

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ УСТРОЙСТВА ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ КАЖУЩЕЙСЯ ПЛОТНОСТИ ПОРИСТЫХ МАТЕРИАЛОВ

Рен. Х. Гайнуллин✉, Риш. Х. Гайнуллин, Е.М. Цветкова,  
М.Ю. Смирнов, А.А. Макаров, А.В. Еросланов

ФГБОУ ВО «Поволжский государственный технологический университет», 424000, г. Йошкар-Ола, пл. Ленина, д. 3

gainylinrh@yandex.ru

Приведено описание процедуры математического обоснования технологических параметров устройства для измерения кажущейся плотности пористых материалов, для которой были использованы методы решения дифференциальных уравнений, приложение Microsoft Excel с функцией «Поиск решения», графоаналитический и геометрический методы. Обоснование технологических параметров проведено на основе функциональной зависимости  $V_1/V_c + \Delta V_1/\Delta V_2 = 1$ , описывающей взаимосвязь параметров устройства и объекта исследования. Расчетами установлено оптимальное соотношение между объемом исследуемого тела и цилиндром для образца (измерительным цилиндром), составляющее 0,5, что позволяет получать в ходе экспериментальных исследований достоверные результаты, а также упростить процедуру проведения измерений. Для исследования пористых тел объем образца следует подбирать с учетом пористости материала на основе априорной информации.

**Ключевые слова:** устройство для измерения плотности, технологические параметры, математическое обоснование, методы оптимизации

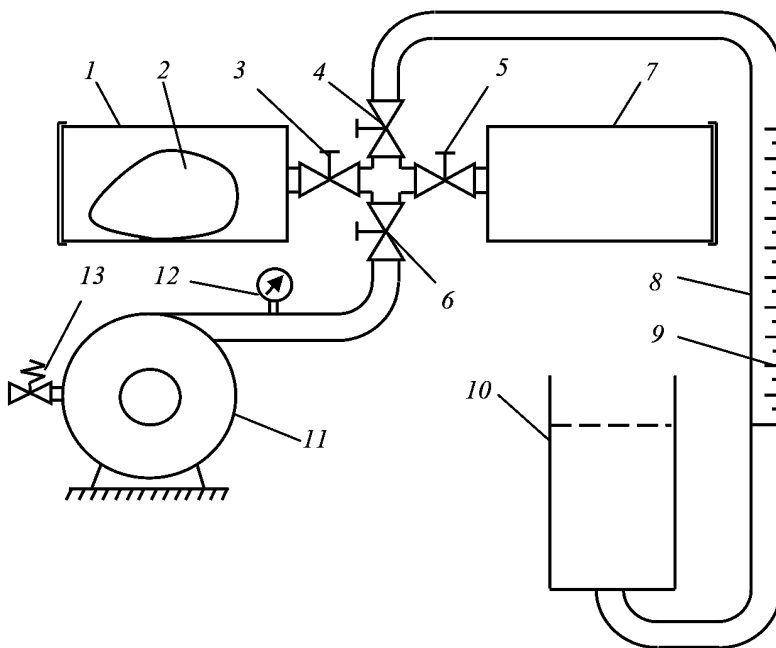
**Ссылка для цитирования:** Гайнуллин Рен. Х., Гайнуллин Риш. Х., Цветкова Е.М., Смирнов М.Ю., Макаров А.А., Еросланов А.В. Математическое обоснование технологических параметров устройства для измерения кажущейся плотности пористых материалов // Лесной вестник / Forestry Bulletin, 2022. Т. 26. № 4. С. 128–134. DOI: 10.18698/2542-1468-2022-4-128-134

Практически все технологические процессы перед внедрением проходят процедуру математического обоснования и оптимизации [1]. Это позволяет снизить затраты, повысить производительность или найти баланс между определенными параметрами этих процессов [2]. Применительно к измерительным технологиям и устройствам математическое обоснование подразумевает поиск оптимальных характеристик и параметров между устройством для измерения и измеряемым объектом. К таким характеристикам могут относиться линейные и объемные, весовые и силовые, а также энергетические и другие параметры. Благодаря математическому обоснованию и оптимизации создается номенклатурный ряд измерительных приборов определенного назначения для регистрации и фиксации параметров как от сверхмалых, так и до сверхбольших значений измеряемой величины. Подбор измерительных устройств производителями по требованиям потребителей, как правило, носит рекомендательный характер. Однако с точки зрения научных исследований точность измерения исследуемой величины имеет важнейшее значение для получения достоверных и адекватных результатов экспериментальных данных. Следует отметить, что осуществление процедуры оптимизации про-

исходит с применением средств математического аппарата: дифференциального и интегрального исчислений, графического анализа и т. д. Важным и необходимым условием является наличие математических моделей и других функциональных зависимостей исследуемого процесса, которые базируются на постулатах и законах физики. Проведение исследований указанных моделей и зависимостей с помощью дифференциального и интегрального исчислений, дает возможность найти экстремумы функций, площади фигур, ограниченных этими функциями, а графический анализ помогает визуализировать полученные результаты. Из соответствующих разделов математического анализа известно, что функции, у которых есть экстремумы, имеют максимальное или минимальное значение, что позволяет отыскать оптимум для исследуемого процесса [3]. Также известно, что площади фигур, ограниченных графиками функций, с точки зрения физики означают, например, величину работы, необходимой для осуществления цикла процесса [4]. Таких примеров можно привести огромное множество. Понимая необходимость математического обоснования технологических параметров, считаем актуальным проведение данной процедуры применительно к новому устройству, разработанному для измерения кажущейся плотности пористых материалов [5].

**Рис. 1.** Схема экспериментальной установки:  
 1 — цилиндр для проб; 2 — исследуемый образец; 3–6 — краны; 7 — измерительный цилиндр; 8 — прозрачный трубопровод; 9 — шкала; 10 — цилиндр с водой; 11 — пневмонасос; 12 — манометр; 13 — перепускной клапан

**Fig. 1.** Diagram of the experimental setup:  
 1 — cylinder for samples; 2 — test sample; 3–6 — taps; 7 — measuring cylinder; 8 — transparent pipeline; 9 — scale; 10 — cylinder with water; 11 — pneumatic pump; 12 — pressure gauge; 13 — bypass valve



### Цель работы

Цель работы — математическое обоснование технологических параметров устройства для измерения кажущейся плотности пористых материалов, в частности определение оптимального соотношения объемов исследуемого образца и цилиндров устройства.

### Материалы и методы

В настоящее время известно большое количество методов и способов для определения плотности пористых материалов, например, древесины [6–11], к которым можно отнести стандартизированные методы и способы [12–14]. Наибольшее распространение получил метод газовой пикнометрии. Следуя по пути его модернизации, определим оптимальное соотношение между объемами исследуемого образца и измерительного цилиндра устройства с использованием различных средств математического аппарата.

Конструкция устройства (рис. 1) для измерения кажущейся плотности пористых материалов описана в работе [15], а физический принцип ее функционирования приведен в работах [16–18].

Из указанных выше литературных источников следует, что наибольший интерес представляет собой величина объема исследуемого образца, определяемая по выражению

$$V_t = V_c \left( 1 - \frac{\Delta V_1}{\Delta V_2} \right), \quad (1)$$

где  $V_t$  — объем исследуемого образца;  
 $V_c$  — объемы измерительного цилиндра и цилиндра для образца;

$\Delta V_1$  — изменение величины объема воздуха в цилиндре для образца;

$\Delta V_2$  — изменение величины объема воздуха в измерительном цилиндре.

Задаваясь целью математического обоснования технологических параметров устройства для измерения кажущейся плотности пористых материалов, необходимо провести ранжирование параметров. Все параметры в данном случае можно подразделить на три группы:

- 1) относящиеся к устройству (объемы цилиндров  $V_c$ );
- 2) относящиеся к исследуемым образцам (объем образца  $V_t$ );
- 3) характеризующие протекание процесса (давление в измерительной системе  $P$ , температуру системы  $T$ ) [19].

В целях упрощения дальнейших расчетов группу факторов, характеризующих протекание процесса, принимаем постоянными. Тогда уравнение (1) можно представить в ином виде:

$$\frac{V_t}{V_c} + \frac{\Delta V_1}{\Delta V_2} = 1. \quad (2)$$

Уравнение (2) можно выразить в дифференциальном виде следующим образом:

$$\frac{dV_t}{V_c} - \frac{V_t dV_c}{V_c^2} + \frac{d\Delta V_1}{\Delta V_2} - \frac{\Delta V_1 d\Delta V_2}{\Delta V_2^2} = 0. \quad (3)$$

Сгруппировав соответствующие одноименные члены дифференциального уравнения (3), получаем уравнение вида:

$$\frac{dV_t}{V_c} - \frac{V_t dV_c}{V_c^2} = \frac{\Delta V_1 d\Delta V_2}{\Delta V_2^2} - \frac{d\Delta V_1}{\Delta V_2}. \quad (4)$$

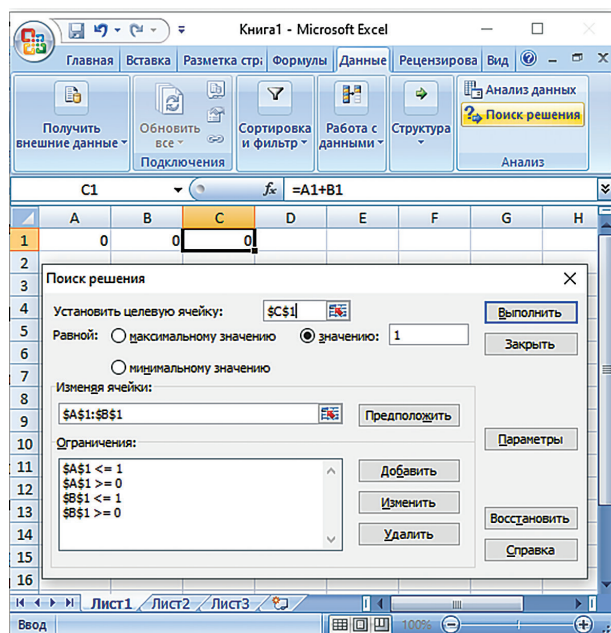


Рис. 2. Начальные условия для поиска решения  
Fig. 2. Initial conditions for finding a solution

Для решения дифференциального уравнения (4), его необходимо представить в виде системы одновременно решаемых более простых уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dV_T}{V_c} - \frac{V_T dV_c}{V_c^2} = 0, \\ \frac{\Delta V_1 d\Delta V_2}{\Delta V_2^2} - \frac{d\Delta V_1}{\Delta V_2} = 0. \end{cases} \quad (5)$$

Упрощая первое из двух уравнений системы (5) получаем следующее:

$$\frac{dV_T}{V_T} = \frac{dV_c}{V_c}, \quad (6)$$

проинтегрировав которое, получаем

$$\ln(V_T) = \ln(V_c) + \ln(C_1), \quad (7)$$

где  $C_1$  — некоторое число.

Применяя правило упрощения натуральных логарифмов, такой вид выражения (7):

$$V_T = C_1 V_c. \quad (8)$$

Упрощая второе из двух уравнений системы (5), получаем:

$$\frac{d\Delta V_1}{\Delta V_1} = \frac{d\Delta V_2}{\Delta V_2}, \quad (9)$$

проинтегрировав это равенство, получаем:

$$\ln(\Delta V_1) = \ln(\Delta V_2) + \ln(C_2), \quad (10)$$

где  $C_2$  — некоторое число.

Применяя правило упрощения натуральных логарифмов, получаем такой вид выражения (10):

$$\Delta V_1 = C_2 \Delta V_2. \quad (11)$$

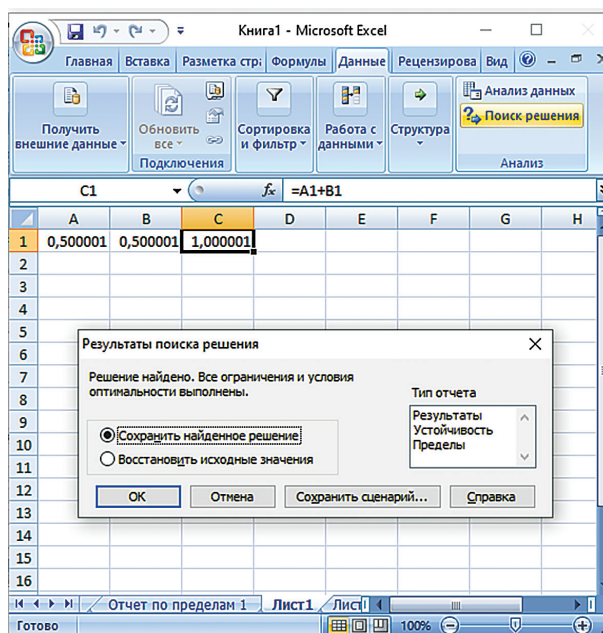


Рис. 3. Результаты поиска решения  
Fig. 3. Results of the solution search

Из уравнений (8) и (11) следует, что числа  $C_1$  и  $C_2$  представляют собой отношения  $C_1 = \frac{V_T}{V_c}$  и  $C_2 = \frac{\Delta V_1}{\Delta V_2}$ . С учетом этого выражение (2) можно представить в виде:

$$C_1 + C_2 = 1. \quad (12)$$

Принимая во внимание уравнение (4) и систему (5), логично предположить, что  $C_1 = C_2 = 0,5$ . В пользу этого предположения также говорит проверка в приложении Microsoft Excel с использованием функции «Поиск решения». На рис. 2 отражены начальные условия для поиска решения. Целевой является ячейка C1 (см. рис. 2), которой присваивается значение 1. Эта ячейка равна сумме ячеек A1 и B1, ячейки A1 и B1 — соответственно изменяемые значения некоторых чисел  $C_1$  и  $C_2$ , взятых из уравнений (7) и (10). Кроме того, есть ограничения:  $C_1 \geq 0$ ;  $C_1 \leq 1$ ;  $C_2 \geq 0$ ;  $C_2 \leq 1$ . После запуска поиска решения программа выдает результат, удовлетворяющий всем условиям и ограничениям (рис. 3).

Аналогичный результат получаем при решении поставленной задачи графоаналитическим способом [20] (рис. 4). Целевая функция  $C_1 + C_2 = 1$  на графике изображена утолщенной линией. Она пересекает ось  $C_1$  в точке с координатами [1; 0], а ось  $C_2$  — в точке с координатами [0; 1], образуя при пересечении с осями фигуру равнобедренного треугольника с вершиной в начале координат. Ограничение  $C_1 \geq 0$  предполагает перемещение прямой, перпендикулярной оси  $C_1$ , вдоль по направлению оси  $C_1$  из начала координат к точке с координатами [1; 0], а ограничение  $C_1 \leq 1$  — пере-

мещение этой же прямой противоположно направлению оси  $C_1$  из точки с координатами  $[1; 0]$  к началу координат. Ограничение  $C_2 \geq 0$  предполагает перемещение прямой, перпендикулярной оси  $C_2$ , вдоль по направлению оси  $C_2$  из начала координат к точке с координатами  $[0; 1]$ , а ограничение  $C_2 \leq 1$  — перемещение этой же прямой противоположно направлению оси  $C_2$  из точки с координатами  $[0; 1]$  к началу координат. Рассматривая указанные ограничения применительно к целевой функции, получаем следующее. Совокупность двух ограничений  $C_1 \leq 1$  и  $C_2 \geq 0$  определяют направление перемещения прямой, перпендикулярной линии целевой функции, вдоль прямой линии целевой функции от точки с координатами  $[1; 0]$  к точке с координатами  $[0; 1]$ , а совокупность оставшихся ограничений  $C_1 \geq 0$  и  $C_2 \leq 1$  — противоположное движение от точки с координатами  $[0; 1]$  к точке с координатами  $[1; 0]$ . Оптимумом, удовлетворяющим всем указанным ограничениям, является точка с координатами  $[0,5; 0,5]$ .

Эту же самую задачу со всеми указанными выше ограничениями и целевой функцией можно решить иным способом. В этом случае постановка задачи будет иметь следующую формулировку: «Целевая функция  $C_1 + C_2 = 1$  при пересечении с осями координат  $C_1$  и  $C_2$  образует треугольник. Требуется найти такие размеры прямоугольника, вписанного в указанный треугольник, при которых его площадь будет максимальной».

Для решения поставленной задачи указанным способом, обратимся к графику на рис. 5. Очевидно, что целевая функция при пересечении с осями образует фигуру равнобедренного прямоугольного треугольника с вершиной в начале координат и углами  $45^\circ$  при основании, причем длина катетов равна единице. Обозначим длину и ширину вписанного прямоугольника (на рисунке заштрихован) соответственно через  $x$  и  $y$ . Тогда значение  $y$  определится из выражения

$$y = (1 - x) \operatorname{tg} 45^\circ = 1 - x, \quad (13)$$

а площадь прямоугольника соответственно из выражения

$$S = x(1 - x) = x - x^2. \quad (14)$$

Взяв производную выражения (14)

$$S'(x) = 1 - 2x, \quad (15)$$

и приравняв ее к нулю, получаем значение одной из сторон прямоугольника:

$$1 - 2x = 0 \text{ откуда } x = 0,5. \quad (16)$$

Соответственно, с учетом выражения (13) вторая сторона прямоугольника составит

$$y = 1 - x = 0,5, \quad (17)$$

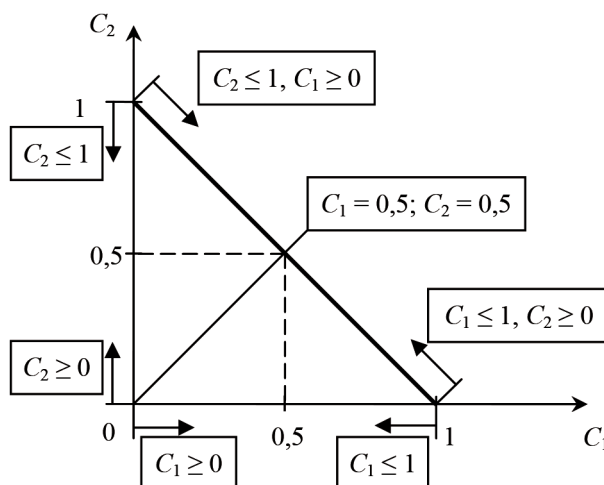


Рис. 4. Графоаналитическое решение  
Fig. 4. Graphoanalytical solution

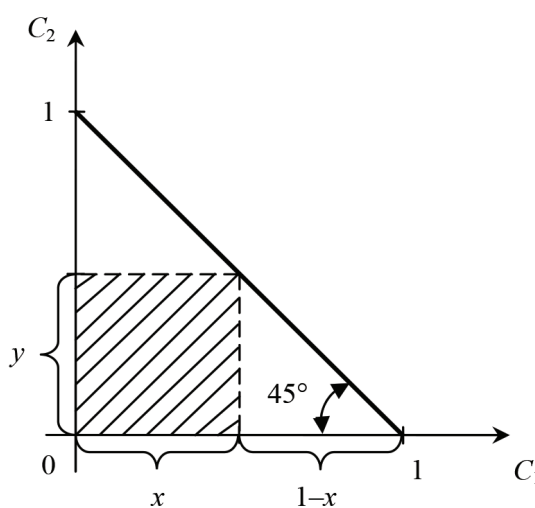


Рис. 5. Геометрическое решение  
Fig. 5. Geometric solution

а площадь —

$$S = 0,5 \cdot 0,5 = 0,25. \quad (18)$$

Легко понять, что искомые размеры прямоугольника составят  $0,5 \times 0,5$ , а сама фигура примет вид квадрата, площадь которого равна половине площади треугольника, образованного пересечением целевой функции с осями координат.

## Результаты и обсуждение

Решение дифференциального уравнения (3) позволило получить линейное уравнение вида  $C_1 + C_2 = 1$ . В дальнейшем определено, что  $C_1 = C_2 = 0,5$ . Аналогичный результат был получен с помощью функции «Поиск решения» в приложении Microsoft Excel. В основу расчетов была взята система уравнений, в которую входят целевая функция  $C_1 + C_2 = 1$  и ограничения:  $C_1 \geq 0$ ;  $C_1 \leq 1$ ;  $C_2 \geq 0$ ;  $C_2 \leq 1$ . Графоаналитический способ решения подразумевает использование тех же ограничений и целевой функции,

дальнейшее их графическое отображение на координатной плоскости и принятие соответствующего решения, удовлетворяющего всем требованиям. Таким решением является  $C_1 = C_2 = 0,5$ . Геометрический метод схож с графоаналитическим, однако в его основе лежит другой подход к решению задачи, заключающийся в нахождении таких размеров вписанного прямоугольника, при которых его площадь была бы максимальной. Как итог, получено вышеупомянутое решение  $C_1 = C_2 = 0,5$ .

Применительно к устройству для определения кажущейся плотности полученные результаты можно интерпретировать следующим образом.

Отношения  $C_1 = \frac{V_T}{V_c}$  и  $C_2 = \frac{\Delta V_1}{\Delta V_2}$  связаны между

собой функциональной зависимостью. При постоянной величине объема цилиндра  $V_c$  с изменением объема тела  $V_T$  происходит пропорциональное изменение отношения  $\frac{\Delta V_1}{\Delta V_2}$ . Если объем тела

$V_T$  будет мал, а отношение  $\frac{V_T}{V_c}$ , соответственно,

будет стремиться к нулю, то отношение  $\frac{\Delta V_1}{\Delta V_2}$  будет

стремиться к единице. При этом снижается точность определения объема тела  $V_T$  по выражению (1) и увеличивается дисперсия опытов. Если объем тела  $V_T$  будет велик, а отношение  $\frac{V_T}{V_c}$ , соответ-

ственно, будет стремиться к единице, то отношение  $\frac{\Delta V_1}{\Delta V_2}$  будет стремиться к нулю. В таком случае

затруднительно измерение величины  $\Delta V_1$ .

При выполнении условия  $\frac{V_T}{V_c} = \frac{\Delta V_1}{\Delta V_2} = 0,5$

вышеуказанные недостатки исключаются. Это говорит о том, что соотношение между объемом тела  $V_T$  и объемом цилиндра для проб (измерительного цилиндра)  $V_c$  должно составлять 0,5.

## Выводы

С помощью решения дифференциальных уравнений, приложения Microsoft Excel с функцией «Поиск решения», графоаналитического и геометрического методов для математического обоснования технологических параметров устройства для измерения кажущейся плотности получено единое решение, удовлетворяющее всем ограничениям и условиям, а именно:

$$\frac{V_T}{V_c} = \frac{\Delta V_1}{\Delta V_2} = 0,5.$$

Следовательно, для проведения экспериментальных исследований на установке данной конструкции рекомендуется подбирать образцы объемом приблизительно 0,5 относительно объема цилиндра.


Для исследования пористых тел объем образца следует подбирать с учетом пористости материала на основе априорной информации.

## Список литературы

- [1] Пен Р.З., Пен В.Р. Статистические методы математического моделирования, анализа и оптимизации технологических процессов: учебное пособие. СПб.: Лань, 2020. 308 с.
- [2] Угрюмов С.А. Задачи линейного программирования. Йошкар-Ола: Поволжский государственный технологический университет, 2018. 44 с.
- [3] Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевников Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах: в 2 ч. М.: Мир и образование, 2016. 448 с.
- [4] Трофимова Т.И. Курс физики. М.: Академия, 2012. 557 с.
- [5] Гайнуллин Рен. Х., Гайнуллин Риш. Х., Цветкова Е.М., Цуркан А.А. Способ и устройство для измерения объема и определения плотности пористых материалов. Патент РФ RU 2757167. 11.10.2021. МПК: G01N 9/26, G01F 17/00. Бюл. № 29.
- [6] Dunlap F. Density of wood substance and porosity of wood // J. of agricultural research, 1914, no. II(6), pp. 423–428. URL: <https://www.fpl.fs.fed.us/documnts/pdf1914/dunlap14a.pdf> (дата обращения 15.09.2021).
- [7] Christensen G.N., Hergt H.F. The apparent density of wood in non-swelling liquids // Holzforschung, 1968, no. 22(6), pp. 165–170. <https://www.degruyter.com/document/doi/10.1515/hfsg.1968.22.6.165/html>
- [8] Stayton C.L., Hart C.A. Determining pore size distribution in softwoods with a mercury porosimeter // Forest products J., 1965, no. 15(10), pp. 435–440. URL: <https://forestprod.org/page/FPJ> (дата обращения 15.09.2021).
- [9] Plötze M., Niemez P. Porosity and pore size distribution of different wood types as determined by mercury intrusion porosimetry // European J. of wood and wood products, 2010, no. 69, pp. 649–657. <https://doi.org/10.1007/s00107-010-0504-0>
- [10] Decoux V., Varcin E., Leban J.-M. Relationships between the intra-ring wood density assessed by X-ray densitometry and optical anatomical measurements in conifers. Consequences for the cell wall apparent density determination // Annals of forest science, 2004, no. 61, pp. 251–262. <https://doi.org/10.1051/forest:2004018>
- [11] Zauer M., Pfriem A., Wagenführ A. Toward improved understanding of the cell-wall density and porosity of wood determined by gas pycnometry // Wood science and technology, 2013, no. 47, pp. 1197–1211. <https://doi.org/10.1007/s00226-013-0568-1>
- [12] DIN 66137. Bestimmung der dichte fester stoffe: teil 2: Gaspycnometrie (2004). Deutsche norm. Normenausschuss Bauwesen (NABau) im DIN. URL: <https://www.beuth.de/en/standard/din-66137-2/300301091> (дата обращения 02.11.2021).
- [13] ISO 12154:2014. Determination of density by volumetric displacement. Skeleton density by gas pycnometry. URL: <https://www.iso.org/obp/ui/#iso:std:iso:12154:ed-1:v1:en> (дата обращения: 02.11.2021).
- [14] ГОСТ Р 57844–2017. Композиты. Определение плотности методом замещения – кажущаяся плотность, определенная газовой пикнометрией. Национальный стандарт Российской Федерации. ФГУП «Стандартинформ». URL: <https://docs.cntd.ru/document/1200157330> (дата обращения 02.11.2021).

- [15] Гайнуллин Рен. Х., Цветкова Е.М., Гайнуллин Риш. Х. К вопросу об истинной плотности древесины // *Деревообрабатывающая промышленность*, 2020. № 2. С. 11–20. URL: [http://dop1952.ru/catalogue-statue\\_id-358.html](http://dop1952.ru/catalogue-statue_id-358.html) (дата обращения: 02.11.2021).
- [16] Гайнуллин Рен. Х., Гайнуллин Риш. Х., Цветкова Е.М., Голубев М.И., Цуркан А.А. Способ измерения объема и определения плотности пористых материалов // *Системы. Методы. Технологии*, 2021. № 2 (50). С. 106–110. <https://doi.org/10.18324/2077-5415-2021-2-106-110>
- [17] Гайнуллин Рен. Х., Сафина А.В., Гайнуллин, Риш. Х., Цветкова Е.М. Определение плотности клеточных стенок древесины и других пористых материалов методом газовой пикнометрии в среде атмосферного воздуха // *Лесотехнический журнал*, 2021. Т. 11. № 3 (43). С. 74–85. <https://doi.org/10.34220/issn.2222-7962/2021.3/6>
- [18] Gainullin Renat H., Safina A.V., Gainullin Rishat H., Mukhametzyanov S.R. Determination of the true density of chaga by gas picnometry in atmospheric air // *J. of Physics: Conference Series*, 2021, no. 1889, pp. 1–7. URL: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/1889/2/022044> (дата обращения 15.09.2021).
- [19] Амалицкий В.В., Амалицкий Вит.В. Оборудование отрасли. М.: МГУЛ, 2005. 583 с.
- [20] Редькин А.К., Якимович С.Б. Математическое моделирование и оптимизация технологий лесозаготовок. М.: МГУЛ, 2005. 503 с.

## Сведения об авторах

**Гайнуллин Ренат Харисович**  — канд. техн. наук, доцент кафедры деревообрабатывающих производств ФГБОУ ВО «Поволжский государственный технологический университет», [gainylinrh@yandex.ru](mailto:gainylinrh@yandex.ru)

**Гайнуллин Ришат Харисович** — канд. техн. наук, доцент кафедры деревообрабатывающих производств ФГБОУ ВО «Поволжский государственный технологический университет», [rishat\\_000@mail.ru](mailto:rishat_000@mail.ru)

**Цветкова Екатерина Михайловна** — старший преподаватель кафедры стандартизации, сертификации и товароведения, [Ekaterinadudina@mail.ru](mailto:Ekaterinadudina@mail.ru)

**Смирнов Михаил Юрьевич** — д-р техн. наук, профессор кафедры транспортно-технологических машин ФГБОУ ВО «Поволжский государственный технологический университет», [SmirnovMY@volgategh.net](mailto:SmirnovMY@volgategh.net)

**Макаров Артем Алексеевич** — магистрант ФГБОУ ВО «Поволжский государственный технологический университет», [artuom.makarov100@mail.ru](mailto:artuom.makarov100@mail.ru)


**Еросланов Антон Витальевич** — магистрант ФГБОУ ВО «Поволжский государственный технологический университет», [toni.eroslanov@bk.ru](mailto:toni.eroslanov@bk.ru)

Поступила в редакцию 08.11.2021.

Одобрено после рецензирования 14.12.2021.

Принята к публикации 04.04.2022.

## MATHEMATICAL SUBSTANTIATION TECHNOLOGICAL PARAMETERS OF DEVICE TO MEASURE APPARENT DENSITY OF POROUS MATERIALS

**Ren. H. Gainullin** , **Rish. H. Gainullin**, **E.M. Tsvetkova**, **M.Y. Smirnov**, **A.A. Makarov**, **A.V. Eroslanov**

Volga State University of Technology, 3, Lenin sq., 424000, Yoshkar-Ola, Russia

[gainylinrh@yandex.ru](mailto:gainylinrh@yandex.ru)

The article describes the procedure for mathematical substantiation technological parameters of a device for measuring the apparent density of porous materials. For this purpose, methods for solving differential equations, Microsoft Excel application with the «Solution Search» function, graphoanalytic and geometric methods were used. The justification was based on the functional dependence  $V_r/V_c + \Delta V_1/\Delta V_2 = 1$ , describing the relationship between the parameters of the device and the object of study. The use of these methods allowed us to obtain a single result. Calculations have established that the optimal ratio between the volume of the test body and the cylinder for the sample (measuring cylinder) is 0,5. This ratio allows obtaining reliable results in the course of experimental studies, as well as simplifying the measurement procedure. For the study of porous bodies, the sample volume should be selected taking into account the porosity of the material based on a priori information.

**Keywords:** density measurement device, technological parameters, mathematical justification, optimization methods

**Suggested citation:** Gainullin Ren. H., Gainullin Rich. H., Tsvetkova E.M., Smirnov M.Y., Makarov A.A., Eroslanov A.V. *Matematicheskoe obosnovanie tekhnologicheskikh parametrov ustroystva dlya izmereniya kazhushcheysya plotnosti poristykh materialov* [Mathematical substantiation technological parameters of device to measure apparent density of porous materials]. *Lesnoy vestnik / Forestry Bulletin*, 2022, vol. 26, no. 4, pp. 128–134. DOI: 10.18698/2542-1468-2022-4-128-134

## References

- [1] Pen R.Z., Pen V.R. *Statisticheskie metody matematicheskogo modelirovaniya, analiza i optimizatsii tekhnologicheskikh processov* [Statistical methods of mathematical modeling, analysis and optimization of technological processes]. Saint Petersburg: Lan<sup>7</sup>, 2020, 308 p.
- [2] Ugryumov S.A. *Zadachi lineynogo programmirovaniya* [Linear programming tasks]. Yoshkar-Ola: Povolzhskiy gosudarstvennyy tekhnologicheskiiy universitet, 2018, 44 p.
- [3] Danko P.E., Popov A.G., Kozhevnikov T.Ya. *Vysshaya matematika v uprazhneniyah i zadachah* [Higher Mathematics in exercises and tasks]. Moscow: Mir i Obrazovanie, 2016, 448 p.
- [4] Trofimova T.I. *Kurs fiziki* [Physics course]. Moscow: Akademiya, 2012, 557 p.
- [5] Gaynullin Ren. Kh., Gaynullin Rish. Kh., Tsvetkova E.M., Tsurkan A.A. *Sposob i ustroystvo dlya izmereniya ob'ema i opredeleniya plotnosti poristyykh materialov* [Method and device for measuring the volume and determining the density of porous materials]. Patent RF, no. 2757167, 2021.
- [6] Dunlap F. Density of wood substance and porosity of wood. *J. of agricultural research*, 1914, no. II(6), pp. 423–428. Available at: <https://www.fpl.fs.fed.us/documnts/pdf1914/dunlap14a.pdf> (accessed 15.09.2021).
- [7] Christensen G.N., Hergt H.F. The apparent density of wood in non-swelling liquids. *Holzforschung*, 1968, no. 22(6), pp. 165–170. <https://www.degruyter.com/document/doi/10.1515/hfsg.1968.22.6.165/html>
- [8] Stayton C.L., Hart C.A. Determining pore size distribution in softwoods with a mercury porosimeter. *Forest products J.*, 1965, no. 15(10), pp. 435–440. Available at: <https://forestprod.org/page/FPJ> (accessed 15.09.2021).
- [9] Plötze M., Niemi P. Porosity and pore size distribution of different wood types as determined by mercury intrusion porosimetry. *European J. of wood and wood products*, 2010, no. 69, pp. 649–657. <https://doi.org/10.1007/s00107-010-0504-0>
- [10] Decoux V., Varcin E., Leban J.-M. Relationships between the intra-ring wood density assessed by X-ray densitometry and optical anatomical measurements in conifers. Consequences for the cell wall apparent density determination. *Annals of forest science*, 2004, no. 61, pp. 251–262. <https://doi.org/10.1051/forest:2004018>
- [11] Zauer M., Pfiem A., Wagenführ A. Toward improved understanding of the cell-wall density and porosity of wood determined by gas pycnometry. *Wood science and technology*, 2013, no. 47, pp. 1197–1211. <https://doi.org/10.1007/s00226-013-0568-1>
- [12] DIN 66137. Bestimmung der dichte fester stoffe: teil 2: Gaspiknometrie (2004). Deutsche norm. Normenausschuss Bauwesen (NABau) im DIN. Available at: <https://www.beuth.de/en/standard/din-66137-2/300301091> (accessed 02.11.2021).
- [13] ISO 12154:2014. Determination of density by volumetric displacement. Skeleton density by gas pycnometry. Available at: <https://www.iso.org/obp/ui/#iso:std:iso:12154:ed-1:v1:en> (accessed 02.11.2021).
- [14] GOST R 57844-2017. *Kompozity. Opredelenie plotnosti metodom zameshcheniya — kazhushchayasya plotnost', opredeleniye gazovoy piknometriy* [Composites. Determination of density by volumetric displacement — skeleton density by gas pycnometry]. Available at: <https://docs.cntd.ru/document/1200157330> (accessed 02.11.2021).
- [15] Gaynullin Ren.Kh., Tsvetkova E.M., Gaynullin Rish.Kh. *K voprosu ob istinnoy plotnosti drevesiny* [The study of the real specific gravity of wood] // *Derevoobrabatyvayushchaya promyshlennost'* [Woodworking industry], 2020, no. 2, pp. 11–20. Available at: [http://dop1952.ru/catalogue-statue\\_id-358.html](http://dop1952.ru/catalogue-statue_id-358.html) (accessed 02.11.2021).
- [16] Gainullin Ren.Kh., Gainullin Rish.Kh., Tsvetkova E.M., Golubev M.I., Curcan A.A. *Sposob izmereniya ob'ema i opredeleniya plotnosti poristyykh materialov* [A method for measuring the volume and determining the density of porous materials]. *Sistemy. Metody. Tekhnologii* [Systems. Methods. Technologies], 2021, no. 2(50), pp. 106–110. <https://doi.org/10.18324/2077-5415-2021-2-106-110>
- [17] Gainullin Ren.Kh., Safina A.V., Gainullin Rish.Kh., Tsvetkova E.M. *Opredelenie plotnosti kletochnykh stenok drevesiny i drugih poristyykh materialov metodom gazovoy piknometrii v srede atmosfernogo vozduha* [Determination of the density of the cell walls of wood and other porous materials by gas pycnometry in atmospheric air]. *Lesotekhnicheskiiy zhurnal*, 2021, v. 11, no. 3(43), pp. 74–85. <https://doi.org/10.34220/issn.2222-7962/2021.3/6>
- [18] Gainullin Renat H., Safina A.V., Gainullin Rishat H., Mukhametzyanov S.R. Determination of the true density of chaga by gas pycnometry in atmospheric air. *J. of Physics: Conference Series*, 2021, no. 1889, pp. 1–7. Available at: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/1889/2/022044> (accessed 15.09.2021).
- [19] Amalitskiy V.V., Amalitskiy Vit.V. *Oborudovanie otrasli* [Industry Equipment]. Moscow: MSFU, 2005, 583 p.
- [20] Red'kin A.K., Yakimovich S.B. *Matematicheskoe modelirovanie i optimizatsiya tekhnologiy lesozagotovok* [Mathematical modeling and optimization of logging technologies]. Moscow: MSFU, 2005, 503 p.

## Authors' information

**Gainullin Renat Harisovich** ✉ — Cand. Sci. (Tech.), Associate Professor of the Department of Woodworking Industries, Volga State University of Technology, [gainyllinrh@yandex.ru](mailto:gainyllinrh@yandex.ru)

**Gainullin Rishat Harisovich** — Cand. Sci. (Tech.), Associate Professor of the Department of Woodworking Industries, Volga State University of Technology, [rishat\\_000@mail.ru](mailto:rishat_000@mail.ru)

**Tsvetkova Ekaterina Mihailovna** — Senior Lecturer of the Department of Standardization, Certification and Merchandising, Volga State University of Technology, [Ekaterinadudina@mail.ru](mailto:Ekaterinadudina@mail.ru)

**Smirnov Mikhail Yurievich** — Dr. Sci. (Tech.), Professor of the Department of Transport and Technological Machines, Volga State University of Technology, [SmirnovMY@volgatech.net](mailto:SmirnovMY@volgatech.net)

**Makarov Artyom Alekseevich** — Master graduand, Volga State University of Technology, [artyom.makarov100@mail.ru](mailto:artyom.makarov100@mail.ru)

**Eroslanov Anton Vital'evich** — Master graduand, Volga State University of Technology, [toni.eroslanov@bk.ru](mailto:toni.eroslanov@bk.ru)

Received 08.11.2021.

Approved after review 14.12.2021.

Accepted for publication 04.04.2022.

Вклад авторов: все авторы в равной доле участвовали в написании статьи

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов

Authors' Contribution: All authors contributed equally to the writing of the article

The authors declare that there is no conflict of interest