

РЕГРЕССИОННЫЕ МОДЕЛИ СМЕШАННЫХ ЭФФЕКТОВ ЗАВИСИМОСТИ ВЫСОТЫ ОТ ДИАМЕТРА СТВОЛА В СОСНОВЫХ ДРЕВОСТОЯХ ЕВРОПЕЙСКОЙ ЧАСТИ РОССИИ

Н.Н. Дубенок, А.В. Лебедев✉, В.В. Гостев

ФГБОУ ВО «Российский государственный аграрный университет — МСХА имени К.А. Тимирязева», Россия, 127550,
Москва, Тимирязевская ул., д. 49

alebedev@rgau-msha.ru

Проанализированы данные обмеров 3571 модельных деревьев сосны, произрастающих на 201 пробной площади из 13 регионов европейской части России от Карелии до Самарской области и от Тверской области до республики Коми. Рассмотрены 28 простых регрессионных зависимостей высоты деревьев от диаметра ствола на высоте 1,3 м от поверхности земли, представленных в стандартной и ограниченной формах. Отбор лучших моделей основывался на принятии в статистике метриках качества, таких как средний процент абсолютной ошибки (*MAPE*), средняя абсолютная ошибка (*MAE*), квадратный корень из среднеквадратической ошибки (*RMSE*), смещение (*Bias*), коэффициент детерминации (R^2), информационные критерии Акаике (*AIC*) и Байеса (*BIC*). Установлено, что наиболее простым и универсальным среди моделей фиксированных эффектов является двухпараметрическое уравнение Неслунда. Для увеличения прогностической способности уравнения Неслунда в качестве случайного эффекта добавлена отдельная пробная площадь, что позволило значительно улучшить метрики качества. Выявлено, что прогнозируемые полученной моделью кривые высот отличаются гибкостью и значительной величиной отклика на исходные соотношения высоты и диаметра отдельных деревьев. Установлено, что полученная модель смешанных эффектов является аналогом используемых при проведении лесоинвентаризационных работ разрядных таблиц, отражающих лишь относительную зависимость высот деревьев от диаметров на высоте 1,3 м. Указано, что использование в практике лесоучетных работ отраслевых стандартов и нормативов, выведенных на основе разработанной модели смешанных эффектов, будет способствовать увеличению эффективности и рентабельности получения количественных и качественных характеристик древостоев сосны, произрастающих в европейской части России.

Ключевые слова: сосновые древостои, отбор моделей, уравнение Неслунда, модель

Ссылка для цитирования: Дубенок Н.Н., Лебедев А.В., Гостев В.В. Регрессионные модели смешанных эффектов зависимости высоты от диаметра ствола в сосновых древостоях европейской части России // Лесной вестник / Forestry Bulletin, 2023. Т. 27. № 5. С. 37–47. DOI: 10.18698/2542-1468-2023-5-37-47

При проведении перечислительной таксации обязательным условием для установления таксационных характеристик дендроценоза издавна считается определение высоты и диаметра ствола деревьев на высоте 1,3 м от поверхности земли. Процесс обмера деревьев в целях получения сведений о высоте характеризуется значительными трудовыми затратами. В связи с этим при таксации древостоев проводится измерение высоты у 15...25 деревьев. Отсутствующие параметры высот отдельных деревьев возможно получить с использованием таблиц разрядов высот или с помощью эмпирических регрессионных уравнений. Точность расчета экологического, товарного и биологического потенциалов лесов напрямую зависит от качества используемых лесоучетных стандартов.

Для оценивания зависимости высоты деревьев от диаметра ствола на высоте 1,3 м от поверхности земли отечественные специалисты при

лесоинвентаризационных работах применяют таблицы разрядов высот, шкалы которых, по убеждению ряда исследователей [1], содержат значительные неточности, связанные с несовпадением графика высот дендроценоза с уровнем высот кривых в таблицах, что может приводить к существенным ошибкам при определении объемных показателей.

В 2000–2020-е годы за рубежом возрос интерес к применению регрессионных моделей смешанных эффектов, для изучения процессов роста и прироста, связей таксационных показателей как деревьев, так и древостоев [2]. Модели смешанных эффектов активно применяются для аппроксимации влияния таксационного диаметра ствола на высоту деревьев [3–7]. Модели смешанных эффектов характеризуются предварительным прогнозированием изначально заданной кривой высота — диаметр с последующим предсказанием случайного эффекта, калибрующего начальную кривую и обеспечивающего согласование зависимости с исходными данными [8–11].

Модели смешанных эффектов являются усовершенствованным преобразованием регрессионных зависимостей для материалов полевых исследований. Наборы данных по высоте и диаметру ствола часто характеризуются сгруппированной структурой. Подход к моделированию смешанных эффектов служит основным методом анализа этих лесохозяйственных данных [12].

Модели смешанных эффектов выражают зависимость переменной отклика от независимых переменных с варьирующимися по отношению к группирующим переменным коэффициентами. Модели смешанных эффектов включают в себя части фиксированных и случайных эффектов. Компоненты фиксированных эффектов являются стандартными для регрессионных зависимостей, тогда как смешанные эффекты связаны со случайными отдельными единицами полевых данных. Для смешанных эффектов, в отличие от фиксированных, наиболее часто характерно нормальное распределение. Случайная компонента, содержащаяся в моделях смешанных эффектов, способствует соблюдению предположения о независимости наблюдений при повторяющихся измерениях, о чем свидетельствует надежность оценок параметров [2].

Цель работы

Цель работы — разработка регрессионного уравнения, включающего в себя смешанные эффекты, для аппроксимации зависимости высоты деревьев от таксационного диаметра ствола в сосновых древостоях европейской части России.

Материалы и методы

Материалы исследования составляет выборка данных обмера 3571 модельного дерева с 201 пробной площади, а также полевые, архивные и литературные [13–15] данные с пробных площадей Костромской, Владимирской, Тверской, Московской, Архангельской, Самарской, Нижегородской и Ярославской областей, Республики Башкортостан, Республики Коми, Республики Марий Эл, Республики Мордовия и Республики Карелия. Большую часть данных обмера высоты и диаметра стволов сосновых древостоев составляют материалы полевых исследований на пробных площадях, заложенных нами в Костромской, Московской, Владимирской и Тверской областях. Наиболее представлены модельные деревья южно-таежного лесного района, на который приходится более половины (51 %) данных. В районе хвойно-широколиственных (смешанных) лесов собрано 46 % данных. Наименее представлены данные северо-таежного и лесостепного районов (2 и 1 % данных соответственно). Таксационный диаметр стволов обмеренных деревьев сосны составляет 1–65 см, высота — 2–41 м. Возраст измеренных деревьев варьирует от 6 до 375 лет.

Для проведения анализа данные по литературным источникам [16–33] проведен отбор 28 простых регрессионных моделей (табл. 1), 12 из которых представлены в стандартной форме, 16 — в ограниченной. Стандартная форма модели позволяет оценить константы по данным, если модель является линейной или приводимой к линейной форме.

Т а б л и ц а 1

Простые регрессионные модели зависимости высоты деревьев от диаметра ствола на высоте 1,3 м от поверхности земли

Simple regression models of the relationship between tree height and trunk diameter at 1,3 metres above the ground

Номер п/п	Регрессионная модель	Количество параметров	Литературный источник
Группа 1. Модели в стандартной форме			
1	$H = b_0 + b_1 DBH$	2	[16]
2	$H = b_0 + b_1 \ln DBH$	2	[17]
3	$H = b_0 DBH^b$	2	[18]
4	$H = b_0 \frac{1}{(b_0 DBH^{-1})^b}$	2	[19]
5	$H = b_0 + b_1 \frac{DBH}{(DBH + 1)} + b_2 DBH$	3	[20]
6	$H = \frac{b_0}{b_1 + \exp(-b_2 DBH)}$	3	[21]
7	$H = b_0 + \frac{b_1}{\sqrt{DBH}} + \frac{b_2}{DBH} + \frac{b_3}{DBH^2}$	4	[22]

Окончание табл. 1

Номер п/п	Регрессионная модель	Количество параметров	Литературный источник
Группа 1. Модели в стандартной форме			
8	$h = b_0 + b_1\sqrt{DBH} + b_2DBH + b_3DBH^2$	4	[23]
9	$H = b_0 + b_1DBH + b_2DBH^2 + b_3 \log DBH$	4	[21]
10	$H = b_0 \left(1 - b_1 \exp(-b_2DBH^{b_3})\right)$	4	[24]
11	$H = b_0 \left(1 - b_1 \exp(-b_2DBH)\right)^{b_3}$	4	[25]
12	$H = b_0 \left(1 - \exp(-b_1DBH^{b_2})\right)^{b_3}$	4	[26]
Группа 2. Модели в ограниченной форме			
13	$h = 1,3 + \frac{b_1DBH}{b_2DBH}$	2	[26]
14	$h = 1,3 + \frac{b_1DBH}{(DBH + 1) + b_2DBH}$	2	[27]
15	$h = 1,3 + \left(\frac{DBH}{b_1 + b_2DBH}\right)^2$	2	[28]
16	$h = 1,3 + \left(b_1 + \frac{b_2}{DBH}\right)^{-5}$	2	[29]
17	$h = 1,3 + \frac{b_1DBH}{(1 + DBH)^{b_2}}$	2	[22]
18	$h = 1,3 + b_1 \left(\frac{DBH}{(1 + DBH)}\right)^{b_2}$	2	[26]
19	$h = 1,3 + b_1 (\ln(1 + DBH))^{b_2}$	2	[29]
20	$h = 1,3 + b_1DBH \exp(-b_2DBH)$	2	[26]
21	$h = 1,3 + \exp\left(b_1 + \frac{b_2}{DBH}\right)$	2	[30]
22	$h = 1,3 + \frac{DBH^2}{b_1 + b_2DBH + b_3DBH^2}$	3	[31]
23	$h = 1,3 + \frac{b_1}{1 + b_2DBH^{-b_3}}$	3	[26]
24	$h = 1,3 + DBH^{\frac{b_1}{b_2 + b_3DBH^{b_1}}}$	3	[29]
25	$h = 1,3 + b_1 \exp(-b_2 \exp(-b_3DBH))$	3	[31]
26	$h = 1,3 + \frac{b_1}{1 + b_2 \exp(-b_3DBH)}$	3	[31]
27	$h = 1,3 + b_1 \left(1 - \exp(-b_2DBH)\right)^{b_3}$	3	[32]
28	$h = \left(1,3^{b_1} + \left(b_2^{b_1} - 1,3^{b_1}\right) \frac{1 - \exp(-b_3DBH)}{1 - \exp(-100b_3)}\right)^{\frac{1}{b_1}}$	3	[33]
Примечание. h — высота, м; DBH — диаметр на высоте 1,3 м от поверхности земли, см; $b_1...b_3$ — параметры модели.			

Т а б л и ц а 2

Используемые метрики качества моделей
Quality metrics of the models used

Наименование метрики	Формула
Квадратный корень из среднеквадратической ошибки <i>RMSE</i>	$RMSE = \sqrt{\sum \frac{(y_i - \hat{y}_i)^2}{n}}$
Средний процент абсолютной ошибки <i>MAPE</i>	$MAPE = \frac{100 \sum \left \frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i} \right }{n}$
Средняя абсолютная ошибка <i>MAE</i>	$MAE = \frac{\sum y_i - \hat{y}_i }{n}$
Абсолютное смещение <i>Bias</i>	$Bias = \hat{y}_i - y_{i30}$
Коэффициент детерминации R^2	$R^2 = 1 - \frac{\sum (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum (y_i - \bar{y})^2}$
Информационный критерий Акаике <i>AIC</i>	$AIC = 2k + n \ln \frac{\sum (y_i - \hat{y}_i)^2}{n}$
Информационный критерий Байеса <i>BIC</i>	$BIC = k \ln n + n \ln \frac{\sum (y_i - \hat{y}_i)^2}{n}$
<i>Примечание.</i> k — количество параметров модели; n — количество наблюдений; y_i — фактическое значение наблюдения; \hat{y}_i — предсказанное по модели значение наблюдения.	

Нелинейная форма модели свидетельствует о том, что кривая высоты деревьев исходит из начала координат. Кривая высоты деревьев моделей в ограниченной форме всегда берет начало из точки 1,3 м от поверхности земли, что представляет собой диаметр, определяемый на этой высоте при таксации.

Для оценки качества моделей расчетным путем были определены такие метрики качества, как квадратный корень из среднеквадратической ошибки (*RMSE*), средний процент абсолютной ошибки (*MAPE*), средняя абсолютная ошибка (*MAE*), смещение (*Bias*), коэффициент детерминации (R^2), информационные критерии Акаике (*AIC*) и Байеса (*BIC*). Формулы метрик, используемые в расчетах, представлены в табл. 2. Лучшее соответствие модели экспериментальным данным обеспечивается при достижении коэффициентом детерминации максимального значения и минимальных значений информационных критериев, среднеквадратической ошибки и среднего процента абсолютной ошибки.

Модели отбирали путем их ранжирования по рассчитанным метрикам качества (от лучших к худшим). Таким образом, самая лучшая модель характеризовалась наименьшим рангом, а самая худшая — наибольшим. При оценивании нелинейных моделей проводилась проверка на соответствие требованиям, предъявляемым к функ-

циям зависимости высоты от диаметра ствола, согласно которым кривая должна исходить из точки $x = 0, y = 1,3$ и обладать горизонтальной асимптотой, что в противном случае может привести к ошибочным прогнозам при малых диаметрах стволов [34–37].

Для расчета описательных статистик применялся пакет *psych* 2.1.9, 2021-09-22 в *R*. Модели оценивались с помощью нелинейного метода наименьших квадратов пакета *nls* stats 3.6.2, 2019-07-05 в *R*, а модели смешанных эффектов — пакета *nlme* 3.1-155, 2022-01-13 в *R*. Метрики качества рассчитаны по пакетам *Metrics* 0.1.4, 2018-07-09 и *MLmetrics* 1.1.1, 2016-05-13. Визуализация результатов анализа осуществлялась по пакету *ggplot2* 3.3.5, 2021-06-25.

Результаты исследования

Анализ отобранных уравнений показал, что модели № 11 и 12 дают ошибочный прогноз при малых значениях диаметра ствола, в результате чего они были исключены из дальнейшего рассмотрения. Начало кривой моделей, представленных в стандартной форме, не соответствует точке $x = 0, y = 1,3$, что позволяет исключить их из дальнейшего рассмотрения, а также ввиду не соответствия условиям, предъявляемым к моделям связи высоты и таксационных значений диаметра ствола.

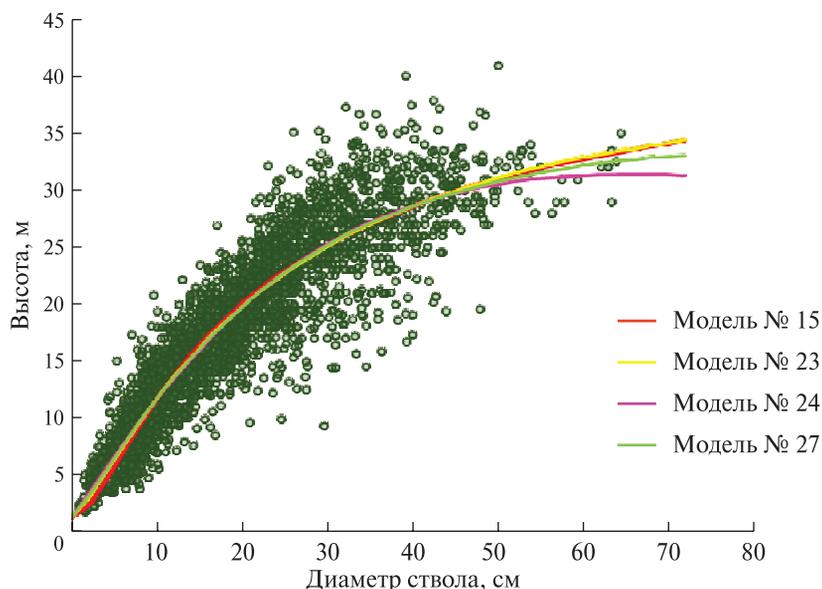


Рис. 1. Визуализация лучших моделей зависимости высоты дерева от диаметра ствола

Fig. 1. Visualisation of the best models of tree height dependence on trunk diameter

В группе 2 моделей в ограниченной форме лучшими можно считать следующие:

№ 15 ($RMSE=2,927$; $MAPE=0,147$; $MAE=2,162$; $Bias=0,053$; $R^2=0,829$; $AIC=17840$, $BIC=17859$);

№ 23 ($RMSE=2,915$; $MAPE=0,146$; $MAE=2,15$; $Bias=0,015$; $R^2=0,826$; $AIC=17812$, $BIC=17837$);

№ 24 ($RMSE=2,911$; $MAPE=0,146$; $MAE=2,15$; $Bias=0,001$; $R^2=0,825$; $AIC=17802$, $BIC=17827$);

№ 27 ($RMSE=2,911$; $MAPE=0,146$; $MAE=2,147$; $Bias=0,009$; $R^2=0,826$; $AIC=17804$, $BIC=17829$).

Для них все оцениваемые параметры статистически значимы при $p < 0,05$. Графическая визуализация моделей № 15, 23, 24 и 27 представлена на рис. 1. Кривые зависимости высоты дерева от таксационного диаметра ствола берут начало в точке 1,3 м от поверхности земли, а также, за исключением модели № 24, обладают горизонтальными асимптотами.

Поскольку модель № 24 не имеет горизонтальной асимптоты, она при большой толщине стволов дает занижение прогнозируемых значений высоты деревьев. Тест отношения правдоподобия при $p < 0,001$ показал, что двухпараметрическая модель № 15 (уравнение Неслунда) не уступает по качеству трехпараметрическим моделям. Поэтому как более простую и универсальную ее можно признать лучшей.

Наилучшей прогностической способностью обладают модели смешанных эффектов, так как позволяют прогнозировать индивидуальную кривую высоты для каждого отдельно взятого дерева. В связи с этим для уравнения Неслунда выполнена оценка фиксированных параметров и случайных эффектов. Модель № 15 после до-

бавления случайных эффектов, где в качестве фиксированных эффектов будут выступать параметры b_1 и b_2 , а в качестве случайного эффекта — отдельная пробная площадь, имеет вид

$$h_{ij} = 1,3 + \left(\frac{DBH_{ij}}{b_1 + \beta_{1i} + (b_2 + \beta_{2i}) DBH_{ij}} \right)^2 + \varepsilon_{ij},$$

где h_{ij} — высота для дерева j из выборки i , м;

$b_1 \dots b_3$ — параметры модели;

$\beta_{1i} \dots \beta_{2i}$ — вектор случайных эффектов для отдельного перечета из выборки i , имеющий нормальное распределение с нулевым средним и стандартным отклонением $\sigma_{\beta_{1i}}$;

DBH_{ij} — диаметр на высоте 1,3 м от поверхности земли для дерева j из выборки i , см;

ε_{ij} — вектор остатков, имеющий нормальное распределение с нулевым средним и стандартным отклонением σ .

В табл. 3 представлено сравнение статистических оценок параметров и критериев качества для моделей, содержащих фиксированные и смешанные эффекты. Все оценки параметров и компоненты дисперсии модели, содержащей смешанные эффекты, обладают высокой статистической значимостью при $p < 0,001$. Существенно улучшенные метрики качества позволяют заключить, что модель смешанных эффектов более точно предсказывает зависимость между высотой и диаметром стволов деревьев по сравнению с моделью фиксированных эффектов. Практически в 2 раза снизились значения метрик $RMSE$, $MAPE$ и MAE . Доля объясненной моделью дисперсии увеличилась с 82,9 до 96,2 %.

**Сравнение итоговых оценок для моделей фиксированных и смешанных эффектов
(модель № 15 — уравнение Неслунда)**

**Comparison of final estimates for fixed and mixed effects models
(model №15 — Neslund equation)**

Компоненты	Параметр	Оценка	Оценка гипотезы		Метрики качества модели					
			<i>t</i> -статистика	<i>p</i> -value	<i>RMSE</i>	<i>MAPE</i>	<i>MAE</i>	<i>R</i> ²	<i>AIC</i>	<i>BIC</i>
Модель фиксированных эффектов										
Фиксированные	b_1	4,143e+01	5,199e+01	< 2e-16	2,927	0,147	2,162	0,829	17840	17859
	b_2	2,431e+01	2,607e+01	< 2e-16						
Модель смешанных эффектов										
Фиксированные	b_1	3,544e+01	3,460e+01	< 2e-16	1,445	0,751	1,064	0,962	14369	14405
	b_2	1,734e+01	1,462e+01	< 2e-16						
Случайные	$\sigma_{\beta_{1i}}$	7,198e+00	—	—						
	$\sigma_{\beta_{2i}}$	8,234e+00	—	—						
	$corr$ ($\sigma_{\beta_{1i}}, \sigma_{\beta_{2i}}$)	9,490e-01	—	—						
	σ	1,231e+00	—	—						

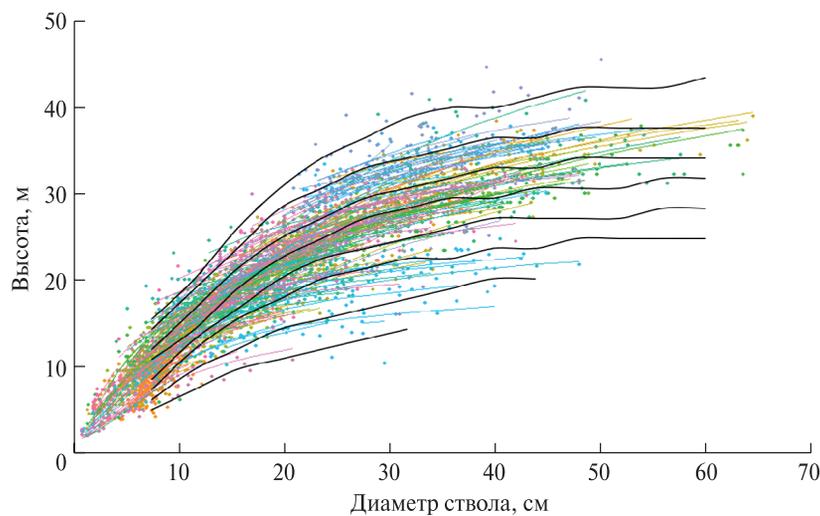


Рис. 2. Сопоставление прогнозируемых кривых высот для отдельных пробных площадей и шкалы разрядов высот сосновых древостоев естественного происхождения: точки — данные для отдельных деревьев; цветные линии — прогнозируемые кривые высот для отдельных пробных площадей; черные линии — шкала разрядов высот сосновых древостоев естественного происхождения [38]

Fig. 2. Comparison of predicted height curves for individual sample plots and the scale of pine stands of natural origin: dots — data for individual trees; coloured lines — predicted height curves for individual sample plots; black lines — scale of natural origin pine stands [38]

Результаты и обсуждение

Полученная нами модель смешанных эффектов способна с высокой точностью предсказать значения высоты деревьев в конкретных дендрозонах, что подтверждает ранее проведенные нами исследования, в которых отдается предпочтение двухпараметрическим моделям [2, 10].

Сопоставление прогнозируемых кривых высот деревьев для отдельных пробных площадей и шкалы разрядов высот сосновых древостоев естественного происхождения по «Сортиментным и товарным таблицам для лесов Центральных и Южных районов европейской части РФСР» [38, 39] представлено на рис. 2.

Из рис. 2 следует, что точность прогноза полученной модели смешанных эффектов достаточно высокая, что обеспечивает прогнозирование специфической кривой для каждого отдельно взятого древостоя. Прогнозируемые кривые высоты древостоев отличаются гибкостью и значительной величиной отклика на исходные соотношения высоты и диаметра стволов отдельных деревьев. Шкалы разрядов высот существенно расходятся с реальными данными, что впоследствии при определении разрядов высоты и объема ствола может привести к значительным неточностям при определении запасов древесины и выхода отдельных сортиментов. Таким образом, действующие в настоящее время нормативы таксации лесов, которые были составлены и утверждены более 30 лет назад, не отражают особенности конкретных дендроценозов, поэтому остро встал вопрос актуализации лесотаксационных нормативов ввиду глобальных преобразований климата.

Выводы

Предложенная методика прогнозирования кривых высоты дендроценоза обладает некоторыми преимуществами по сравнению с классическими методами. Она предоставляет возможность анализировать основные характеристики кривых высоты, а также использовать среднюю линию высоты дендроценоза для предсказания высоты отдельных деревьев в любом возрасте.

Результаты нашего исследования согласуются с отечественной [2, 6, 9, 10] и зарубежной [8, 12] практиками применения регрессионных моделей смешанных эффектов для прогнозирования высоты при известных значениях диаметра ствола деревьев.

Полученная модель смешанных эффектов представляет собой основу для получения обобщенных моделей, которые помимо таксационного диаметра стволов отдельных деревьев на высоте 1,3 м от поверхности земли будут включать в себя различные характеристики дендроценоза.

Модели смешанных эффектов служат альтернативой используемым при инвентаризации лесных массивов разрядным таблицам, показывающим условные соотношения между высотой и таксационными значениями диаметра ствола деревьев. Они позволяют осуществить калибровку кривой высоты по 3–5 измерениям высоты и диаметра ствола деревьев в таксируемом дендроценозе. Использование модели позволяет увеличить точность определения запасов древесины и выхода товарных сортиментов в древостоях сосны европейской части России.

В совокупности с моделями распределения деревьев по толщине модели зависимости высоты от диаметра ствола, включающие в себя смешан-

ные эффекты, можно включить в виде отдельного компонента в имитационные модели роста и производительности древостоев, где они являются основой для определения запаса древесины, его товарной структуры, а также биологической продуктивности.

Большинство отобранных моделей имеет нелинейную структуру. Лучшей моделью, отражающей зависимость высоты деревьев от диаметра ствола на высоте 1,3 м от поверхности земли для древостоев сосны европейской части России признана двухпараметрическая функция Неслунда. Включение случайных эффектов по отдельной пробной площади предоставило возможность существенного увеличения точности прогнозирования. Применение отраслевых таксационных нормативов, разработанных на базе моделей смешанных эффектов, позволит существенно увеличить эффективность и рентабельность учета древесных ресурсов в сосновых древостоях.

Список литературы

- [1] Кузьмичев В.В., Неповинных А.Г. Обобщенная зависимость высот от диаметров в сосновых древостоях // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета, 2008. № 41. С. 286–292.
- [2] Лебедев А.В., Кузьмичев В.В. Регрессионные модели смешанных эффектов в лесохозяйственных исследованиях // Сибирский лесной журнал, 2021. № 1. С. 13–20. DOI 10.15372/SJFS20210102
- [3] Krisnawati H., Wang Y., Ades P. Generalized Height-Diameter Models for *Acacia mangium* wildl. Plantations in South Sumatra // Indonesian J. of Forestry Research, 2010, v. 7. DOI: 10.20886/ijfr.2010.7.1.1-19
- [4] Adamec Z. Comparison of linear mixed effects model and generalized model of the tree height-diameter relationship // J. of forest science, 2016, no. 61, pp. 439–447.
- [5] Filho A.C., Mola-Yudego B., Ribeiro A., Scolforo J.R., Loos R.A., Scolforo H.F. Height-diameter models for *eucalyptus* sp. plantations in Brazil // *Cerne*, 2018, no. 24, pp. 9–17.
- [6] Дубенок Н.Н., Кузьмичев В.В., Лебедев А.В. Модель смешанных эффектов зависимости высот от диаметров деревьев в сосновых древостоях // Известия Санкт-Петербургской лесотехнической академии, 2021. Вып. 237. С. 59–74. DOI: 10.21266/2079-4304.2021.237.59-74
- [7] Corral-Rivas S., Silva-Antuna A.M., Quinonez-Barraza Y.G. A generalized nonlinear height-diameter model with mixed-effects for seven *pinus* species in Durango // *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 2019, v. 10 (53), pp. 86–117
- [8] Sharma R.P., Vacek Z., Vacek S. Nonlinear mixed effect height-diameter model for mixed species forests in the central part of the Czech Republic // *J. of Forest Science*, 2016, no. 62 (10), pp. 470–484. DOI: 10.17221/41/2016-JFS
- [9] Лебедев А.В., Кузьмичев В.В. Верификация трехпараметрических моделей зависимости высоты от диаметра на высоте груди для березовых древостоев Европейской части России // Сибирский лесной журнал, 2020. № 5. С. 45–54. DOI 10.15372/SJFS20200505

- [10] Лебедев А.В., Кузьмичев В.В. Проверка двухпараметрических моделей зависимости высоты от диаметра на высоте груди в березовых древостоях // Известия Санкт-Петербургской лесотехнической академии, 2020. № 230. С. 100–113.
DOI 10.21266/2079-4304.2020.230.100-113
- [11] Mehtätalo L., de-Miguel S., Gregoire T.G. Modeling height-diameter curves for prediction // Canadian J. of Forest Research, 2015, no. 45, pp. 826–837.
- [12] Patricio M.S., Dias C.R., Nunes L.F. Mixed-effects generalized height-diameter model: A tool for forestry management of young sweet chestnut stands // Forest Ecology and Management, 2022, v. 514, p. 120209.
DOI: 10.1016/j.foreco.2022.120209
- [13] Макулов Ф.Т. Ход роста и биопродукционные показатели лесных культур сосны обыкновенной в условиях Предуралья: дис. ... канд. с-х наук: 06.03.02. Уфа, 2016. 138 с.
- [14] Кутявин И.Н. Сосновые леса Северного Приуралья: строение, рост, продуктивность. Сыктывкар: Изд-во ИБ Коми НЦ УрО РАН, 2018. 176 с. DOI: 10.31140/book-2018-02
- [15] Усольцев В.А. Фитомасса модельных деревьев лесобразующих пород Евразии: база данных, климатически обусловленная география, таксационные нормативы. Екатеринбург: Изд-во УГЛТУ, 2016. 335 с.
- [16] Larsen D.R., Hann D.W. Equations for predicting diameter and squared diameter inside bark at breast height for six major conifers of southwest Oregon // Research Note 77. Corvallis, OR: Forest Research Laboratory, Oregon State Univ., 1985, p. 4.
- [17] Henriksen H.A. Height/diameter curve with logarithmic diameter: brief re-report on a more reliable method of height determination from height curves, introduced by the State Forest Research Branch // Dansk Skovforeningens Tidsskrift, 1950, v. 35, no. 4, pp. 193–202.
- [18] Stoffels A., van Soest J. The main problems in sample plots // Ned Boschb Tijdschr, 1953, no. 25, pp. 190–199.
- [19] Ogana F.N. Comparison of a modified log-logistic distribution with established models for tree height prediction // J. of Research in Forestry, Wildlife & Environment, 2018, no. 10 (2), pp. 49–55.
- [20] Watts S.B., Tolland L. Forestry handbook for British Columbia. Vancouver, BC: Univ. of British Columbia, 2005, pp. 1–769.
- [21] Pearl R., Reed L.J. On the rate of growth of the population of the United States since 1790 and its mathematical representation // Proc Natl Acad Sci USA, 1920, no. 6(6), pp. 275–288.
- [22] Curtis R.O. Height-diameter and height-diameter-age equations for second growth Douglas-fir // Forest Science, 1967, no. 13, pp. 365–375.
- [23] Атрощенко О.А. Моделирование роста леса и лесохозяйственных процессов. Минск: Изд-во БГТУ, 2004, 249 с.
- [24] Bailey R.L. The potential of Weibulltype functions as flexible growth curves: discussion // Can J For Res., 1979, no. 10, pp. 117–118.
- [25] Richards F.J. A flexible growth function for empirical use // J Exp Bot., 1959, № 10 (2), pp. 290–300.
- [26] Huang S., Price D., Titus S.J. Development of ecoregion-based height-diameter models for white spruce in boreal forests // Forest Ecology and Management, 2000, № 129 (1), pp. 125–141.
- [27] Bates D.M., Watts D.G. Relative curvature measures of nonlinearity // J. of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological), 1980, no. 42 (1), pp. 1–25.
- [28] Näslund M. Thinning experiments in pine forest conducted by the forest experiment station // Meddelanden fran Statens Skogsforsöksanstalt, 1936, no. 29, pp. 1–169.
- [29] El Mamoun H.O., El Zein A.I., El Mugira M.I. Modelling Height-Diameter Relationships of Selected Economically Important Natural Forests Species // J. of Forest Products & Industries, 2013, no. 2(1), pp. 34–42.
- [30] Staudhammer C., LeMay V. Height prediction equations using diameter and stand density measures // The Forestry Chronicle, 2000, no. 76 (2), pp. 303–309.
- [31] Huang S., Titus S.J., Wiens D.P. Comparison of nonlinear height-diameter functions for major Alberta tree species // Canadian J. of Forest Research, 1992, no. 22 (9), pp. 1297–1304.
- [32] Peng C., Zhang L., Liu J. Developing and validating nonlinear height-diameter models for major tree species of Ontario's boreal forests // Northern J. of Applied Forestry, 2001, no. 18 (3), pp. 87–94.
- [33] Schnute J. A versatile growth model with statistically stable parameters // Canadian J. of Forest Research, 1981, no. 38, pp. 1128–1140.
- [34] Подмаско Б.И. Инвентаризация лиственных лесов севера Дальнего Востока СССР методом камерального дешифрирования аэроснимков: автореф. дис. ... канд. с.-х. наук. М., 1973. 24 с.
- [35] Дубенок Н.Н., Кузьмичев В.В., Лебедев А.В. Результаты экспериментальных работ за 150 лет в Лесной опытной дачи Тимирязевской академии. РГАУ-МСХА им. К.А. Тимирязева. М.: Наука, 2020. 382 с
- [36] Lebedev A., Kuzmichev V. Verification of two- and three-parameter simple height-diameter models for the birch in the European part of Russia // J. For. Sci., 2020, no. 66, pp. 375–382.
- [37] Lebedev A.V. New generalised height-diameter models for the birch stands in European Russia // Baltic Forestry, 2020, v. 26, no 2, pp. 1–7. DOI 10.46490/BF499
- [38] Сортиментные и товарные таблицы для лесов центральных и южных районов европейской части РСФСР. Утверждены председателем Гослесхоза СССР А.И. Зверевым, приказ № 258 от 23.12.1986 г.
- [39] Хлюстов В.К., Лебедев А.В. Товарно-денежный потенциал древостоев и оптимизация лесопользования. Иркутск: Мегаринт, 2017. 328 с.

Сведения об авторах

Дубенок Николай Николаевич — д-р с.-х. наук, профессор, академик РАН, зав. кафедрой сельскохозяйственных мелиораций, лесоводства и землеустройства, ФГБОУ ВО «Российский государственный аграрный университет — МСХА имени К.А. Тимирязева», ndubenok@mail.ru

Лебедев Александр Вячеславович [✉] — канд. с.-х. наук, доцент кафедры сельскохозяйственных мелиораций, лесоводства и землеустройства, ФГБОУ ВО «Российский государственный аграрный университет — МСХА имени К.А. Тимирязева», alebedev@rgau-msha.ru

Гостев Владимир Викторович — ассистент кафедры сельскохозяйственных мелиораций, лесоводства и землеустройства, ФГБОУ ВО «Российский государственный аграрный университет — МСХА имени К.А. Тимирязева», vgostev@internet.ru

Поступила в редакцию 09.12.2022.

Одобрено после рецензирования 20.03.2023.

Принята к публикации 18.07.2023.

MIXED-EFFECT REGRESSION MODELS OF HEIGHT VERSUS TRUNK DIAMETER DEPENDENCE IN PINE STANDS IN EUROPEAN PART OF RUSSIA

N.N. Dubenok, A.V. Lebedev[✉], V.V. Gostev

Russian State Agrarian University — Moscow Timiryazev Agricultural Academy, 49, Timiryazevskaya st., 127550, Moscow, Russia

alebedev@rgau-msha.ru

Evaluation of the relationship between tree heights and diameters in the course of logging sites can be done through the use of tables of height categories or regression models. Models of mixed effects make it possible to improve the accuracy of forest inventory to a large extent. The purpose of the study is to develop a mixed effects model for describing the dependence of heights on the diameters of pine trees in the European part of Russia. In the course of study we used the data from measurements of 3 571 model pine trees growing on 201 trial plots from 13 regions of the European part of Russia from Karelia to the Samara region and from the Tver region to the Komi Republic. The paper analyzes 28 simple regression models of the dependence of height on diameter, selected according to literary sources. The selection of the best models was based on quality metrics accepted in statistics, such as the square root of the root mean square error (RMSE), the average percentage of absolute error (MAPE), the average absolute error (MAE), bias (Bias), coefficient of determination (R²), information criteria Akaike (AIC) and Bayesian (BIC). The two-parameter Neslund equation is recognized as the most simple and universal among the fixed effects models. To increase the predictive power of the Neslund equation, a separate trial plot was added as a random effect, which made it possible to significantly improve the quality metrics. It has been established that the height curves predicted by the obtained model are flexible and have a significant response to the initial ratios of the height and diameter of individual trees. The resulting model of mixed effects is an alternative to the tables of height categories used in the practice of forest accounting, which show only conditional relationships between the heights and diameters of trees. The introduction of industry standards developed on the basis of the model will improve the efficiency of accounting for wood resources in pine forests in the European part of Russia.

Keywords: pine stands, model selection, Neslund equation, mixed effects models

Suggested citation: Dubenok N.N., Lebedev A.V., Gostev V.V. *Regressiionnye modeli smeshannykh effektov zavisimosti vysoty ot diametra stvola v sosnovykh drevostoyakh evropeyskoy chasti Rossii* [Mixed-effect regression models of height versus trunk diameter dependence in pine stands in european part of Russia]. *Lesnoy vestnik / Forestry Bulletin*, 2023, vol. 27, no. 5, pp. 37–47. DOI: 10.18698/2542-1468-2023-5-37-47

References

- [1] Kuz'michev V.V., Nepovinnykh A.G. *Obobshchennaya zavisimost' vysot ot diametrov v sosnovykh drevostoyakh* [Generalized dependence of heights on diameters in pine stands]. *Politematicheskiy setevoy elektronnyy nauchnyy zhurnal Kubanskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta* [Polythematic network electronic scientific journal of the Kuban State Agrarian University], 2008, no. 41, pp. 286–292.
- [2] Lebedev A.V., Kuz'michev V.V. *Regressiionnye modeli smeshannykh effektov v lesokhozyaystvennykh issledovaniyakh* [Regression Models of Mixed Effects in Forestry Research]. *Sibirskiy lesnoy zhurnal* [Siberian Forest Journal], 2021, no. 1, pp. 13–20. DOI 10.15372/SJFS20210102
- [3] Krisnawati H., Wang Y., Ades P. Generalized Height-Diameter Models for Acacia mangium willd. Plantations In South Sumatra. *Indonesian J. of Forestry Research*, 2010, v. 7. DOI: 10.20886/ijfr.2010.7.1.1-19

- [4] Adamec Z. Comparison of linear mixed effects model and generalized model of the tree height-diameter relationship. *J. of forest science*, 2016, no. 61, pp. 439–447.
- [5] Filho A.C., Mola-Yudego B., Ribeiro A., Scolforo J.R., Loos R.A., Scolforo H.F. Height-diameter models for eucalyptus sp. plantations in Brazil. *Cerne*, 2018, no. 24, pp. 9–17.
- [6] Dubenok N.N., Kuz'michev V.V., Lebedev A.V. *Model' smeshannykh effektivov zavisimosti vysot ot diametrov derev'ev v sosnovykh drevostoyakh* [Mixed effects model of height versus tree diameter in pine stands]. *Izvestiya Sankt-Peterburgskoy lesotekhnicheskoy akademii* [Proceedings Saint-Petersburg State Forestry University], 2021, v. 237, pp. 59–74. DOI: 10.21266/2079-4304.2021.237.59-74
- [7] Corral-Rivas S., Silva-Antuna A.M., Quinonez-Barraza Y.G. A generalized nonlinear height-diameter model with mixed-effects for seven pinus species in Durango. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 2019, v. 10 (53), pp. 86–117
- [8] Sharma R.P., Vacek Z., Vacek S. Nonlinear mixed effect height-diameter model for mixed species forests in the central part of the Czech Republic. *J. of Forest Science*, 2016, no. 62 (10), pp. 470–484. DOI: 10.17221/41/2016-JFS
- [9] Lebedev A.V., Kuz'michev V.V. *Verifikatsiya trekhparametricheskikh modeley zavisimosti vysoty ot diametra na vysote grudi dlya berezovykh drevostoev Evropeyskoy chasti Rossii* [Verification of three-parameter models of the dependence of height on diameter at breast height for birch stands in the European part of Russia]. *Sibirskiy lesnoy zhurnal* [Siberian Forest Journal], 2020, no. 5, pp. 45–54. DOI 10.15372/SJFS20200505
- [10] Lebedev A.V., Kuz'michev V.V. *Proverka dvukhparametricheskikh modeley zavisimosti vysoty ot diametra na vysote grudi v berezovykh drevostoyakh* [Verification of two parametric models of height versus diameter at breast height in birch stands]. *Izvestiya Sankt-Peterburgskoy lesotekhnicheskoy akademii* [Proceedings Saint-Petersburg State Forestry University], 2020, no. 230, pp. 100–113. DOI 10.21266/2079-4304.2020.230.100-113
- [11] Mehtätälö L., de-Miguel S., Gregoire T.G. Modeling height-diameter curves for prediction. *Canadian J. of Forest Research*, 2015, no. 45, pp. 826–837.
- [12] Patrício M.S., Dias C.R., Nunes L.F. Mixed-effects generalized height-diameter model: A tool for forestry management of young sweet chestnut stands. *Forest Ecology and Management*, 2022, v. 514, p. 120209. DOI: 10.1016/j.foreco.2022.120209
- [13] Makulov F.T. *Khod rosta i bioproduktsionnye pokazateli lesnykh kul'tur sosny obyknovennoy v usloviyakh Predural'ya* [The course of growth and bioproduction indicators of forest plantations of Scotch pine in the conditions of the Cis-Urals]. Diss. Cand. Sci. (Agric.). Ufa, 2016, 138 p.
- [14] Kut'yavin I.N. *Sosnovye lesa Severnogo Priural'ya: stroenie, rost, produktivnost'* [Pine forests of the Northern Urals: structure, growth, productivity]. Syktyvkar: IB Komi NC UrO RAN, 2018, 176 p. DOI: 10.31140/book-2018-02
- [15] Usol'tsev V.A. *Fitomassa model'nykh derev'ev lesobrazuyushchikh porod Evrazii: baza dannykh, klimaticheskii obuslovlennaya geografiya, taksatsionnye normativy* [Single-tree biomass of forest-forming species in Eurasia: database, climate-related geography, mensuration standards]. Ekaterinburg: UGLTU, 2016, 338 p.
- [16] Larsen D.R., Hann D.W. Equations for predicting diameter and squared diameter inside bark at breast height for six major conifers of southwest Oregon. *Research Note 77*. Corvallis, OR: Forest Research Laboratory, Oregon State Univ., 1985, p. 4.
- [17] Henriksen H.A. Height/diameter curve with logarithmic diameter: brief re-port on a more reliable method of height determination from height curves, introduced by the State Forest Research Branch. *Dansk Skovforeningens Tidsskrift*, 1950, v. 35, no. 4, pp. 193–202.
- [18] Stoffels A., van Soest J. The main problems in sample plots. *Ned Boschb Tijdschr*, 1953, no. 25, pp. 190–199.
- [19] Ogana F.N. Comparison of a modified log-logistic distribution with established models for tree height prediction. *J. of Research in Forestry, Wildlife & Environment*, 2018, no. 10 (2), pp. 49–55.
- [20] Watts S.B., Tolland L. *Forestry handbook for British Columbia*. Vancouver, BC: Univ. of British Columbia, 2005, pp. 1–769.
- [21] Pearl R., Reed L.J. On the rate of growth of the population of the United States since 1790 and its mathematical representation. *Proc Natl Acad Sci USA*, 1920, no. 6(6), pp. 275–288.
- [22] Curtis R.O. Height-diameter and height-diameter-age equations for second growth Douglas-fir. *Forest Science*, 1967, no. 13, pp. 365–375.
- [23] Atroshchenko O.A. *Modelirovanie rosta lesa i lesokhozyaystvennykh protsessov* [Modeling forest growth and forestry processes]. Minsk: BGTU, 2004, 249 p.
- [24] Bailey R.L. The potential of Weibulltype functions as flexible growth curves: discussion. *Can J For Res.*, 1979, no. 10, pp. 117–118.
- [25] Richards F.J. A flexible growth function for empirical use. *J Exp Bot.*, 1959, № 10 (2), pp. 290–300.
- [26] Huang S., Price D., Titus S.J. Development of ecoregion-based height-diameter models for white spruce in boreal forests. *Forest Ecology and Management*, 2000, № 129 (1), pp. 125–141.
- [27] Bates D.M., Watts D.G. Relative curvature measures of nonlinearity. *J. of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, 1980, no. 42 (1), pp. 1–25.
- [28] Näslund M. Thinning experiments in pine forest conducted by the forest experiment station. *Meddelanden fran Statens Skogsforsoksanstalt*, 1936, no. 29, pp. 1–169.
- [29] El Mamoun H.O., El Zein A.I., El Mugira M.I. Modelling Height-Diameter Relationships of Selected Economically Important Natural Forests Species. *J. of Forest Products & Industries*, 2013, no. 2(1), pp. 34–42.
- [30] Staudhammer C., LeMay V. Height prediction equations using diameter and stand density measures. *The Forestry Chronicle*, 2000, no. 76 (2), pp. 303–309.
- [31] Huang S., Titus S.J., Wiens D.P. Comparison of nonlinear height-diameter functions for major Alberta tree species. *Canadian J. of Forest Research*, 1992, no. 22 (9), pp. 1297–1304.
- [32] Peng C., Zhang L., Liu J. Developing and validating nonlinear height-diameter models for major tree species of Ontario's boreal forests. *Northern J. of Applied Forestry*, 2001, no. 18 (3), pp. 87–94.
- [33] Schnute J. A versatile growth model with statistically stable parameters. *Canadian J. of Forest Research*, 1981, no. 38, pp. 1128–1140.

- [34] Podmasko B.I. *Inventarizatsiya listvennichnykh lesov severa Dal'nego Vostoka SSSR metodom kameral'nogo deshifirovaniya aerosnimkov* [Inventory of larch forests in the north of the Far East of the USSR by the method of cameral interpretation of aerial photographs]. Dis. Cand. Sci. (Agric.). M., 1973, 24 p.
- [35] Dubenok N.N., Kuz'michev V.V., Lebedev A.V. *Rezultaty eksperimental'nykh rabot za 150 let v Lesnoy opytной dachi Timiryazevskoy akademii. RGAU-MSKha im. K.A. Timiryazeva* [The results of experimental work for 150 years in the Forest experimental dacha of the Timiryazev Academy] Moscow: Nauka, 2020, 382 p.
- [36] Lebedev A., Kuz'michev V. Verification of two- and three-parameter simple height-diameter models for the birch in the European part of Russia. *J. For. Sci.*, 2020, no. 66, pp. 375–382.
- [37] Lebedev A.V. New generalised height-diameter models for the birch stands in European Russia. *Baltic Forestry*, 2020, v. 26, no 2, pp. 1–7. DOI 10.46490/BF499
- [38] *Sortimentnye i tovarnye tablitsy dlya lesov tsentral'nykh i yuzhnykh rayonov evropeyskoy chasti RSFSR. Utverzhden predsedatelem Gosleskhoza SSSR A.I. Zverevym, prikaz № 258 ot 23.12.1986 g.* [Sorting and commodity tables for forests of the central and southern regions of the european part of the RSFSR].
- [39] Khlyustov V.K., Lebedev A.V. *Tovarno-denezhnyy potentsial drevostoev i optimizatsiya lesopol'zovaniya* [Commodity-money potential of forest stands and optimization of forest management]. Irkutsk: Megaprint, 2017. 328 p.

Authors' information

Dubenok Nikolay Nikolaevich — Dr. Sci. (Agriculture), Professor, Academician of RAS, Head of the Department of Agricultural Reclamation, Forestry and Land Management at Russian State Agrarian University — Moscow Timiryazev Agricultural Academy, ndubenok@mail.ru

Lebedev Aleksandr Viacheslavovich — Cand. Sci. (Agriculture), Associate Professor of the Department of Agricultural Meliorations, Forestry and Land Organization, Russian State Agrarian University — Moscow Timiryazev Agricultural Academy, alebedev@rgau-msha.ru

Gostev Vladimir Viktorovich — assistant of the Department of Agricultural Meliorations, Forestry and Land Organization, Russian State Agrarian University — Moscow Timiryazev Agricultural Academy, vgotsev@internet.ru

Received 09.12.2022.

Approved after review 20.03.2023.

Accepted for publication 18.07.2023.

Вклад авторов: все авторы в равной доле участвовали в написании статьи
Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов
Authors' Contribution: All authors contributed equally to the writing of the article
The authors declare that there is no conflict of interest