить неоднородности на изображении, определять их положения и размеры. Описанный метод позволяет обнаруживать неоднородности заданного размера и определять размеры неоднородностей, если известны их положения.

Konoplev A.O. WAVELET-ANALYSIS OF TWO-DIMENSIONAL IMAGES.

Application of wavelet-analysis to study of two-dimensional images is described. Wavelet-analysis enables us to find the inhomogeneties on the image, to determine their positions and dimensions. The described method enables to detect the positions of inhomogeneties of taken dimensions and to determine the dimensions of inhomogeneties if their positions are known.

Галкин Ю.С., Гранков А.Г., Мильшин А.А., Харченко В.Н., Шалаев В.С., Шмаленюк А.С. ВОЗМОЖНОСТИ СПУТНИКОВЫХ СВЧ-РАДИОМЕТРИЧЕСКИХ СИСТЕМ ВЫСОКОГО РАЗРЕШЕНИЯ ДЛЯ ДИСТАНЦИОННОГО ЗОНДИРОВАНИЯ ЛЕСНЫХ ЭКОСИСТЕМ.

На основе модельных и экспериментальных данных показано, что измерение яркостной температуры подстилающей поверхности, поляризационные и абсорбционные измерения спутниковыми СВЧ-радиометрами дают важную информацию о лесных экосистемах: биомассе, температуре кроны, влажности почвы и др. Предложено использовать спутниковые СВЧ-радиометры для мониторинга лесных экосистем.

Galkin U.S., Grankov A.G., Mil'shin A.A., Kharchenko V.N., Shalaev V.S., Shmalenyuk A.S. POSSIBILITIES THE HIGH RESOLUTION SPACE VHF RADIOMETRY FOR REMOTE SENSING OF FOREST ECOSYSTEMS.

It is shown on the basis of model and experimental data that measurements of the land surface brightness temperature, polarization and absorption of the emissive radiation give important information about forest ecosystems as follow the biomass, the crown temperature, soil humidity and other. It is suggested to use space VHF radiometry for monitoring of forest ecosystems.

Галкин Ю.С., Гранков А.Г., Мильшин А.А., Шмаленюк А.С. МОДЕЛИРОВАНИЕ ОСЛАБЛЕНИЯ РАДИОВОЛН ЛЕСНЫМ ПОЛОГОМ В ГЛОБАЛЬНОЙ МОДЕЛИ РАДИОИЗЛУЧЕНИЯ ЗЕМНОЙ ПОВЕРХНОСТИ В L – И P – ДИАПАЗОНАХ.

В статье, в рамках глобальной радиационной модели земной поверхности, описана полуэмпирическая модель спутниковых наблюдений яркостной температуры системы «почва–растительность–атмосфера». Особое внимание уделено роли растительности и, в частности, лесного полога в формировании общего радиационного потока, регистрируемого радиометрами спутников. Рассмотрены вопросы валидации модели.

Galkin U.S., Grankov A.G., Mil'shin A.A., Shmalenyuk A.S. MODELING RADIOWAVE WEAKENING BY THE FOREST COVER IN THE FRAME OF THE GLOBAL MODEL OF LAND SURFACE RADIOEMISSION AT L – AND P – BANDS.

The semiempirical model of background radiation is written. Special attention is fixed to role of vegetation, especially the forest cover, for measured radiation by the space radiometry. There are described the validation methods of the model in paper.

Галкин Ю.С., Харченко В.Н. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА МЕТОДОВ КООРДИНАТНОЙ ПРИВЯЗКИ СНИМКОВ ДЗЗ ДЛЯ ГИС УПРАВЛЕНИЯ ЛЕСНОЙ ИНФРАСТРУКТУРОЙ.

Проверена точность используемых портативных GPS-приемников и разработан метод повышения точности измерений ими до 1 м. Проверены координаты точек космического снимка с разрешением 0.7 м и получена ошибка координат этих точек более 10 м, что не соответствует требованиям ГИС крупного масштаба. Предложено проверять полученные снимки и, если необходимо, трансформировать их по наземным GPS-измерениям.

Galkin U.S., Kharchenko V.N. EXPERIMENTAL TESTING OF THE SPACE IMAGES POSITIONING FOR GIS CONTROL OF THE FOREST INFRASTRUCTURE.

The accuracy of use portable GPS receivers was tested and the method to increase the measurement accuracy by them until 1 m was developed. It was tested the point coordinates of the space image with spatial resolution 07 m and error of these points was more than 10 m. It is not according to the large scale GIS product requirement. It is suggested to test gotten images and to transform their on the ground GPS measurements if it is necessary.

Батырев Ю.П., Полуэктов Н.П., Харченко В.Н., Багдатыев В.Е. МЕТОДЫ ПОВЫШЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРНОЙ СТАБИЛЬНОСТИ ВИХРЕТОКОВЫХ ДАТЧИКОВ.

Разработаны методы снижения температурной погрешности вихретокового датчика перемещения для расширения температурного диапазона работы до 170°C: 1 - со встроенным датчиком температуры и микропроцессорным блоком; 2 - использующий включение катушки датчика из проволоки с малым ТКС (манганин) в схему релаксационного генератора.

Batyrev U.P., Poluektov N.P., Harchenko V.N., Bagdatiev V.E. THE METHODS OF INCREASING TO WARM-UP STABILITY CURL-CURRENT SENSOR.

Methods for temperature error decrease of the eddy current sensor with expanded temperature range up to 170°C are developed: 1 - with the built - in temperature probe and the microprocessor block; 2 - using of the small resistance temperature coefficient wire coil (manganin) in the circuit relaxation oscillator.

Зверев Н.В. ДВА СТАТИСТИЧЕСКИХ АЛГОРИТМА ДЛЯ $U(1)$ МОДЕЛИ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ НА РЕШЕТКЕ.

Рассмотрены два статистических алгоритма вычислений для $U(1)$ модели элементарных частиц на четырехмерной решетке пространства-времени: метод гибридного Монте-Карло и двухшаговый мультибозонный алгоритм. Установлены соотношения для параметров и характеристик данных алгоритмов. С помощью каждого алгоритма вычислены значения корреляционных функций в двух фазах модели. По результатам этих расчетов делается вывод о пригодности данных алгоритмов для $U(1)$ модели и сравнивается время вычислений с помощью каждого алгоритма.

Zverev N.V. TWO STATISTICAL ALGORITHMS FOR THE LATTICE U(1) MODEL OF THE ELEMENTARY PARTICLES.

The two statistical algorithms for the U(1) model of the elementary particles on the four-dimensional space-time lattice, namely, the hybrid Monte Carlo method and the two-step multiboson algorithm, are considered. The relations for the parameters and characteristics of the algorithms are found. The correlation functions are computed in two phases of the model by means of each algorithm. By these results, the conclusion about a suitability of the algorithms to the U(1) model is made, and the computation time by each algorithm is compared.

Зверев Н.В. ФЕРМИОННЫЕ ДЕТЕРМИНАНТЫ ВЕКТОРНОЙ И КИРАЛЬНОЙ U(1) МОДЕЛЕЙ SLAC-ФЕРМИОНЫ НА ДВУМЕРНОЙ РЕШЕТКЕ С РЕГУЛЯРИЗАЦИЕЙ ПО ПАУЛИ – ВИЛЛАРСУ.

Исследованы фермионные детерминанты векторной и киральной U(1) моделей SLAC-фермионы на двумерной конечной решетке с регуляризацией по Паули – Вилларсу вне рамок теории возмущений. Рассмотрен вопрос о согласии детерминантов этих моделей с детерминантами непрерывных теорий на торе.

Zverev N.V. FERMION DETERMINANTS OF THE VECTORIAL AND CHIRAL U(1) SLAC FERMION MODELS WITH THE PAULI – VILLARS REGULARIZATION ON THE TWO-DIMENSIONAL LATTICE.

The fermion determinants of the vectorial and chiral U(1) SLAC fermion models with the Pauli – Villars regularization on the two-dimensional finite lattice are studied beyond the perturbation theory. The problem of an agreement of the determinants of these models with the determinants of the continuum toron models is investigated.

Зверев Н.В. ОДНОРОДНЫЕ СОСТАВЛЯЮЩИЕ ПОЛЯ И ФЕРМИОННЫЕ ФУНКЦИИ В КУЛОНОВСКОЙ ФАЗЕ U(1) МОДЕЛИ НА ЧЕТЫРЕХМЕРНОЙ РЕШЕТКЕ.

Исследовано численными методами влияние однородных составляющих калибровочного поля на фермионные корреляционные функции в Кулоновской фазе U(1) модели по Вильсону на четырехмерной конечной решетке. Установлено, что эти составляющие поля нарушают правильное поведение корреляционных функций и данные однородные составляющие необходимо устранять.

Zverev N.V. UNIFORM COMPONENTS OF A FIELD AND THE FERMIONIC FUNCTIONS IN THE COULOMB PHASE OF A FOUR-DIMENSIONAL LATTICE U(1) MODEL.

An influence of the uniform components of the gauge field on the fermionic correlation functions in the Coulomb phase of the Wilson U(1) model on the four-dimensional finite lattice is studied numerically. It is found that these gauge components violate a correct behaviour of the correlation functions, and the uniform constituents have to be eliminated.

Шачнев В.А. ОБЩЕЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ ДИНАМИКИ ДЕФОРМИРУЕМОГО ТЕЛА.

Построено решение, содержащее все общие решения нелинейной системы уравнений движения в механике деформируемого тела. Решение содержит 12 произвольных функций от координат и времени. Рассмотрены частные случаи решения.

Shachnev V.A. A FULL SOLUTION OF DYNAMIC EQUATIONS OF DEFORMED BODY.

The solution of nonlinear dynamic system contain 12 arbitrary functions of coordinates and time.

Носов В.А., Панкратьев А.Е. О СЕМЕЙСТВАХ ФУНКЦИЙ, ЗАДАЮЩИХ ЛАТИНСКИЕ КВАДРАТЫ НАД АБЕЛЕВЫМИ ГРУППАМИ.

В настоящей работе изучаются семейства функций, обладающие специальным свойством правильности, т.е. задающие латинские квадраты в соответствии с конструкцией работы [3]. Показано, что в широком классе функций правильность семейств равносильна отсутствию циклов в графе существенной зависимости от переменных.

Nosov V.A., Pankratiev A.E. ABOUT FAMILY FUNCTION, ASSIGNING LATIN SQUARES ON ABELEVYMI GROUP.

In persisting work are studied family function, possessing special characteristic to correctness assigning latin squares in accordance with design of the work [3]. It Is Shown that in broad class function correctness family tantamount absence of the cycles in earl of the essential dependency from variable.

Носов В.А. О СВЯЗИ ПЕРИОДОВ СОСТОЯНИЙ И ПЕРИОДОВ ВЫХОДОВ АВТОНОМНЫХ АВТОМАТОВ.

В работе изучается связь периодов состояний и периодов выходов автономных автоматов и существование эквивалентных состояний. Показано, что в случае одноцикловых автоматов рассматриваемые вопросы сводятся к изучению групп инерции функций выхода. Находятся условия отсутствия сокращения периода выхода.

Nosov V.A. ABOUT RELATIONSHIP PERIOD CONDITIONS AND PERIOD OUTPUT AUTONOMOUS AUTOMATON.

In work is studied relationship period conditions and period output autonomous automaton and existence of the equivalent conditions. It is shown that in the case of one-cycle automaton matter in question are reduced to study of the groups to inertia function output. The condition of the absence of the reduction of the period of the output are found.

Леохин Ю.Л., Бондаренко А.Д. ПРОЕКТИРОВАНИЕ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ КОМПЬЮТЕРНЫМИ СЕТЯМИ.

Разработана многоуровневая интеллектуальная система управления компьютерными сетями (NIMS), основанная на технологиях, позволяющих избежать недостатков, присущих известным системам. NIMS разработана на языке программирования PHP. Для базы знаний используется СУБД MySQL, для сбора статистики с сетевых устройств используется протокол SNMP.

Leohin Y.L., Bondarenko A.D. COMPUTER NETWORKS INTELLECTUAL MANAGEMENT SYSTEMS DEVELOPMENT.

Network Intellectual Management System (NIMS) was developed basing on technologies, excluding disadvantages of well known network management systems. NIMS was developed using PHP as programming language, MYSQL as knowledge base and SNMP protocol for gathering statistics from network devices.

Мельников С.Ю. ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ СПЕКТРОВ ГРАФОВ АВТОМАТОВ В ЗАДАЧЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ФУНКЦИИ ВЫХОДОВ ПО ВЕРОЯТНОСТЯМ БИГРАММ В ВЫХОДНОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ.

Изучаются вопросы определения функции выходов вероятностного автомата по вероятностям биграмм в его выходной последовательности. Для вычисления вероятностей биграмм используются методы спектральной теории графов. Вычислен спектр неориентированных степеней графа де Брейна и получена верхняя граница числа независимости таких графов.

Melnikov S.U. THE USING OF SPECTRUMS OF THE GRAPHS FOR THE FINDING OUTPUT FUNCTION OF PROBABILISTIC AUTOMATA BY BIGRAMM'S PROBABILITIES IN OUTPUT SEQUENCE.

Article deals with the task of finding the output function of probabilistic automata if the probabilities of bigramms in output sequence are given. Spectrums of graphs are used for this task. The spectrums of nondirectional degrees of the de Bruijn graphs and new upper bound for independence numbers for such graphs are calculated.

Ветошкин А.М. МАТРИЦЫ С ЭКВИВАЛЕНТНЫМИ СИСТЕМАМИ СТРОК И СТОЛБЦОВ.

Исследуются свойства класса матриц с эквивалентными системами строк и столбцов. Получено полезное представление ортогональных матриц, которое применяется для исследования блочных отражений.

Vetoshkin A.M. MATRIX WITH EQUIVALENT SYSTEMS OF ROWS AND COLUMNS.

Property of matrix with equivalent systems of rows and columns are investigated. Useful representation of orthogonal matrix are received.

Мошкин Н.И., Лагерева А.В. ПОВЫШЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ СПЕЦИАЛЬНЫХ ПРОМЫШЛЕННЫХ СИСТЕМ ЗА СЧЕТ АВТОМАТИЗАЦИИ ПРОЦЕССОВ ДИАГНОСТИРОВАНИЯ.

Производство продукции любых отраслей – продовольственной, машиностроительной, лесной и т.д., ее транспортировка и переработка невозможны без сложных и специально адаптированных автотранспортных средств (АТС). При этом их эксплуатация в условиях сельского хозяйства (СХ) намного сложнее, чем в прочих отраслях экономики.

Эти особенности отрасли связаны с дорожными и транспортными условиями, сезонностью эксплуатации, трудностями организации плановых технических обслуживаний, удаленностью от обслуживающих предприятий, низкой квалификацией персонала и т.д.

Решение проблемы повышения эффективности использования АТС СХ путем снижения простоев и повышения уровня надежности и долговечности за счет автоматизации процесса диагностирования и минимизации влияния человека позволит уменьшить затраты на производство и потери сельскохозяйственной продукции вследствие выполнения сельскохозяйственных операций в заданные агротехнические сроки.

Moshkin N.I., Lagerev A.V. EFFICIENCY RISE IN USING SPECIAL INDUSTRIAL SYSTEMS RESULTING FROM DIAGNOSIS PROCESSES AUTOMATIZATION.

Manufacturing in any industry – food, machine-building, timber etc, delivery and processing require complicated and specially adapted autotransport means (SAAM). Their maintenance in agriculture is much more difficult than in any other branches of economy.

The specific feature can be: road and transport conditions, seasons, some problems of providing planned technical services and remote location of service centres (enterprises), low skilled personnel.

Solution of the problem related to efficiency increase in ATM in agriculture by means of reducing their idle-time, raising safety level and durability as a result of automatic process of diagnosing and minimal human influence on the process will enable to cut the expenses on production and reduce losses of agricultural products, to provide all the operations to be done in due agricultural periods.

Мошкин Н.И. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ПРИ ДИАГНОСТИРОВАНИИ СЛОЖНЫХ ПОДВИЖНЫХ ОБЪЕКТОВ.

Теоретически обоснована возможность диагностирования технического состояния сложных объектов на примере узлов и агрегатов АТС СХ, реализующих функции автоматических и автоматизированных систем управления в составе объединенной диагностической системы, основанной на суммировании и анализе диагностической информации в виде сочетаний диагностических признаков и симптомов, не имеющих однозначной связи с параметрами технического состояния диагностируемых узлов и агрегатов, получаемой от бесконечно большого количества объектов и средств диагностирования, объединенных в единую информационную сеть.

Moshkin N.I. INFORMATION TECHNOLOGIES USE IN DIAGNOSING COMPLEX ROLLING SYSTEMS.

Possibility of diagnosing the technical state of complex objects junctions and units of ATM in agriculture, performing automatic systems of management as a part of diagnostic system has been theoretically elaborated. The research is based on summarizing and analysis of diagnostic information which is a combination of diagnostic signs and symptoms not related to definite connection with parameters of technical state of junctions and units being diagnosed, this resulting