

АНАЛИТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОДНОМЕРНОЙ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ДИНАМИКИ ОДИНОЧНОЙ ЧАСТИЦЫ В АКУСТИЧЕСКОМ И ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЯХ

Д.А. Тукмаков

ФГБУН «Казанский научный центр Российской академии наук», 420111, Татарстан, г. Казань, ул. Лобачевского, д. 2/31

tukmakovda@imm.knc.ru

Представлены результаты расчетов динамики электрически нейтральной и электрически заряженной частицы в закрытом канале. Приведена математическая модель динамики одиночной частицы в акустическом поле, в которой потенциал акустического поля задавался одномерным линейным волновым уравнением. Динамика частицы описана дифференциальным уравнением, ставящим зависимость скорости частицы от приложенных к ней сил — силы Стокса, действующей со стороны акустического поля, и силы Кулона, действующей со стороны электрического поля. Выявлено, что амплитуда колебаний электрически нейтральной частицы меньше, чем амплитуда колебаний электрически заряженной частицы в электрическом поле. Определено, что при малой амплитуде колебаний поршня амплитуда изменения скорости электрически заряженной частицы под действием сил электрического поля превосходит амплитуду изменения скорости электрически нейтральной частицы. В работе анализировалось влияние на динамику электрически заряженной частицы в акустическом поле при стационарном и нестационарном распределениях потенциала электрического поля. Приведены расчеты динамики электрически заряженной частицы в периодическом электрическом поле с различными частотами изменения электрического поля. Обнаружено, что при воздействии на частицу переменного электрического поля синфазного полю скорости газа, скорость движения частиц увеличивается, в случае если частота воздействия переменного электрического поля находится в противофазе со скоростью движения газа, то скорость движения частицы и уменьшается. Определено, что в случае, если на частицу действует стационарное электрическое поле, то частица дрейфует к той части канала, к которой приложен потенциал, знак которого противоположен знаку заряда частицы.

Ключевые слова: математическое моделирование, динамика многофазных сред, волновое уравнение

Ссылка для цитирования: Тукмаков Д.А. Аналитическая модель одномерной нестационарной динамики одиночной частицы в акустическом и электрическом полях // Лесной вестник / Forestry Bulletin, 2022. Т. 26. № 5. С. 135–144. DOI: 10.18698/2542-1468-2022-5-135-144

Разделом физики сплошных сред является механика сплошных сред (жидкости, газа или плазмы), при этом в механике существенное значение имеет математическое моделирование течений жидких, газообразных сред или ионизированных газов [1–25]. При исследовании процессов механики жидкости и газа существенную роль играют методы математического моделирования [1, 2]. В статье [3] математически моделировалось течение сжимаемой среды в канале произвольного поперечного сечения с меняющейся по длине проходной площадью. В работе [4] представлены результаты исследований потерь мощности и потерь энергии на вентиляцию и трение дисков рабочих колес ступеней исследованных турбин с различными величинами отношения давления перед соплами соплового аппарата к давлению за рабочим колесом. В статье [5] рассмотрена задача об адиабатическом сжатии бесстолкновительного газа с подвижной и неподвижной границами, в предположении одномерной геометрии течения, получен ряд точных решений.

Помимо классической гидродинамики однородных сред в естественной природе и технических приложениях встречаются течения сплошных сред в электрическом и магнитном полях [1, 6, 7]. В работе [7] приведены результаты расчетов влияния магнитного поля на характеристики плазмы в магнетронном разряде с полым катодом. Показано, что величина и геометрия магнитного поля оказывают сильное влияние на параметры плазмы.

Другим разделом механики сплошных сред является динамика неоднородных сред [8–23]. В статье [8] предложен аппарат очистки газа от твердых частиц дисперсностью от 0,1 мкм. Принцип действия аппарата основан на коагуляции частиц на перфорированных в виде щелей пластинах с орошением загрязненного воздуха водой через форсунки с дисперсным составом от 2,0 до 10 мкм. При прохождении трехфазного потока через щели первой пластины сепаратора вследствие турбулизации потока в струйках с малым масштабом турбулентности возникает турбулентная коагуляция, что приводит к укрупнению частиц. Выявлены зависимости эффектив-

ности аппарата от ширины щелей и их взаимного расположения на первой и второй пластинах, сочетание которых обеспечивает режим повышенной коагуляции и высокий КПД улавливания частиц аппаратом. В монографии [9] представлена общая теория механики многофазных сред, разработаны математические модели течений неоднородных сред, определяемых взаимодействием компонент смесей. В монографиях [11, 12] рассматривались аналитические решения для динамики акустических волн в неоднородных средах. В монографиях [10, 13] представлены численные модели нелинейных ударно-волновых процессов в запыленных и газонакапельных средах. В статье [20] представлены математические модели динамики нестационарных течений пылевой плазмы без учета влияния эффектов, связанных с газовой динамикой, представлены численные и аналитические решения для модели с двухмерной пространственной геометрии. В публикации [21] проводится сопоставление экспериментального исследования и численных расчетов течения запыленной электрически заряженной двухфазной среды в канале, без учета взаимообратного силового влияния компонент смеси. В работе [22] получено аналитическое решение уравнения Кортевега-де-Вриза с затуханием, исследовано влияние параметров плазмы на амплитуду и ширину ионно-звуковых волн в пылевой плазме. Статья [23] посвящена усовершенствованию технологии электрических фильтров, очищающих газы выбросы промышленных предприятий от дисперсных примесей.

В данной работе для разработки математической модели используются подходы различных разделов механики сплошных сред. Классическая теория акустики однородной среды применяется к описанию динамики газа, в котором движется частица, теория динамики неоднородных сред — для описания воздействия акустического поля на частицу, теория динамики электрически заряженных сред — для описания воздействия электрического поля на движущуюся частицу.

Цель работы

Цель работы — исследование динамики частицы под воздействием акустического и электрического полей. Также рассмотрено влияние на динамику электрически заряженной частицы стационарных и нестационарных электрических полей, нестационарных периодических электрических полей с различными частотами.

Результаты и обсуждение

Из приведенного выше литературного обзора следует, что в связи с задачами физики плазмы и фильтрации аэрозолей, актуальными являются

теоретические исследования динамики неоднородных сред, как в аэродинамических, так и в электрических полях.

Разработана математическая модель колебаний частицы в акустическом поле с учетом воздействия силы Кулона. Получено аналитическое решение совокупности уравнений, описывающих динамику нестационарного акустического поля и динамику одиночной электрически заряженной частицы в этом акустическом поле. Математическая модель реализована в виде компьютерной программы.

Акустическое поле описывает волновое уравнение

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2}, \quad (1)$$

где φ — потенциал акустического поля;
 c — скорость звука;
 x, t — пространственная и временная переменная.

Скорость движения газа u является производной по пространству от потенциала акустического поля

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = u. \quad (2)$$

Изменение давления газа p (p_0 — равновесное давление, ρ — плотность газа) описывается уравнением

$$p = p_0 + p' = p_0 - \rho \frac{\partial \varphi}{\partial t}. \quad (3)$$

Скорость дисперсной части описывается дифференциальным уравнением

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} = \frac{a}{m}(u - u_1) - \frac{q_0}{m} \frac{\partial \psi}{\partial x}, \quad (4)$$

где q_0 — удельный заряд частицы;
 m — масса частицы;
 u_1 — скорость частицы;
 $\psi(x, t)$ потенциал электрического поля, задаваемый уравнением;
 a — коэффициент сопротивления [10];
 μ — вязкость газа;

$$a = 6\pi d\mu; \quad (5)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = 0. \quad (6)$$

Одномерное уравнение Лапласа (6) [6] может иметь стационарное решение (7) или нестационарное решение (8)

$$\psi(x) = \psi_1 + x \frac{\psi_2 - \psi_1}{L}; \quad (7)$$

$$\psi(x, t) = \cos(\alpha + \omega t) \psi_1 + x \cos(\alpha + \omega t) \frac{\psi_2 - \psi_1}{L}, \quad (8)$$

где ω — циклическая частота колебаний;
 α — начальная фаза волны.

Рассмотрим алгоритм метода разделения переменных [2, 25] применительно к уравнению (1), представим функцию потенциала акустического поля $\varphi(x, t)$ в виде произведения функций, зависящих только от пространственной переменной x — $X(x)$ и временной переменной t — $T(t)$ соответственно (9):

$$\varphi(x, t) = T(t)X(x). \quad (9)$$

При подстановке уравнения (9) в уравнение (1) получаем уравнение

$$XT'' = c^2 X''T. \quad (10)$$

Из уравнения (10), разделенного на $X(x)T(t)$, следует уравнение

$$\frac{T''}{T} = c^2 \frac{X''}{X} = -\lambda^2. \quad (11)$$

Для функции, зависящей от времени $T(t)$, записывается уравнение

$$T'' = -\lambda^2 T. \quad (12)$$

Для функции, зависящей от пространственной переменной $X(x)$, записывается уравнение

$$X'' = \frac{-\lambda^2}{c^2} X. \quad (13)$$

Уравнение (12) имеет решение

$$T(t) = A_k \cos \lambda_k t + B_k \sin \lambda_k t. \quad (14)$$

Уравнение (13) имеет решение

$$X(x) = C_k \cos \lambda_k x + D_k \sin \lambda_k x. \quad (15)$$

Из уравнений (14) и (15) следует выражение для потенциала акустического поля

$$\varphi(x, t) = A_k C_k \sin \frac{\lambda_k x}{c} \sin \lambda_k t + A_k D_k \sin \lambda_k t \cos \frac{\lambda_k x}{c} + B_k C_k \sin \frac{\lambda_k x}{c} \cos \lambda_k t + B_k D_k \cos \frac{\lambda_k x}{c} \lambda \cos_k t. \quad (16)$$

Из уравнения (9) и уравнения (2) следует выражение для скорости движения газа

$$u(x, t) = \frac{\partial \varphi(x, t)}{\partial x} = \frac{A_k C_k \lambda_k}{c} \cos \frac{\lambda_k x}{c} \sin \lambda_k t - \frac{A_k D_k}{c} \sin \lambda_k t \sin \frac{\lambda_k x}{c} + \frac{B_k C_k \lambda_k}{c} \cos \frac{\lambda_k x}{c} \cos \lambda_k t - \frac{B_k D_k}{c} \sin \frac{\lambda_k x}{c} \lambda \cos_k t. \quad (17)$$

Из уравнения (2) следует выражение для граничного условия, где A — амплитуда хождения поршня

$$u(0, t) = x'(t) = (A \sin(\omega t))' = A \omega \cos(\omega t). \quad (18)$$

На закрытом конце трубы (L — длина канала) для скорости движения газа задается граничное условие

$$u(L, t) = 0. \quad (19)$$

Из граничных условий (18) и (19) и выражения (17) следует выражение для скорости движения газа, удовлетворяющее данным граничным условиям

$$u(x, t) = \frac{B_k C_k \lambda_k}{c} \cos \frac{\lambda_k x}{c} \cos \lambda_k t. \quad (20)$$

Из уравнений (17) и (20) можно отыскивать значения величин B_k, C_k, λ_k

$$\frac{B_k C_k \lambda_k}{c} = A \omega, \quad \lambda_k = \omega, \quad B_k C_k = A c. \quad (21)$$

Из выражений (18) и (19) следует, что частота колебаний $\omega = \pi c / 2L$, таким образом, можно вычислить уравнение для потенциала акустического поля

$$\varphi(x, t) = A \omega \cos \omega t \cos \frac{\omega x}{c}. \quad (22)$$

Выражение для скорости движения газа и выражение для давления газа имеют вид

$$u(x, t) = A \omega \cos \omega t \cos \frac{\omega x}{c}, \quad (23)$$

$$p(x, t) = p_0 - \rho A c \omega \sin \omega t \sin \frac{\omega x}{c}. \quad (24)$$

Для нахождения скорости электрически нейтральной частицы записывается уравнение

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} = \frac{a}{m} \left(A \omega \cos \omega t \cos \frac{\omega x}{c} - u_1 \right). \quad (25)$$

Для нахождения скорости электрически заряженной частицы в стационарном электрическом поле (7) записывается выражение

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} = \frac{a}{m} \left(A \omega \cos \omega t \cos \frac{\omega x}{c} - u_1 \right) - q_0 \frac{\Psi_2 - \Psi_1}{L}. \quad (26)$$

Для нахождения скорости электрически заряженной частицы в нестационарном электрическом поле (8) записывается выражение

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} = \frac{a}{m} \left(A \omega \cos \omega t \cos \frac{\omega x}{c} - u_1 \right) - q_0 \cos \omega t \frac{\Psi_2 - \Psi_1}{mL}. \quad (27)$$

Для обыкновенных дифференциальных уравнений относительно переменной времени (25)–(27) методом Лагранжа [25] получены решения (28)–(30)

$$u_1(x, t) = \frac{Aa\omega}{m} \frac{\sin \omega t \cos \frac{\omega x}{c}}{\omega^2 + a^2} - \frac{Aa^2}{m} \frac{\cos \omega t \cos \frac{\omega x}{c}}{\omega^2 + a^2} + Ce^{-at}; \tag{28}$$

$$u_1(x, t) = \frac{Aa\omega}{m} \frac{\sin \omega t \cos \frac{\omega x}{c}}{\omega^2 + a^2} - \frac{Aa^2}{m} \frac{\cos \omega t \cos \frac{\omega x}{c}}{\omega^2 + a^2} + \frac{\Psi_1 - \Psi_2}{aLm} + Ce^{-at}; \tag{29}$$

$$u_1(x, t) = \frac{Aa\omega}{m} \frac{\sin \omega t \cos \frac{\omega x}{c}}{\omega^2 + a^2} - \frac{Aa^2}{m} \frac{\cos \omega t \cos \frac{\omega x}{c}}{\omega^2 + a^2} + \frac{\Psi_1 - \Psi_2}{Lm} \left(\frac{\omega \sin \omega t + a \cos \omega t}{\omega^2 + a^2} \right) + Ce^{-at}. \tag{30}$$

Динамику частицы, на которую воздействует электрическое поле, действующее в противофазе с акустическим полем описывает уравнение

$$u_1(x, t) = \frac{Aa\omega}{m} \frac{\sin \omega t \cos \frac{\omega x}{c}}{\omega^2 + a^2} - \frac{Aa^2}{m} \frac{\cos \omega t \cos \frac{\omega x}{c}}{\omega^2 + a^2} + \frac{\Psi_1 - \Psi_2}{L} \left(\frac{\omega \sin(\omega t + \pi) + a \cos(\omega t + \pi)}{\omega^2 + a^2} \right) + Ce^{-at}. \tag{31}$$

Траектория частицы, скорость которой описывает уравнение $u_1(x, t)$, определяется выражением

$$s(x, t) = x_0 + \int_0^t u_1(s, \tau) d\tau. \tag{32}$$

Таким образом, для определения траектории частицы можно воспользоваться выражением

$$s(x, t) = x_0 + f(s, t). \tag{33}$$

Например, для частицы, движущейся только под действием акустического поля, уравнение движения имеет вид нелинейного уравнения

$$s(s, t) = \frac{-Aa}{m} \frac{\cos \omega t \cos \frac{\omega s}{c}}{\omega^2 + a^2} - \frac{Aa^2}{\omega m} \frac{\sin \omega t \cos \frac{\omega s}{c}}{\omega^2 + a^2} + x_0. \tag{34}$$

Скорость частицы можно описать приближенным уравнением с точностью $O(\Delta t)$

$$\frac{\partial u_{1i}}{\partial t} \approx \frac{s_{i+1} - s_i}{\Delta t}. \tag{35}$$

Из уравнения (35) получаем приближенное выражение для численного определения траектории частиц, с точностью $O(\Delta t)$ [2]

$$s_{i+1} \approx \Delta t u_{1i}(s_i, i\Delta t) + s_i + O(\Delta t), \tag{36}$$

где $\Delta t = T_0/n$ — шаг по времени, $s_1 = x_0$, $i = 1, \dots, n$.

При моделировании были заданы следующие параметры моделируемого процесса: $L = 1$ м, $d = 0,0001$ м, $q_0 = -0,001$ Кл/кг, $\Psi_1 = -500$ В, $\Psi_2 = 500$ В, $\rho = 1,29$ кг/м³, $\rho_1 = 2700$ кг/м³, $p_0 = 100$ кПа. Кроме того, в работе рассматривались частицы сферической формы — $m = \rho_1 \pi d^3/6$. Начальное положение частицы $x_0 = 0,5$ м, временной период $T_0 = 1$ с, число шагов по времени $n = 1000$.

На рис. 1 схематически изображен закрытый канал с движущейся в нем частицей. К противоположным концам канала приложены электрические потенциалы, в правой части канала колеблется поршень.

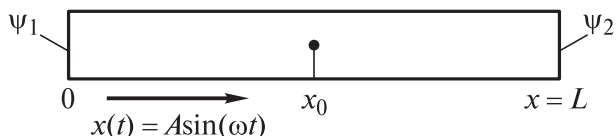


Рис. 1. Общая схема моделируемого процесса
Fig. 1. General scheme of the simulated process

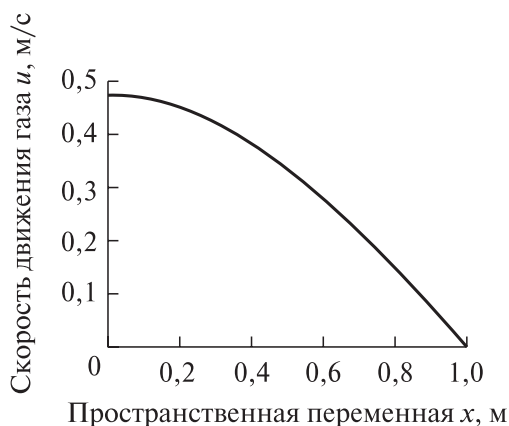


Рис. 2. Пространственное распределение скорости газа в момент времени $t = 0,1$ с
Fig. 2. Spatial distribution of gas velocity at time $t = 0,1$ с

На рис. 2 представлено пространственное распределение скорости газа, на левой границе моделируемой области скорость газа равна нулю, в соответствии с граничным условием (19). На левой границе в аналогичный момент времени ($t = 0,1$ с) наблюдается наибольшее значение давления газа (рис. 3).

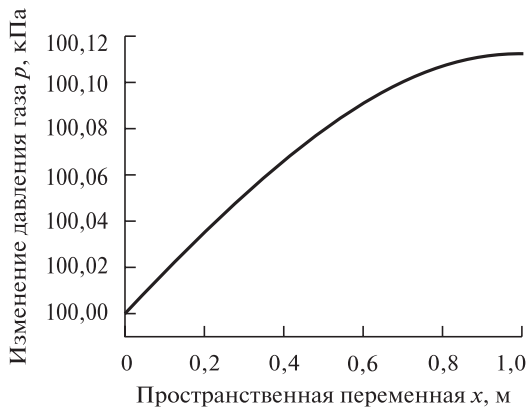


Рис. 3. Пространственное распределение давления газа, в момент времени $t = 0,1$ с

Fig. 3. Spatial distribution of gas pressure, at time $t = 0,1$ s

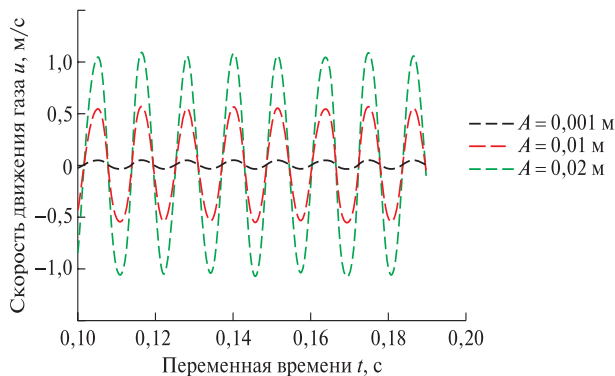


Рис. 4. Зависимость скорости газа от амплитуды хождения поршня

Fig. 4. Dependence of the gas velocity on the amplitude of the piston stroke

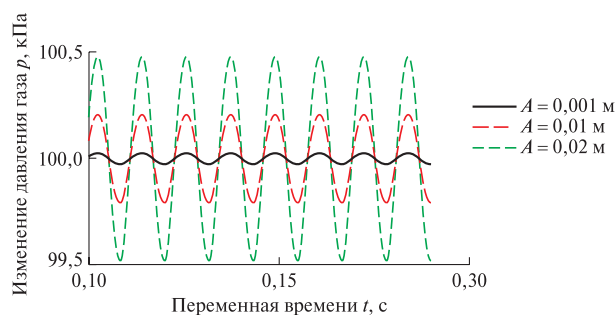


Рис. 5. Зависимость давления газа от времени, для различных амплитуд хождения поршня

Fig. 5. Dependence of gas pressure on time, for various piston stroke amplitudes

В представленной модели величины скорости движения газа в акустическом поле (23) и величины изменения давления газа (24) прямо пропорциональны амплитуде хождения поршня (рис. 4, 5).

Скорость частицы отличается от скорости движения газа и при амплитуде хождения поршня $A = 0,001$ м, амплитуда изменения скорости движения

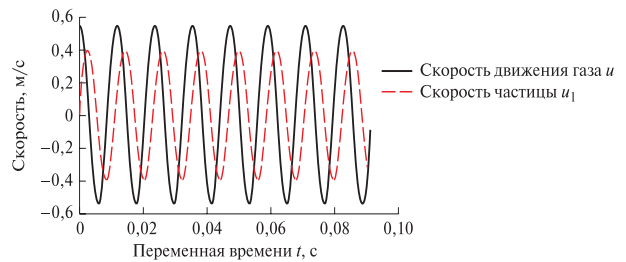


Рис. 6. Зависимости от времени скорости движения газа и скорости частицы — сплошной и пунктирной линией соответственно, при амплитуде $A = 0,001$ м

Fig. 6. Dependences on time of the gas velocity and particle velocity — solid and dotted lines, respectively, at amplitude $A = 0,001$ m

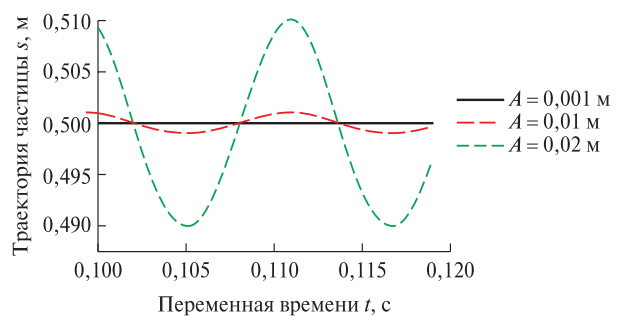


Рис. 7. Зависимость положения электрически нейтральной частицы от времени для различных амплитуд хождения поршня

Fig. 7. Dependence of the position of an electrically neutral particle on time for various piston stroke amplitudes

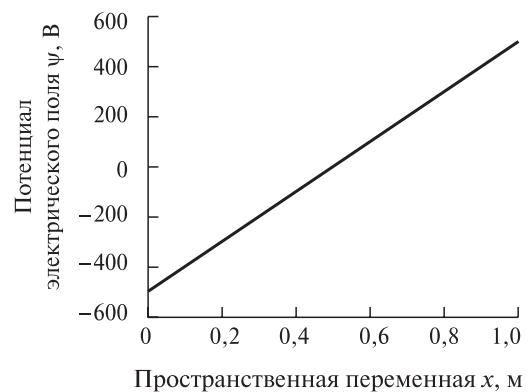


Рис. 8. Пространственное распределение потенциала электрического поля при стационарном распределении потенциала

Fig. 8. Spatial distribution of the electric field potential for a stationary potential distribution

электрически нейтральной частицы составляет 71 % амплитуды изменения скорости газа (рис. 6).

При различных амплитудах хождения поршня электрически нейтральная частица циклически перемещается вблизи точки начального положения (рис. 7).

В расчетах рассматривались два вида распределения одномерного потенциала электрического

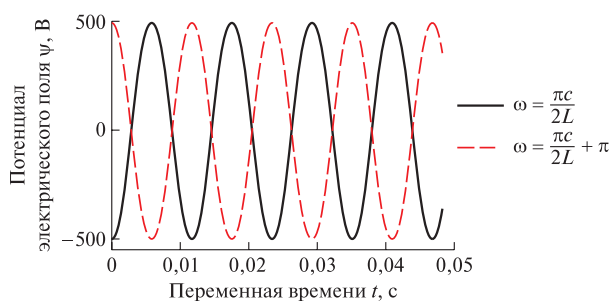


Рис. 9. Зависимость потенциала электрического поля от времени при нестационарном распределении потенциала

Fig. 9. Dependence of the electric field potential on time for a nonstationary potential distribution

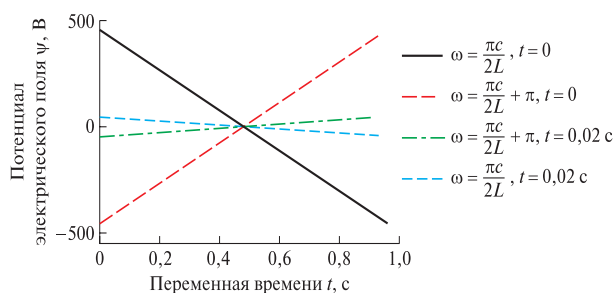


Рис. 10. Пространственное распределение потенциала электрического поля при нестационарном электрическом поле

Fig. 10. Spatial distribution of the electric field potential in a nonstationary electric field

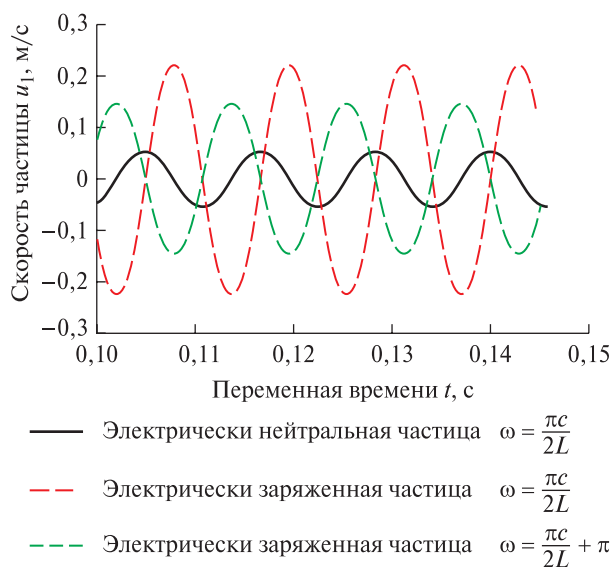


Рис. 11. Зависимость скорости частицы от времени при удельном заряде частицы $q = -0,01$ Кл/кг и амплитуде хождения поршня $A = 0,0001$ м

Fig. 11. Dependence of the particle velocity on time with a specific particle charge $q = -0,01$ Кл/кг and a piston stroke amplitude $A = 0,0001$ м

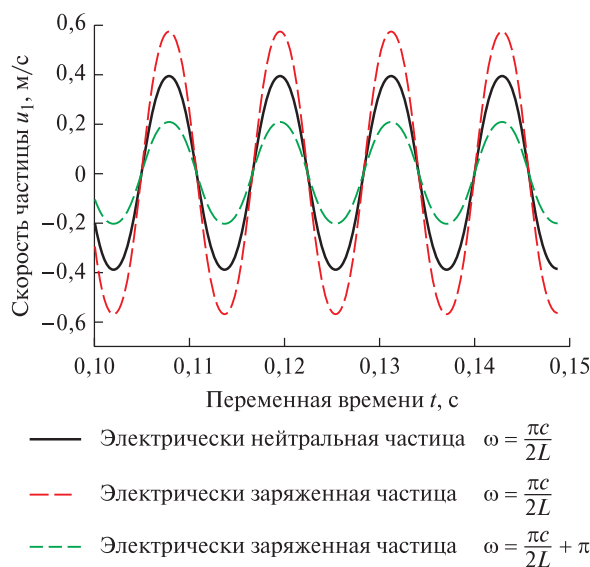


Рис. 12. Зависимость скорости частицы от времени, при удельном заряде частицы $q = -0,001$ Кл/кг и амплитуде хождения поршня $A = 0,001$ м

Fig. 12. Dependence of particle velocity on time, with particle specific charge $q = -0,001$ Кл/кг and piston stroke amplitude $A = 0,001$ м

поля — стационарный потенциал, описываемый уравнением (7) (рис. 8), и нестационарное распределение потенциала электрического поля, описываемое уравнением (8). В этом случае возможно рассмотрение циклических потенциалов электрического поля, находящихся в противофазе (рис. 9, 10).

В случае колебания частиц с малой амплитудой хождения поршня — $A = 0,0001$ м и большим удельным зарядом материала частиц $q_0 = -0,001$ Кл/кг интенсивность колебаний электрически заряженных частиц выше, чем интенсивность колебаний электрически нейтральной частицы, при этом частицы, движущиеся в противофазе относительно колебаний несущей среды, имеют меньшую амплитуду изменения скорости (рис. 11).

При амплитуде хождения поршня $A = 0,001$ м амплитуда изменения скорости электрически нейтральной частицы имеет большее значение, чем амплитуда изменения скорости электрически заряженной частицы, движущейся в противофазе движению газа (рис. 12). Наибольшее значение имеет скорость движения электрически заряженной частицы при частоте изменения переменного электрического поля, синфазной акустическому полю. В случае переменного электрического поля электрически заряженная частица, как и нейтральная частица, колеблется вблизи своего изначального положения.

Если потенциал электрического поля задается стационарным распределением, то скорость частицы имеет осцилляции (рис. 13), связанные с тем, что распределение скорости относительно

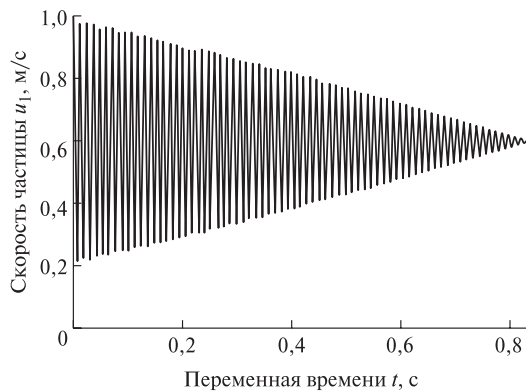


Рис. 13. Зависимость скорости частицы от времени при удельном заряде частицы при стационарном потенциале электрического поля

Fig. 13. Dependence of the particle velocity on time for the specific charge of the particle at a stationary potential of the electric field

пространственной координаты описывается функцией косинуса и по мере приближения частицы к левой границе канала значение тригонометрической составляющей в выражении для скорости частицы (27) стремится к нулю. При этом электрически заряженная частица движется к электроду с противоположным потенциалом, на котором через некоторое время осаждается (рис. 14).

В монографии [10] представлены линеаризованные модели динамики газокапельных сред, для линеаризованных моделей получены точные решения с учетом различных сил взаимодействия частиц и газа в акустических волнах. В монографии [13] разработаны аналитические решения для динамики частиц в акустических полях при различных режимах колебаний газа и в акустических резонаторах различной формы, исследовано влияние различных сил на динамику частиц в движущемся газе. Тем не менее в указанных исследованиях не рассматривались эффекты влияния электрического поля на динамику частицы. В работе [20] приоритетным полагалось исследование электрофизических процессов, без учета акустических эффектов динамики газа. В данной работе были проведены расчеты динамики частицы с учетом акустических и электрических сил, определено, что в зависимости от размера частицы влияние электрического поля может быть более существенным, чем влияние механических сил.

Выводы

Таким образом, актуальным является проведение исследования динамики дисперсного включения, в котором учитывалось бы как влияние электрического поля, так и межкомпонентный обмен импульсом между газом и частицей. Получено точное решение совокупности уравнений, описывающих динамику электрически заряжен-

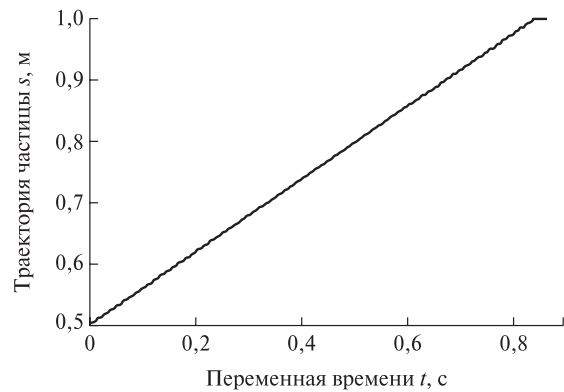


Рис. 14. Зависимость пространственного расположения частицы при стационарном распределении электрического поля

Fig. 14. Dependence of the spatial arrangement of a particle with a stationary distribution of the electric field

ной частицы в акустическом поле. Рассмотрено влияние постоянного и периодического воздействия электрического поля на динамику частицы. Обнаружено, что под воздействием постоянного электрического поля происходит дрейф частицы и осаждение на электрод. Под действием периодического электрического поля с частотой, синфазной частоте колебаний акустического поля, происходит увеличение интенсивности колебаний частицы. Под действием периодического электрического поля в противофазе акустическому воздействию происходит уменьшение интенсивности колебаний частицы. Результаты расчетов возможно применить при оптимизации конструкции устройств электрической фильтрации пыльных и газокапельных сред.

Работа выполнена в рамках государственного задания Федерального исследовательского центра Казанского научного центра Российской академии наук.

Список литературы

- [1] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.В. Теоретическая физика. Гидродинамика. Москва: Наука, 1986. 736 с.
- [2] Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей: В 2-х т. Т. 1. М.: Мир, 1991. 504 с.
- [3] Герлиман Е.М., Сахин В.В., Тетерина И.В. Модель слоистого течения при решении задач внутренней газодинамики камеры сгорания топлива // Системный анализ и аналитика, 2020. № 1. С. 5–11
- [4] Соломахин Ю.В., Цыганкова Л.П., Невская И.В., Фершалов А.Ю. Потери кинетической энергии потока газа на краях активных дуг осевых малорасходных турбин // Морские интеллектуальные технологии, 2020. № 2–1. С. 98–101.
- [5] Быковских Д.А., Галкин В.А. Об адиабатическом сжатии идеального бесстолкновительного газа в одномерном пространстве // Успехи кибернетики, 2020. № 4. С. 6–12.

- [6] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. М.: Физматлит, 2005. 656 с.
- [7] Кладько С.В., Полуэктов Н.П., Усатов И.И. Влияние магнитного поля на характеристики плазмы в магнетронном разряде с полым катодом // Лесной вестник / Forestry Bulletin, 2021. Т. 25. № 5. С. 125–130. DOI: 10.18698/2542-1468-2021-5-125-130
- [8] Пуринг С.М., Ватузов Д.Н. Модернизация аппаратов очистки воздуха от твердых высокодисперсных аэрозолей // Градостроительство и архитектура, 2020. Т. 10. № 2 (39). С. 16–21.
- [9] Нигматуллин Р.И. Основы механики гетерогенных сред. М.: Наука, 1978. 336 с.
- [10] Губайдуллин Д.А. Динамика двухфазных парогазокапельных сред. Казань: Изд-во Казанского математического общества, 1998, 153с.
- [11] Кутушев А.Г. Математическое моделирование волновых процессов в аэродисперсных и порошкообразных средах. СПб.: Недра, 2003. 283 с.
- [12] Федоров А.В., Фомин В.М., Хмель Т.А. Волновые процессы в газозвесьях частиц металлов. Новосибирск: Параллель, 2015. 305 с.
- [13] Губайдуллин Д.А., Осипов П.П. Аэрогидродинамика дисперсной частицы. М.: Физматлит, 2020, 176 с.
- [14] Тукмаков А.Л. Распределение твердых частиц в акустическом поле резонансной трубы при различных режимах возбуждения колебаний // Теплофизика и аэромеханика, 2005. № 2. С. 219–227.
- [15] Тукмаков Д.А., Тукмакова Н.А. Методика численного исследования отражения ударной волны от твердой поверхности в запыленной среде // Вестник Воронежского государственного университета. Сер. Системный анализ и информационные технологии, 2019. № 4. С. 47–54.
- [16] Тукмаков Д.А. Численное исследование влияния параметров дисперсной фазы на генерацию течения газа, формирующегося при гравитационном осаждении аэрозоля // Вычислительная механика сплошных сред, 2020. Т. 13. № 3. С. 279–287.
- [17] Тукмаков Д.А. Численная модель течения аэрозоля, обусловленного взаимодействием частиц и газа // Сложные системы, 2021. № 1. С. 64–71.
- [18] Тукмаков А.Л., Тукмаков Д.А. Генерация акустического возмущения движущейся заряженной газозвесью // Инженерно-физический журнал, 2018. № 5. С. 1207–1213.
- [19] Тукмаков Д.А., Ахунов А.А. Численное исследование влияния электрического заряда дисперсной фазы на распространение ударной волны из чистого газа в запыленную среду // Известия Саратовского университета. Новая серия. Сер. Физика, 2020. Т. 20. № 3. С. 183–192.
- [20] Семенов В.П., Тимофеев А.В. Параметрический резонанс и перенос энергии в пылевой плазме // Математическое моделирование, 2018. Т. 30. № 2. С. 3–17.
- [21] Tadaa Y., Yoshioka S., Takimoto A., Hayashi Y. Heat transfer enhancement in a gas–solid suspension flow by applying electric field // International J. of Heat and Mass Transfer, 2016, v. 93, pp. 778–787.
- [22] Paul A., Mandal G., Amin M.R., Chatterjee P. Анализ решения модифицированного уравнения КДВ с затуханием для пылевой ионно-звуковой волны в присутствии сверхтепловых электронов // Физика плазмы, 2020. Т. 46. № 1. С. 90–96.
- [23] Чекалов Л.В., Гузаев В.А., Смирнов М.Е. Повышение эффективности электрофильтров тепловых электростанций путем совершенствования осадительных электродов // Электрические станции, 2021. № 7. С. 48–54.
- [24] Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1977. 736 с.
- [25] Имас О.Н., Пахомова Е.Г., Рожкова С.В., Устинова И.Г. Лекции по дифференциальным уравнениям. Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2012. 193 с.

Сведения об авторе

Тукмаков Дмитрий Алексеевич — канд. физ.-мат. наук, науч. сотр. лаборатории механики сплошных сред ИММ ФИЦ КазНЦ РАН, tukmakovda@imm.knc.ru

Поступила в редакцию 15.04.2022.

Одобрено после рецензирования 11.07.2022.

Принята к публикации 15.08.2022.

ANALYTICAL MODEL OF ONE-DIMENSIONAL NONSTATIONARY DYNAMICS OF SINGLE PARTICLE IN ACOUSTIC AND ELECTRIC FIELDS

D.A. Tukmakov

Federal Research Center Kazan Scientific Center of the Russian Academy of Sciences, 2/31, Lobachevskogo st., 420111, Kazan, Tatarstan, Russia

tukmakovda@imm.knc.ru

This paper presents the results of calculations of the dynamics of an electrically neutral and electrically charged particle in a closed channel. A mathematical model of the dynamics of a single particle in an acoustic field is presented, in which the potential of the acoustic field is given by a one-dimensional linear wave equation. The dynamics of the particle was described by a differential equation that puts the dependence of the particle velocity on the forces applied to it - the Stokes force acting from the side of the acoustic field, and the Coulomb force acting from the side of the electric field. It is revealed that the amplitude of oscillations of an electrically neutral particle is less than the amplitude of oscillations of an electrically charged particle in an electric field. It is determined that at a small amplitude of the piston oscillations, the amplitude of the change in the speed of an electrically charged particle under the action of electric field forces exceeds the amplitude of the change in the speed of an electrically neutral particle. In this paper, we analyzed the influence on the dynamics of an electrically charged particle in an acoustic field for stationary and nonstationary distributions of the electric field potential. The paper presents calculations of the dynamics of an electrically charged particle in a periodic electric field with different frequencies of electric field variation. It was found that when a particle is exposed to an alternating electric field that is in phase with the gas velocity field, the particle velocity increases, if the frequency of the alternating electric field is in antiphase with the gas velocity, then the particle velocity decreases. It is determined that if a stationary electric field acts on a particle, then the particle drifts to that part of the channel to which a potential is applied, the sign of which is opposite to the sign of the particle charge.

Keywords: mathematical modeling, dynamics of multiphase media, wave equation

Suggested citation: Tukmakov D.A. *Analiticheskaya model' odnomernoy nestatsionarnoy dinamiki odinochnoy chastitsy v akusticheskom i elektricheskom polyakh* [Analytical model of one-dimensional nonstationary dynamics of single particle in acoustic and electric fields]. *Lesnoy vestnik / Forestry Bulletin*, 2022, vol. 26, no. 5, pp. 135–144. DOI: 10.18698/2542-1468-2022-5-135-144

References

- [1] Landau L.D., Lifshits E.V. *Teoreticheskaya fizika. Gidrodinamika*. [Theoretical physics. Hydrodynamics]. Moscow: Nauka, 1986, 736 p.
- [2] Fletcher C.A. *Computation Techniques for Fluid Dynamics*. Berlin: Springer-Verlag Publ., 1988, 502 p.
- [3] Gerliman E.M., Sakhin V.V., Teterina I.V. *Model' sloistogo techeniya pri reshenii zadach vnutrenney gazodinamiki kamery sgoraniya topliva* [Layered flow model in solving problems of internal gas dynamics of the fuel combustion chamber]. *Sistemnyy analiz i analitika* [System analysis and analytics], 2020, no. 1, pp. 5–11.
- [4] Solomakhin Yu.V., Tsygankova L.P., Nevskaya I.V., Fershalov A.Yu. *Poteri kineticheskoy energii potoka gaza na krayakh aktivnykh dug osevykh malorashodnykh turbin* [Losses of the kinetic energy of the gas flow at the edges of the active arcs of axial low-flow turbines]. *Morskie intellektual'nye tekhnologii* [Marine Intelligent Technologies], 2020, no. 2–1, pp. 98–101.
- [5] Bykovskikh D.A., Galkin V.A. *Ob adiabaticheskoy szhatii ideal'nogo besstolknovitel'nogo gaza v odnomernom prostranstve* [On adiabatic compression of an ideal collisionless gas in one-dimensional space]. *Uspekhi kibernetiki* [Advances in cybernetics], 2020, no. 4, pp. 6–12.
- [6] Landau L.D., Lifshits E.M. *Elektrodinamika sploshnykh sred* [Electrodynamics of continuous media]. Moscow: Fizmatlit, 2005, 656 p.
- [7] Klado S.V., Poluektov N.P., Usatov I.I. *Vliyaniye magnitnogo polya na kharakteristiki plazmy v magnetronnom razryade s polym katodom* [Effect of magnetic field on plasma characteristics in magnetron discharge with hollow cathode]. *Lesnoy vestnik / Forestry Bulletin*, 2021, vol. 25, no. 5, pp. 125–130. DOI: 10.18698/2542-1468-2021-5-125-130
- [8] Puring S.M., Vatzov D.N. *Modernizatsiya apparatov oshistki vozdukhа ot tverdykh vysokodispersnykh aerezoley* [Modernization of devices for air purification from solid highly dispersed aerosols]. *Gradostroitel'stvo i arkhitektura* [Urban planning and architecture], 2020, no. 2, pp. 16–21.
- [9] Nigmatulin R.I. *Osnovy mekhaniki geterogennykh sred* [Fundamentals of mechanics of heterogeneous media]. Moscow: Nauka, 1978, 336 p.
- [10] Gubaidullin D. A. *Dinamika dvuhfaznykh parogazokapel'nykh sred* [Dynamics of two-phase vapor-gas-drop media]. Kazan: Izd-vo Kazanskogo matematicheskogo obshchestva [Publishing House of the Kazan Mathematical Society], 1998, 153 p.
- [11] Kutushev A.G. *Matematicheskoe modelirovaniye volnovykh processov v aerodispersnykh i poroshkoobraznykh sredakh* [Mathematical modeling of wave processes in aerodisperse and powder media]. St. Petersburg: Nedra, 2003, 284 p.
- [12] Fedorov A.V., Fomin V.M., Khmel T.A. *Volnovye processy v gazovzvesyakh chastic metallov* [Wave processes in gas suspensions of metal particles]. Novosibirsk: Parallel', 2015, 301 p.
- [13] Gubaidullin D.A., Osipov P.P. *Aerogidrodinamika dispersnoy chastitsy* [Aerohydrodynamics of dispersed particles]. Moscow: Fizmatlit, 2020, 176 p.
- [14] Tukmakov A.L. *Raspredeleniye tverdykh chastits v akusticheskom pole rezonansnoy trubyy pri razlichnykh rezhimakh vzbuzhdeniya kolebaniy* [Distribution of solid particles in the acoustic field of a resonant tube under different modes of oscillation excitation]. *Teplotfizika i aeromekhanika* [Thermophysics and Aeromechanics], 2005, no. 2, pp. 219–227.

- [15] Tukmakov D.A., Tukmakova N.A. *Metodika chislennogo issledovaniya otrazheniya udarnoy volny ot tverдой poverkhnosti v zapylonnoy srede* [Method of numerical study of the reflection of a shock wave from a solid surface in a dusty environment]. Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo universiteta. Ser. Sistemnyy analiz i informatsionnye tekhnologii [Bulletin of the Voronezh State University, Series of system analysis and information technologies], 2019, no. 4, pp. 47–54.
- [16] Tukmakov D.A. *Chislennoe issledovanie vliyaniya parametrov dispersnoy fazy na generatsiyu techeniya gaza, formiruyushchegosya pri gravitatsionnom osazhdenii aerolya* [Numerical study of the influence of the parameters of the dispersed phase on the generation of a gas flow formed during the gravitational settling of an aerosol]. Vychislitel'naya mekhanika sploshnykh sred [Computational Continuum Mechanics], 2020, no. 3, pp. 279–287.
- [17] Tukmakov D.A. *Chislennaya model' techeniya aerolya, obuslovlennogo vzaimodeystviem chastits i gaza* [Numerical model of aerosol flow due to the interaction of particles and gas]. Slozhnye sistemy [Complex systems], 2021, no. 1, pp. 64–71.
- [18] Tukmakov A.L., Tukmakov D.A. *Generatsiya akusticheskogo vozmushcheniya dvizhushcheysya zaryazhennoy gazovzves'yu* [Generation of acoustic disturbances by a moving charged gas suspension]. Inzhenerno-fizicheskiy zhurnal [J. of Engineering Physics and Thermophysics], 2018, no. 5, pp. 1141–1147.
- [19] Tukmakov D.A., Akhunov A.A. *Chislennoe issledovanie vliyaniya elektricheskogo zaryada dispersnoy fazy na rasprostranenie udarnoy volny iz chistogo gaza v zapylennuyu sredu* [Numerical study of the influence of the electric charge of the dispersed phase on the propagation of a shock wave from a pure gas into a dusty medium]. Izvestiya Saratovskogo universitetata. Novaya seriya. Ser. Fizika [News of Saratov University. A new series. Physics series], 2020, no. 3, pp. 183–192.
- [20] Semenov V.P., Timofeev A.V. *Parametricheskyy rezonans i perenos energii v pyl'evoy plazme* [Parametric resonance and energy transfer in dusty plasma]. Matematicheskoe modelirovanie [Mathematical Models and Computer Simulations], 2018, no. 5, pp. 539–550.
- [21] Tadaa Y., Yoshioka S., Takimoto A., Hayashi Y. Heat transfer enhancement in a gas–solid suspension flow by applying electric field. International J. of Heat and Mass Transfer, 2016, v. 93, pp. 778–787.
- [22] Paul A., Mandal G., Amin M.R., Chatterjee P. *Analiz resheniya modifitsirovannogo uravneniya KDV s zatukhaniem dlya pyl'evoy ionno-zvukovoy volny v prisutstvii sverkhteplovykh elektronov* [Analysis of solution of damped modified-KDV equation on dust-ion-acoustic wave in presence of superthermal electrons]. Fizika plazmy [Plasma Physics Reports], 2020, no. 1, pp. 83–89.
- [23] Chekalov L.V., Guzaev V.A., Smirnov M.E. *Povyshenie effektivnosti elektrofiltrov teplovykh elektrostantsiy putem sovershenstvovaniya osaditel'nykh elektrodov* [Improving the efficiency of electrostatic precipitators of thermal power plants by improving the collection electrodes]. Elektricheskie stantsii [Electric Stations], 2021, no. 7, pp. 48–54.
- [24] Tikhonov A.N., Samarskiy A.A. *Uravneniya matematicheskoy fiziki* [Equations of mathematical physics]. Moscow: Nauka, 1977, 736 p.
- [25] Imas O.N., Pakhomova E.G., Rozhkova S.V., Ustinova I.G. *Leksii po differentsial'nym uravneniyam* [Lectures on differential equations]. Tomsk: Izd-vo Tomskogo politekhnicheskogo universiteta [Publishing House of the Tomsk Polytechnic University], 2012, 193 p.

The work was carried out within the framework of the state assignment of the Federal Research Center of the Kazan Scientific Center of the Russian Academy of Sciences.

Author's information

Tukmakov Dmitriy Alekseevich — Cand. Sci. (Phys.-Math.), Researcher, Laboratory of Continuum Mechanics IMM FRC KazSC RAS, tukmakovda@imm.knc.ru

Received 15.04.2022.

Approved after review 11.07.2022.

Accepted for publication 15.08.2022.