

ГЛОБАЛЬНОСТЬ РАДИОВИДИМОСТИ НИЗКООРБИТАЛЬНЫХ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

Ю.С. Луценко¹, В.М. Поливников¹, А.А. Малашин²✉

¹АО «ЦНИИмаш», 141070, Россия, г. Королев, Московская обл., ул. Пионерская, д. 4

²МГТУ им. Н.Э. Баумана (Мытищинский филиал), 141005, Московская обл., г. Мытищи, ул. 1-я Институтская, д. 1

malashin@mgul.ac.ru

Рассмотрены несколько вариантов аналитических методов расчета глобальности видимости, что позволяет оценить возможности оперативного управления космическими аппаратами и получения целевой информации, загрузку наземных средств, объем передаваемой (принимаемой) информации и эффективность систем. Приведены вывод соотношений расчета коэффициента глобальности, графики его изменения для низкоорбитальных космических аппаратов, оценка точности полученных соотношений. Показано, что графики глобальности видимости позволяют на начальном этапе проектирования легко определиться с оптимальными характеристиками пространственно-временных структур создаваемых систем. Получены оценки точности результатов с использованием «точных» моделей полета космических аппаратов, подтверждающие рекомендации по их практическому применению. Результаты разработки представляют практический интерес при проектировании любых космических систем космических аппаратов на круговых орбитах.

Ключевые слова: зона видимости, наземные средства, коэффициент глобальности, проектирование

Ссылка для цитирования: Луценко Ю.С., Поливников В.М., Малашин А.А. Глобальность радиовидимости низкоорбитальных космических аппаратов // Лесной вестник / Forestry Bulletin, 2022. Т. 26. № 3. С. 115–124. DOI: 10.18698/2542-1468-2022-3-115-124

Оптимизация проектирования систем орбитальных и целевых группировок космических аппаратов (КА), наземных средств управления и приема целевой информации невозможна без учета глобальности видимости КА наземными средствами. Оценка этого параметра традиционно производится с использованием численных методов расчета на длительных интервалах времени полета КА и не позволяет наглядно представить связь параметров траекторий и эффективность систем.

Исследования по проблемам проектирования систем группировок КА актуальны в области теоретических [1–8] и практических [9–14] аспектов решаемых задач. Вопросы управления космическими группировками имеют важное значение в данных исследованиях [15–25].

В процессе управления КА и приема от них целевой информации особым параметром является время, когда соблюдаются условия взаимной видимости КА и пункта приема-передачи информации. Этот параметр позволяет рационально (оптимально) проектировать космические системы с точки зрения оперативности и надежности управления, объема передаваемой и принимаемой целевой информации, в том числе количества и мест установки наземных средств управления, что особенно важно при отсутствии космических систем ретрансляции [1]. Одним

из главных показателей, позволяющих оценить характеристики космических систем, служит коэффициент глобальности нахождения КА в зоне радиовидимости (ЗРВ) [2, 3] наземного пункта.

Под коэффициентом глобальности ($K_{\text{гл}}$) наблюдения КА будем понимать отношение суммы периодов времени нахождения его в ЗРВ средства управления на выбранном интервале времени T_s к его продолжительности

$$K_{\text{гл}} = \frac{\sum \tau_i}{T_s}, \quad (1)$$

где τ_i — продолжительность интервала времени видимости КА с наземного пункта на i -м витке;

T_s — продолжительность интервала наблюдения за КА.

В настоящее время для оценки коэффициента глобальности широко применяется метод численного моделирования траекторий полета КА на временном интервале в несколько суток. При этом используются упрощенные модели фигуры Земли и действующих на КА сил, что позволяет рассчитать эти данные с необходимой для практических целей точностью. Недостатки такого подхода очевидны — отсутствие наглядной взаимосвязи пространственно-временных структур (ПВС) КА и наземной инфраструктуры, что часто не позволяет в полной мере использовать потенциал каждой компоненты создаваемых систем КА [1]

Несомненный интерес представляют соотношения для расчета коэффициента глобальности нахождения КА в ЗРВ наземных пунктов (далее — коэффициент глобальности), позволяющие на первоначальном этапе проектирования космических систем рационально выбирать их ПВС.

Рассмотрим задачу нахождения коэффициента глобальности для КА на околокруговой орбите. Примем поле притяжения Земли центральным, модель фигуры Земли — сфера, ЗРВ — круг на поверхности Земли с центром в точке нахождения наземного пункта (НП) и радиусом r , зависящим от высоты h орбиты КА, ограничения по углу места γ и радиуса Земли R

$$r = R \left(\arccos \left(\left(\frac{R}{R+h} \right) \cos \gamma \right) - \gamma \right). \quad (2)$$

На каждом витке подспутниковая точка [2] движется по касательной к окружности с центром в северном полюсе N радиуса R_N (в градусах)

$$R_N = |90^\circ - i|, \quad (3)$$

где i — наклонение орбиты КА.

На каждом витке видимость есть в точках на линии, которая находится внутри окружности S_K с центром в точке K — точке нахождения НП. Интересующий нас участок поверхности Земли — плоскость. Получаем два варианта алгоритма расчета коэффициента глобальности. В первом варианте вращением Земли при нахождении КА в ЗРВ пренебрегаем, что вполне допустимо для низкоорбитальных КА. Во втором варианте учтем вращение Земли во время нахождения КА в ЗРВ.

Задача № 1

Имеем следующую геометрическую задачу (см. рис. 1). На плоскости расположены две окружности S_K и S_N радиусами R_K и R_N соответственно, расстояние между центрами K и N окружностей равно d . Проведем прямую NC под углом ψ к прямой KN , точка C — ее пересечение с окружностью S_N . Далее построим касательную к окружности S_N в этой точке. Обозначим за l_ψ длину отрезка этой касательной, заключенного внутри окружности S_K . За время одного витка доля времени, в течение которого КА находится в ЗРВ, составляет $l_\psi/2\pi R$. Нас интересуют только такие углы ψ , при которых соответствующая касательная пересекает окрестность S_K . Введем обозначения: $d = |KN|$, $l_\psi = |AB|$.

Если вся окружность S_N лежит внутри окружности S_K (т. е. $d \leq R_K - R_N$), то это верно для любых $0 \leq \psi \leq 2\pi$. Тогда для заданных R_K , R_N и d можно вычислить интеграл $K_{гр}$ (коэффициент глобальности — среднеинтегральная по окружности S_N доля нахождения КА в ЗРВ на витке)

$$K_{гр} = \frac{1}{4\pi^2 R} \int_0^{2\pi} l_\psi d\psi = \frac{1}{2\pi^2 R} \int_0^\pi l_\psi d\psi. \quad (4)$$

Если же окружности пересекаются либо одна из них полностью лежит вне другой, то максимальный угол ψ соответствует внешней общей касательной окружностей. Тогда

$$\begin{aligned} |KG| &= |KH| - |GH| = R_K - R_N = \\ &= |KH| \sin(\psi - 90^\circ) = d \cos \psi. \end{aligned} \quad (5)$$

$$\psi = \arccos \frac{R_K - R_N}{d}. \quad (6)$$

$$K_{гр} = \frac{1}{2\pi^2 R} \int_0^{\arccos \frac{R_K - R_N}{d}} l_\psi d\psi. \quad (7)$$

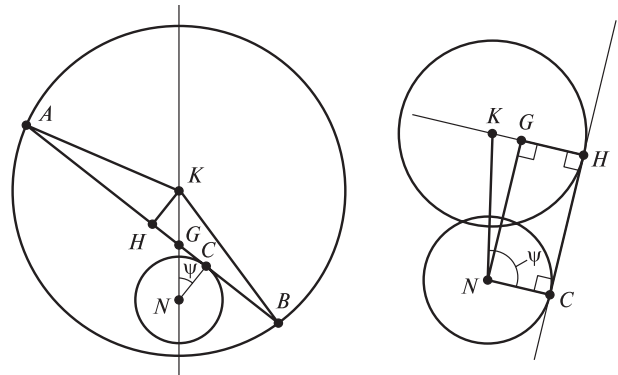


Рис. 1. Варианты взаимного положения подспутниковых точек и наземного пункта

Fig. 1. Variants of the sub-satellite relative position points and the ground point

Найдем l_ψ . Опустим из точки K перпендикуляр KH на прямую AB . Тогда AKB — равнобедренный треугольник с высотой KH и основанием AB

$$\begin{aligned} l_\psi = |AB| &= 2|AH| = 2\sqrt{|AK|^2 - |KH|^2} = \\ &= 2\sqrt{R_A^2 - |KH|^2} \end{aligned} \quad (8)$$

Необходимо найти длину перпендикуляра KH . Возможны два варианта.

1. Точки A и B лежат по разные стороны от прямой AB (см. рис. 1). Тогда треугольники KHG и NCG подобны, и

$$\frac{|KH|}{|NC|} = \frac{|KG|}{|GN|}, \quad (9)$$

$$|KH| = \frac{|KG| \cdot |NC|}{|GN|} = \frac{\left(d - \frac{R_B}{\cos \phi} \right) R_B}{\frac{R_B}{\cos \phi}} = d \cos \phi - R_B. \quad (10)$$

2. Точки K и N лежат по одну сторону от прямой AB (рис. 2).

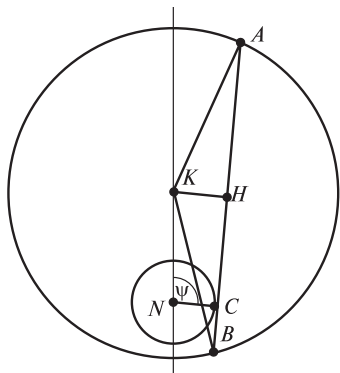


Рис. 2. Второй вариант взаимного расположения точек
Fig. 2. The second variant of the mutual arrangement of points

Тогда точки K, H, C, N образуют трапецию с двумя прямыми углами (рис. 3 и 4).

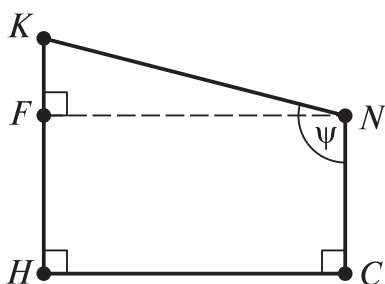


Рис. 3. Вариант трапеции 1
Fig. 3. Trapeze variant 1

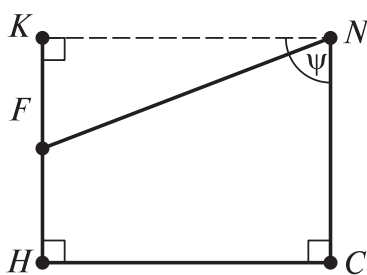


Рис. 4. Вариант трапеции 2
Fig. 4. Trapeze variant 2

Если угол $\psi > 90^\circ$, то

$$|KH| = |KF| + |FH| = |KN|\sin(\psi - 90^\circ) + |NC| = -d \cdot \cos\psi + R_N. \quad (11)$$

Если угол $\psi \leq 90^\circ$, то

$$|KH| = |FH| - |FK| = |NC| - |KN|\cos\psi = R_N - d \cdot \cos\psi. \quad (12)$$

В итоге, во всех случаях

$$|KH|^2 = (d \cdot \cos\psi - R_N)^2, \quad (13)$$

$$l_\psi = 2\sqrt{R_K^2 - |KH|^2} = 2\sqrt{R_K^2 - (d \cos\psi - R_N)^2}. \quad (14)$$

Если $d > |R_K - R_N|$, то

$$K_{\text{гл}} = \frac{1}{2\pi^2 R} \int_0^{\arccos \frac{R_K - R_N}{d}} l_\psi d\psi. \quad (15)$$

Если $d < |R_K - R_N|$, то

$$K_{\text{гл}} = \frac{1}{2\pi^2 R} \int_0^\pi l_\psi d\psi. \quad (16)$$

Принято, что $R_K \geq R_N$. Однако формулы верны и для обратного случая.

Рассматривая участки поверхности Земли вблизи полюса и НП как сферы, можно свести задачу к решению сферических треугольников (рис. 5).

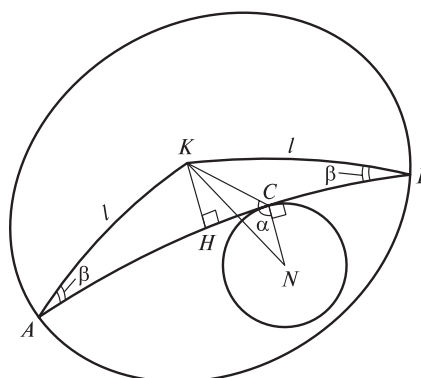


Рис. 5. Участок сферической поверхности
Fig. 5. Plot of a spherical surface

Пусть $\Delta\varphi = \frac{d}{R}$ — расстояние между северным полюсом и НП, ψ — разность между долготами НП и самой северной точкой орбиты, $l = \frac{r}{R}$ — радиус ЗРВ в угловой мере.

Здесь и далее все дуги измеряются в радианах (рис. 6).

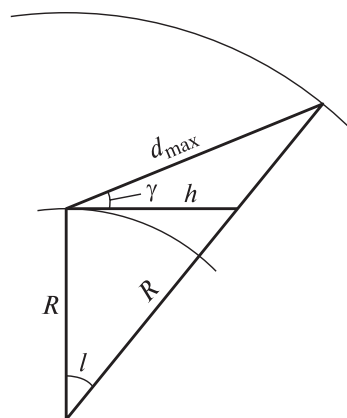


Рис. 6. Связь между радиусом зоны радиовидимости, высотой орбиты космического аппарата, углом места и наклонной дальностью

Fig. 6. Relationship between the radius of the radio visibility zone, the height of the orbit of the spacecraft, the elevation angle and the slant range

Величину l можно вычислить [4] по формуле

$$l = \arccos\left(\frac{R}{R+h} \cos \gamma\right) - \gamma. \quad (17)$$

Если есть ограничение по наклонной дальности d_{\max} , то

$$l = \arccos\left(\frac{R^2 + (R+h)^2 - d_{\max}^2}{2Rh}\right). \quad (18)$$

$$\begin{aligned} s(\psi) = KC &= \arccos(\cos(KN) \cos(CN) + \sin(KN) \sin(CN) \cos(\angle KNC)) = \\ &= \arccos\left(\cos(\Delta\varphi) \cos\left(\left|\frac{\pi}{2} - i\right|\right) + \sin(\Delta\varphi) \sin\left(\left|\frac{\pi}{2} - i\right|\right) \cos(\psi)\right) = \\ &= \arccos(\cos(\Delta\varphi) \sin(i) + \sin(\Delta\varphi) |\cos(i)| \cos(\psi)); \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \alpha(\psi) = \angle KCN &= \arctg\left(\frac{2 \sin(KN)}{\operatorname{tg} \frac{\angle KNC}{2} (CN + KN) + \operatorname{ctg} \frac{\angle KNC}{2} \sin(CN - KN)}\right) = \\ &= \arctg\left(\frac{2 \sin(\Delta\varphi)}{\operatorname{tg} \frac{\psi}{2} \sin\left(\left|\frac{\pi}{2} - i\right| + \Delta\varphi\right) + \operatorname{ctg} \frac{\psi}{2} \sin\left(\left|\frac{\pi}{2} - i\right| - \Delta\varphi\right)}\right). \end{aligned} \quad (20)$$

Далее рассмотрим сферический треугольник KCA , где $AK = l$, $KC = s(\psi)$, $\angle KCA = \left|\alpha(\psi) - \frac{\pi}{2}\right|$.

Из сферической теоремы синусов [4] следует

$$\begin{aligned} \beta(\psi) = \angle KAC &= \arcsin \frac{\sin KC \sin \angle KCA}{\sin AK} = \\ &= \arcsin \frac{\sin s(\psi) \sin \left|\alpha(\psi) - \frac{\pi}{2}\right|}{\sin AK} = \\ &= \arcsin \frac{\sin s(\psi) |\cos \alpha(\psi)|}{\sin l}. \end{aligned} \quad (21)$$

При этом, если $\left|\frac{\sin s(\psi) |\cos \alpha(\psi)|}{\sin l}\right| > 1$, то вели-

чина $\beta(\psi)$ не определена, на данном витке КА не проходит через ЗРВ.

Опустим в равнобедренном сферическом треугольнике AKB высоту KH . Она будет являться медианой ($AH = HB$). Рассмотрим прямоугольный сферический треугольник AKH .

По первой формуле тангенсов следует

$$\begin{aligned} AH &= \operatorname{arctg}(\operatorname{tg}(AK) \cos \angle KAH) = \\ &= \operatorname{arctg}(\operatorname{tg}(l) \cos \beta(\psi)) \end{aligned} \quad (22)$$

Длина траектории подспутниковой точки, находящейся внутри ЗРВ

$$L(\psi) = \frac{l_\psi}{R} = AB = 2AH = 2 \operatorname{arctg}(\operatorname{tg}(l) \cos \beta(\psi)). \quad (23)$$

Пусть A и B — точки входа и выхода КА из ЗРВ, C — самая северная подспутниковая точка орбиты КА.

Рассмотрим сферический треугольник KCN , где $KN = \Delta\varphi$, $CN = \left|\frac{\pi}{2} - i\right|$, $\angle KNC = \psi$.

Тогда, применяя сферическую теорему косинусов [3], получаем

Алгоритм нахождения величины $L(\psi)$:

$$s(\psi) = \arccos(\cos(\Delta\varphi) \sin(i) + \sin(\Delta\varphi) |\cos(i)| \cos(\psi)); \quad (24)$$

$$\alpha(\psi) = \arctg \frac{2 \sin(\Delta\varphi)}{\operatorname{tg} \frac{\psi}{2} \sin\left(\left|\frac{\pi}{2} - i\right| + \Delta\varphi\right) + \operatorname{ctg} \frac{\psi}{2} \sin\left(\left|\frac{\pi}{2} - i\right| - \Delta\varphi\right)}; \quad (25)$$

$$\beta(\psi) = \arcsin \frac{\sin s(\psi) |\cos \alpha(\psi)|}{\sin l}; \quad (26)$$

$$L(\psi) = 2 \operatorname{arctg}(\operatorname{tg}(l) \cos \beta(\psi)) \quad (27)$$

или $L(\psi) = 0$, если величина $\beta(\psi)$ не определена.

Если время одного витка КА равно $T(c)$, то угол ψ за один оборот изменяется на величину $\delta = \frac{2\pi T}{86400}$. За время одного витка доля времени,

в течение которого КА находится в ЗРВ, составляет $\frac{L(\psi)}{2\pi}$. Чтобы найти долю времени, в течение

которого КА находится в ЗРВ, для N оборотов нужно найти сумму

$$K_{\text{гр}} = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \frac{L(\psi + k\delta)}{2\pi}. \quad (28)$$

Если $N \gg 1$, можно записать среднеинтегральное значение

$$\begin{aligned} K_{\text{гр}} &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{L(\psi)}{2\pi} d\psi = \frac{1}{4\pi^2} \int_0^{2\pi} L(\psi) d\psi = \\ &= \frac{1}{2\pi^2} \int_0^\pi L(\psi) d\psi. \end{aligned} \quad (29)$$

Задача № 2

Учтем вращение Земли при нахождении КА в ЗРВ НП. Пусть A_1 — подспутниковая точка, соответствующая моменту входа КА в ЗРВ, A_2 — моменту выхода из ЗРВ. При этом в момент входа КА в ЗРВ НП находится в точке K_1 , в момент выхода в точке K_2 , высоты, соответственно — K_1H_1 и K_2H_2 (рис. 7).

$$A_1H_1 = \frac{L(\psi_1)}{2}, \quad A_2H_2 = \frac{L(\psi_2)}{2}. \quad (30)$$

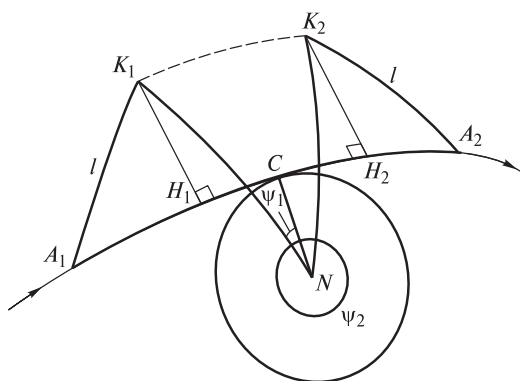


Рис. 7. Прохождение космического аппарата через зону радиовидимости с учетом вращения Земли
 Fig. 7. The passage of the spacecraft through the radio visibility zone, taking into account the rotation of the Earth

Рассмотрим направленные дуги на линии траектории как одномерные векторы со стандартными операциями сложения и вычитания. За положительное направление возьмем направление движения подспутниковой точки. Искомая величина — длина дуги A_1A_2 . Соответствующий вектор равен

$$\overline{A_1A_2} = \overline{A_1H_1} + \overline{H_1C} + \overline{CH_2} + \overline{H_2A_2}. \quad (31)$$

Чтобы найти другие векторы, введем новую величину. Вернемся к рис. 5 и обозначим $Q(\psi) = |HC|$. Для нахождения этой величины рассмотрим прямоугольный сферический треугольник KHC . В нем по предыдущим выкладкам известны KC и $\angle KCH$.

По первой формуле тангенсов:

$$Q(\psi) = |HC| = \arctg\left(\operatorname{tg}(|KC|)\cos\angle KCH\right) = \arctg\left(\operatorname{tg}(s(\psi))\cos\left(\alpha(\psi) - \frac{\pi}{2}\right)\right). \quad (32)$$

Тогда

$$|H_1C| = \frac{Q(\psi_1)}{2}, \quad |H_2C| = \frac{Q(\psi_2)}{2}. \quad (33)$$

Величины (модули) всех векторов из равенства (31) известны.

Таким образом

$$\begin{aligned} \hat{L}(\psi_1, \psi_2) &= A_1A_2 = \\ &= \pm|A_1H_1| \pm |H_1C| \pm |CH_2| \pm |H_2A_2| = \\ &= \pm \frac{L(\psi_1)}{2} \pm \frac{Q(\psi_1)}{2} \pm \frac{Q(\psi_2)}{2} \pm \frac{L(\psi_2)}{2}. \end{aligned} \quad (34)$$

Знаки перед каждым из слагаемых зависят от направления соответствующих векторов, которые, в свою очередь, зависят от положения НП в соответствующие моменты времени относительно подспутниковой траектории. За счет выбора положительного направления оси по движению КА векторы A_1A_2 , A_1H_1 и H_2A_2 должны учитываться в выражении (34) со знаком «+». Действительно, вход КА в ЗРВ соответствует его движению к НП, а выход — движению от НП. Направления векторов H_1C и CH_2 зависят от соответствующих углов: H_1C положительно направлен при $0 < \psi_1 \leq \pi$ и отрицательно — при $\pi < \psi_1 < 2\pi$.

Вектор $CH_2 = -H_2C$ аналогично отрицательно направлен при $0 < \psi_2 < \pi$ и положительно — при $\pi < \psi_2 < 2\pi$. При граничных значениях (0, π , 2π) соответствующие значения Q равны нулю.

Таким образом, все знаки в равенстве (34) однозначно определены. Введение вспомогательной функции

$$\chi(\psi) = \begin{cases} 1, & 0 < \psi < \pi \\ -1, & \pi < \psi < 2\pi \end{cases} \quad (35)$$

позволяет для $\hat{L}(\psi_1, \psi_2)$ записать

$$\begin{aligned} \hat{L}(\psi_1, \psi_2) &= \frac{L(\psi_1)}{2} + \frac{Q(\psi_1)}{2}\chi(\psi_1) - \\ &- \frac{Q(\psi_2)}{2}\chi(\psi_2) + \frac{L(\psi_2)}{2}. \end{aligned} \quad (36)$$

Для расчетов необходимо знать углы ψ_1 , ψ_2 или моменты времени, в которые КА входит и покидает ЗРВ. Если же эти моменты и скорость движения КА известны, то задача нахождения длины участка траектории КА, находящегося в ЗРВ, становится тривиальной.

Полученные выражения неудобны для быстрой оценки коэффициента глобальности существующих и проектируемых систем, однако позволяют сделать вывод о том, что максимума коэффициента глобальности можно достичь при совпадении широты НП и наклона орбиты КА. Реальное расположение НП, по данным работы [5], и зоны радиовидимости КА научного и социально-экономического назначения (НСЭН) на поверхности Земли в пределах России показано на рис. 8.

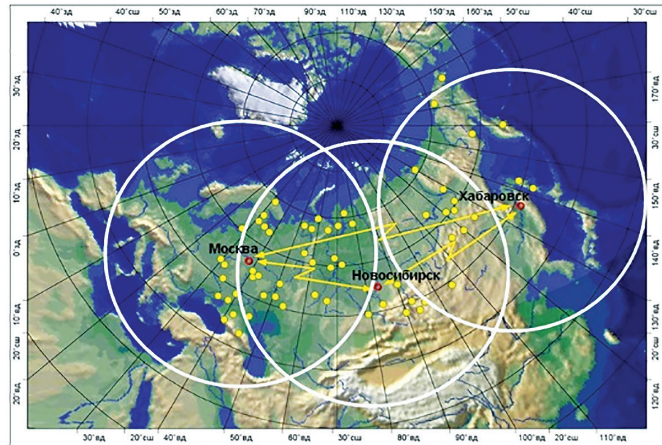
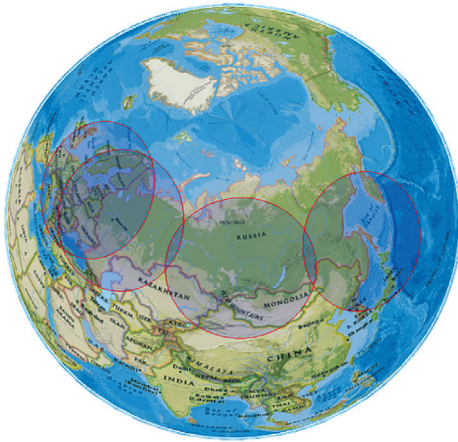


Рис. 8. Зоны радиовидимости наземного пункта (управление и прием целевой информации) космического аппарата научного и социально-экономического назначения

Fig. 8. Zones of a ground point (control and reception of target information) radio visibility of a spacecraft for scientific and socio-economic purposes

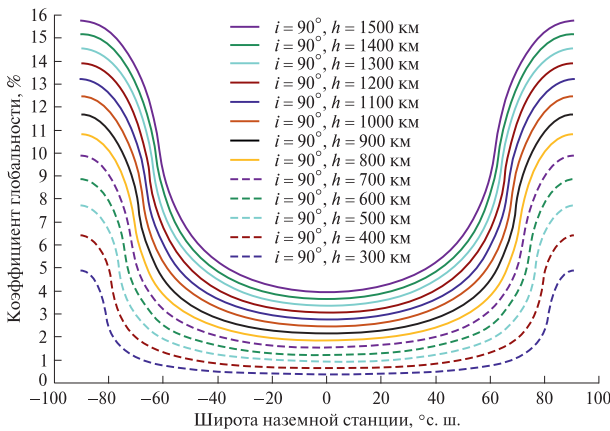


Рис. 9. Зависимость изменения коэффициента глобальности от широты наземной станции для полярных орбит космических аппаратов

Fig. 9. Dependence of the change in the globality coefficient on the latitude of the ground station for polar orbits of spacecraft

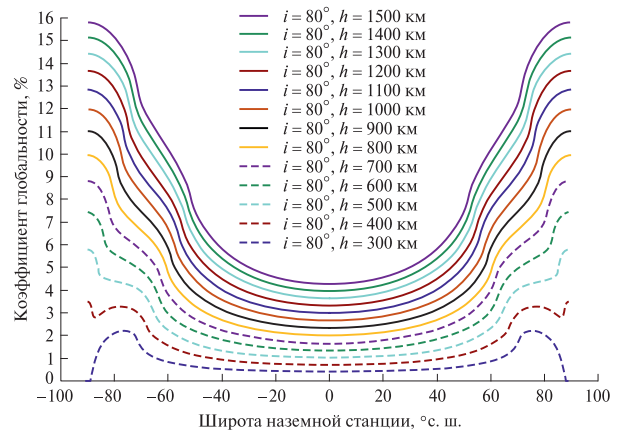


Рис. 11. Зависимость изменения коэффициента глобальности от широты наземной станции для орбит космических аппаратов с наклоном 80 град

Fig. 11. Dependence of the change in the globality coefficient on the latitude of the ground station for spacecraft orbits with an inclination of 80 degrees

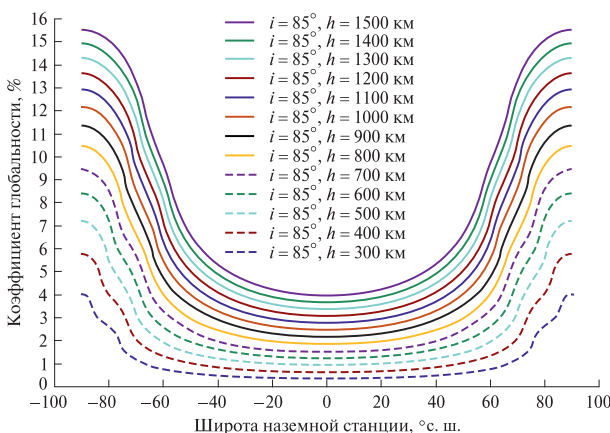


Рис. 10. Зависимость изменения коэффициента глобальности от широты наземной станции для орбит космических аппаратов с наклоном 85 град

Fig. 10. Dependence of the change in the coefficient of globality on the latitude of the ground station for spacecraft orbits with an inclination of 85 degrees

Графики изменения коэффициента глобальности в зависимости от широты НП и высоты траектории полета КА для наиболее интересных с точки зрения практики случаев приведены на рис. 9–11. При проведении расчетов было принято, что минимальный угол места составляет 7 град.

Представляет интерес запись результатов расчетов коэффициента глобальности в виде зависимости от наклона орбиты, широты точки стояния наземной станции и высоты траектории полета КА.

Из рис. 9–11 видно, что зависимость коэффициента глобальности от широты точки стояния наземной станции ведет себя по-разному на участках, где рассмотренные окружности S_N и S_K пересекаются и не пересекаются. Рационально провести аппроксимацию на этих участках отдельно. Кроме того, коэффициент глобальности

от широты станции зависит четным образом, т. е. достаточно провести аппроксимацию для $\varphi \in [0^\circ, 90^\circ]$.

Окружности не пересекаются, если

$$\varphi + l < 90^\circ - |90^\circ - i|. \quad (37)$$

Рассмотрим два участка аппроксимации

$$|\varphi| \leq 90^\circ - |90^\circ - i| - l; \quad (38)$$

$$|\varphi| \geq 90^\circ - |90^\circ - i| - l. \quad (39)$$

Величину l — радиус ЗРВ в угловой мере, зависящую от высоты орбиты КА, можно вычислить по формуле (17). Приведем таблицу значений l для отдельных орбит, где принято, что угол места составляет 7 град.

Рассмотрим возможность аппроксимации коэффициента глобальности при фиксированных наклонении i и угле места γ , с помощью многочлена от двух переменных: высоты h и широты точки стояния наземного пункта φ

$$K_{\text{гл}} \approx a_0 \varphi^4 \frac{h}{1000} + a_1 \varphi^4 + a_2 \varphi^2 \frac{h}{1000} + a_3 \varphi^2 + a_4 \frac{h}{1000} + a_5. \quad (40)$$

При этом по отдельности рассмотрим участки, задаваемые формулами (38) и (39) — назовем их экваториальной и полярной областями.

Для решения задачи рассмотрим линейную систему

$$Ax = b, \quad (41)$$

где в матрице A по строкам для каждой пары (φ, h) записаны значения

Т а б л и ц а 1

Радиус зоны радиовидимости в зависимости от высоты орбиты космического аппарата
The radius of the radio visibility zone depending on the altitude of the spacecraft orbit

Высота орбиты, км	Радиус зоны радиовидимости, град	Высота орбиты, км	Радиус зоны радиовидимости, град	Высота орбиты, км	Радиус зоны радиовидимости, град
300	8,80	800	19,48	1300	26,20
400	11,56	900	21,02	1400	27,31
500	13,90	1000	22,45	1500	28,36
600	15,96	1100	23,78	1600	29,36
700	17,80	1200	25,02	1700	30,32

$$\left(\varphi^4 \frac{h}{1000}, \varphi^4, \varphi^2 \frac{h}{1000}, \varphi^2, \frac{h}{1000}, 1 \right),$$

матрица A имеет размер $N \times 6$, где N — число рассматриваемых пар; b — подсчитанное по выведенным выше формулам значение коэффициента глобальности для данных значений параметров; x — неизвестный вектор значений коэффициентов $a_i(i, \gamma)$.

Из линейной алгебры известно, что наименьшую квадратичную невязку можно достичь, если вектор x рассчитывать с помощью псевдообратной матрицы для A . Тогда

$$\hat{x} = (A^T A)^{-1} A^T b. \quad (42)$$

Результаты вычислений представлены в табл. 2.

Т а б л и ц а 2

Коэффициенты аппроксимирующего полинома
Coefficients of the approximating polynomial

Наклонение		a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
90°	экв.	2,26233	-0,284641	0,430981	-0,134157	2,82084	-0,420278
	пол.	-11,5993	3,81468	48,2945	-12,925	-35,8179	9,51314
85°	экв.	1,89301	-0,226581	0,803108	-0,186857	2,80119	-0,418353
	пол.	1,35548	-3,74888	0,330088	15,1181	8,13525	-16,8465
80°	экв.	1,8804	-0,218883	0,988703	-0,215218	2,82134	-0,421996
	пол.	8,02993	-7,37934	-23,3579	25,3704	26,4426	-22,7925
55°	экв.	4,07955	-0,278506	2,79656	-0,58558	3,37804	-0,507345
	пол.	1,24394	-4,44051	-3,05859	6,47703	7,2577	-2,79711
50°	экв.	4,92612	-0,164613	3,81776	-0,801041	3,61713	-0,54357
	пол.	1,57793	-4,72502	-3,53455	5,38384	7,05253	-1,93097
45°	экв.	5,77817	0,124568	5,33056	-1,09857	3,93528	-0,59378
	пол.	2,049	-5,21264	-4,07596	4,44569	6,91428	-1,3181

Т а б л и ц а 3
**Абсолютная погрешность вычислений
 коэффициента глобальности**

**Absolute calculations error
 of the globality coefficient**

Наклонение	Экваториальная область	Полярная область
90°	1,72571	1,70887
85°	0,982255	1,62937
80°	0,843268	1,30191
55°	0,706776	0,599085
50°	0,714074	0,650503
45°	0,733539	0,700297

Значения абсолютной погрешности вычисления коэффициента глобальности (%) для орбит пилотируемых КА и КА дистанционного зондирования Земли в диапазоне высот до 1000 км указаны в табл. 3.

Выводы

Решение рассмотренной задачи в аналитическом виде в двух постановках: с учетом вращения Земли и без учета вращения и сравнение полученных результатов свидетельствует о незначительном для практики различии результатов в обеих постановках.

Проведены качественная и количественная оценки точности полученных выражений. Точность полученных аналитических соотношений для наземных средств России тем выше, чем ближе траектории полета к полярным орбитам (погрешность выражений уменьшается от 10 % до нуля при возрастании наклона от нуля до 90°).

Результаты, полученные численным моделированием полета КА, подтверждают корректность полученных аналитических соотношений и оценок их точности.

Глобальность видимости КА с НП может изменяться до 3–4 раз, в зависимости от точек стояния НП. Максимум достигается при близости наклона орбиты и широты наземного пункта.

Полученные результаты представляют практический интерес для проектирования космических систем с группировками низкоорбитальных КА на круговых и околокруговых орбитах.

Список литературы

- [1] Луценко Ю.С., Матюшин М.М. Вопросы оптимизации пространственно-временной структуры космической группировки // Материалы IV Междунар. науч.-техн. конф. «Актуальные проблемы создания космических систем дистанционного зондирования Земли», ВНИИ-ЭМ, 2016. М.: ВНИИЭМ, 2016. С. 16–22.
- [2] Основы теории полета космических аппаратов / под ред. Г.С. Нариманова. М.: Машиностроение, 1972. 608 с.
- [3] Поливников В.М. Распределение наземных средств управления космическими аппаратами методом последовательного исключения конфликтных ситуаций // Сборник статей VII науч.-техн. конф. молодых ученых и специалистов Центра управления полетами, посвященной памяти В.И. Лобачева, ЦНИИмаш, 4–7 апреля 2017 г., г. Королев Московской обл. Королев: Изд-во ЦНИИмаш, 2017. С. 292–296.
- [4] Тригонометрические соотношения в сферическом треугольнике, Энциклопедия элементарной математики. В 5 т. Т. 4. М.: Физматгиз, 1963, 568 с.
- [5] Официальная страница ФГБУ «Научно-исследовательский Центр «Планета». URL: <http://planet.iitp.ru> (дата обращения 05.07.2021).
- [6] Bate R.R., Mueller D.D., White J.E. Fundamentals of Astrodynamics. New York: Dover Publications, 1971, 455 p.
- [7] Battin R.H. An Introduction to the Mathematics and Methods of Astrodynamics, Revised Edition. Reston, Virginia: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1999, 796 p.
- [8] Battin R.H. An Introduction to the Mathematics and Methods of Astrodynamics. New York: AIAA Education Series, 1987, 796 p.
- [9] Scharf D.P., Hadaegh F.Y., Kang B.H. A survey of spacecraft formation flying guidance. Int. Symp. on Formation Flying, Missions and Technologies, November 2002. Toulouse, France. URL: <https://trs.jpl.nasa.gov/bitstream/handle/2014/37195/02-2493.pdf?sequence=1&isAllowed=y> (дата обращения 07.12. 2021 г.)
- [10] Schaub H. Relative orbit geometry through classical orbit element differences // J. of Guidance, Control and Dynamics, 2004, no. 27(5), pp. 839–848.
- [11] Bordner R.E., Wiesel W.E. Trajectory estimation for satellite clusters // J. of Guidance, Control, and Dynamics, 2006, v. 29, iss. 1, pp. 172–178.
- [12] Schaub H., Alfriend K.T. Hybrid Cartesian and Orbit Element Feedback Law for Formation Flying Spacecraft // J. of Guidance, Control and Dynamics, 2002, v. 25, pp. 387–393.
- [13] Alfriend K.T., Vaddi S.S., Lovell T.A. Formation maintenance for low Earth near-circular orbits // AAS/AIAA Astrodynamics Specialist Conference, 2003, number AAS pp. 03–652.
- [14] Yang, Y. Quaternion based model for momentum biased nadir pointing spacecraft // Aerosp. Sci. Tech., 2010, no. 14(3), pp. 199–202.
- [15] Legostaev V.P., Mikrin E.A. History of spacecraft control systems // Automation and Remote Control, 2013, v. 74, iss. 3, pp. 331–347.
- [16] D'Amico S., Montenbruck O., Arbinger Ch., Fiedler H. Formation flying concept for close remote 14 sensing satellites // 15th AAS/AIAA Space Flight Mechanics Conference, Copper Mountain, Colorado, 2005, number AAS pp. 05–156.
- [17] Won C. Comparative study of various control methods for attitude control of a LEO satellite // Aerosp. Sci. Tech., 1999, no. 3(5), pp. 323–333.
- [18] D'Amico S., Montenbruck O. Proximity operations of formation-flying spacecraft using an eccentricity/inclination vector separation // J. of Guidance, Control, and Dynamics, 2006, no. 29(3), pp. 554–563.
- [19] Sidi M. Spacecraft Dynamics and Control: A Practical Engineering Approach. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1997, 409 p.
- [20] Ardaens J.S., D'Amico S. Control of Formation Flying Spacecraft at a Lagrange Point. DLR/GSOC, 2008, 43 p.
- [21] Ardaens J.S., D'Amico S., Kazeminejad B., Montenbruck O., Gill E. Spaceborne autonomous and

- ground based relative orbit control for the TerraSAR-X/TanDEM-X formation // 20th International Symposium on Space Flight Dynamics. Number 03-652, September 24–28, 2007. Annapolis, USA: Goddard Space Flight Center, 2007, pp. 1–13.
- [22] Wen J., Kreutz-Delgado K. The attitude control problem // IEEE Tran. Automat. Control, 1991, no. 36(10), pp. 1148–1161.
- [23] Clohessy W.H., Wiltshire R.S. Terminal guidance system for satellite rendezvous // J. of the Aerospace Sciences, 1960, no. 27, pp. 653–658.
- [24] Won C. Comparative study of various control methods for attitude control of a LEO satellite // Aerosp. Sci. Tech., 1999, no. 3(5), pp. 323–333.
- [25] Markley F.L., Crassidis J.L. Fundamentals of Spacecraft Attitude Determination and Control. Springer, 2014, 486 p.

Сведения об авторах

Луценко Юрий Станиславович — канд. техн. наук, и. о. гл. науч. сотр. АО «ЦНИИмаш», colon.lys@gmail.com

Поливников Владимир Михайлович — инженер 1 категории АО «ЦНИИмаш», polivnikov.v@gmail.com

Малашин Алексей Анатольевич✉ — зав. кафедрой «Прикладная математика, информатика и вычислительная техника» МГТУ им. Н.Э. Баумана (Мытищинский филиал), malashin@mgul.ac.ru

Поступила в редакцию 08.11.2021.

Одобрено после рецензирования 16.02.2022.

Принята к публикации 04.04.2022.

GLOBAL RADIO VISIBILITY OF LOW-ORBIT SPACECRAFT

Y.S. Lucenko¹, V.M. Polivnikov¹, A.A. Malashin^{2✉}

¹JSC «TsNIIMash», 4, Pionerskaya st., 141070, Korolev, Moscow reg., Russia

²BMSTU (Mytishchi branch), 1, 1st Institutskaya st., 141005, Mytishchi, Moscow reg., Russia

malashin@mgul.ac.ru

Design optimization of the orbital and target groups of spacecrafts, ground-based control facilities and reception of target information is impossible without taking into account the global visibility of the spacecraft by ground-based means. The estimation of this parameter is traditionally performed using numerical methods for calculating spacecraft flight paths over long time intervals and does not allow us to visualize the relationship between the trajectory parameters and the effectiveness of the systems. The article considers several variants of analytical methods for calculating the global visibility, which allows us to evaluate the capabilities of operational control of the spacecraft and to obtain target information, the load of ground-based means, the volume of transmitted (received) information and the effectiveness of systems. The conclusion of the ratios for calculating the globality coefficient, graphs of its changes for low-orbit spacecraft, and an estimate of the accuracy of the obtained ratios are given. The graphs of global visibility make it easy to determine the optimal characteristics of the space-time structures of the created systems at the initial stage of design. Estimates of the accuracy of the results were obtained using «accurate» spacecraft flight models and confirm the recommendations for the practical application of the research results. The results obtained are of practical interest in the design of any space spacecraft systems in circular orbits.

Keywords: visibility zone, ground facilities, globality coefficient, design

Suggested citation: Lucenko Y.S., Polivnikov V.M., Malashin A.A. *Global 'nost' radiovidimosti nizkoorbital'nykh kosmicheskikh apparatov* [Global radio visibility of low-orbit spacecraft]. *Lesnoy vestnik / Forestry Bulletin*, 2022, vol. 26, no. 3, pp. 115–124. DOI: 10.18698/2542-1468-2022-3-115-124

References

- [1] Lutsenko Yu.S., Matyushin M.M. *Voprosy optimizatsii prostranstvenno-vremennoy struktury kosmicheskoy gruppirovki* [Issues of optimizing the spatio-temporal structure of the space constellation]. *Materiály chetvertoy mezhdunarodnoy nauchno-tekhnicheskoy konferentsii «Aktual'nye problemy sozdaniya kosmicheskikh sistem distantsionnogo zondirovaniya Zemli»* [Proceedings of the fourth international scientific and technical conference «Actual problems of creating space systems for remote sensing of the Earth»], VNIIEМ, 2016, pp. 16–22.
- [2] *Osnovy teorii poleta kosmicheskikh apparatov* [Fundamentals of the theory of spacecraft flight]. Ed. G.S. Narimanov Moscow: Mashinostroenie [Mechanical Engineering], 1972, 608 p.
- [3] Polivnikov V.M. *Raspredelenie nazemnykh sredstv upravleniya kosmicheskimi apparatami metodom posledovatel'nogo iskl'yucheniya konfliktnykh situatsiy* [Distribution of ground-based spacecraft controls by the method of sequential exclusion of conflict situations]. *Sbornik statey VII nauchno-tekhnicheskoy konferentsii molodykh uchenykh i spetsialistov Tsentra*

- upravleniya poletami, posvyashchennoy pamyati V.I. Lobacheva [Collection of articles of the VII scientific and technical conference of young scientists and specialists of the Mission Control Center, dedicated to the memory of V.I. Lobacheva], TsNIIMash, April 4–7, 2017, Korolev, Moscow Region. Korolev: TsNIIMash, 2017, pp. 292–296.
- [4] *Trigonometricheskie sootnosheniya v sfericheskom treugol' nika*, *Entsiklopediya elementarnoy matematiki* [Trigonometric relations in a spherical triangle, Encyclopedia of Elementary Mathematics], in 5 vol., vol. 4. Moscow: Fizmatgiz, 1963, 568 p.
- [5] *Ofitsial'naya stranitsa FGBU «Nauchno issledovatel'skiy Tsentr «Planeta»* [Research Center «Planeta» official page]. Available at: <http://planet.iitp.ru> (accessed 05.07.2021).
- [6] Bate R.R., Mueller D.D., White J.E. *Fundamentals of Astrodynamics*. New York: Dover Publications, 1971, 455 p.
- [7] Battin R.H. *An Introduction to the Mathematics and Methods of Astrodynamics*, Revised Edition. Reston, Virginia: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1999, 796 p.
- [8] Battin R.H. *An Introduction to the Mathematics and Methods of Astrodynamics*. New York: AIAA Education Series, 1987, 796 p.
- [9] Scharf D.P., Hadaegh F.Y., Kang B.H. A survey of spacecraft formation flying guidance. International Symposium on Formation Flying, Missions and Technologies, November 2002. Toulouse, France. URL: <https://trs.jpl.nasa.gov/bitstream/handle/2014/37195/02-2493.pdf?sequence=1&isAllowed=y> (дата обращения 07.12.2021 г.)
- [10] Schaub H. Relative orbit geometry through classical orbit element differences. *J. of Guidance, Control and Dynamics*, 2004, no. 27(5), pp. 839–848.
- [11] Bordner R.E., Wiesel W.E. Trajectory estimation for satellite clusters. *J. of Guidance, Control, and Dynamics*, 2006, v. 29, iss. 1, pp. 172–178.
- [12] Schaub H., Alfriend K.T. Hybrid Cartesian and Orbit Element Feedback Law for Formation Flying Spacecraft. *J. of Guidance, Control and Dynamics*, 2002, v. 25, pp. 387–393.
- [13] Alfriend K.T., Vaddi S.S., Lovell T.A. Formation maintenance for low Earth near-circular orbits. AAS/AIAA Astrodynamics Specialist Conference, 2003, number AAS pp. 03–652.
- [14] Yang, Y. Quaternion based model for momentum biased nadir pointing spacecraft. *Aerosp. Sci. Tech.*, 2010, no. 14(3), pp. 199–202.
- [15] Legostaev V.P., Mikrin E.A. History of spacecraft control systems. *Automation and Remote Control*, 2013, v. 74, iss. 3, pp. 331–347.
- [16] D'Amico S., Montenbruck O., Arbinger Ch., Fiedler H. Formation flying concept for close remote 14 sensing satellites. 15th AAS/AIAA Space Flight Mechanics Conference, Copper Mountain, Colorado, 2005, number AAS pp. 05–156.
- [17] Won C. Comparative study of various control methods for attitude control of a LEO satellite. *Aerosp. Sci. Tech.*, 1999, no. 3(5), pp. 323–333.
- [18] D'Amico S., Montenbruck O. Proximity operations of formation-flying spacecraft using an eccentricity/inclination vector separation. *J. of Guidance, Control, and Dynamics*, 2006, no. 29(3), pp. 554–563.
- [19] Sidi M. *Spacecraft Dynamics and Control: A Practical Engineering Approach*. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1997, 409 p.
- [20] Ardaens J.S., D'Amico S. Control of Formation Flying Spacecraft at a Lagrange Point. DLR/GSOC, 2008, 43 p.
- [21] Ardaens J.S., D'Amico S., Kazeminejad B., Montenbruck O., Gill E. Spaceborne autonomous and ground based relative orbit control for the TerraSAR-X/TanDEM-X formation. 20th International Symposium on Space Flight Dynamics. Number 03-652, September 24–28, 2007. Annapolis, USA: Goddard Space Flight Center, 2007, pp. 1–13.
- [22] Wen J., Kreutz-Delgado K. The attitude control problem. *IEEE Tran. Automat. Control*, 1991, no. 36(10), pp. 1148–1161.
- [23] Clohessy W.H., Wiltshire R.S. Terminal guidance system for satellite rendezvous. *J. of the Aerospace Sciences*, 1960, no. 27, pp. 653–658.
- [24] Won C. Comparative study of various control methods for attitude control of a LEO satellite. *Aerosp. Sci. Tech.*, 1999, no. 3(5), pp. 323–333.
- [25] Markley F.L., Crassidis J.L. *Fundamentals of Spacecraft Attitude Determination and Control*. Springer, 2014, 486 p.

Authors' information

Lucenko Yuriy Stanislavovich — Cand. Sci. (Tech.), Acting Chief Scientific Officer JSC Tsniimash, Colon.lys@gmail.com

Polivnikov Vladimir Mikhaylovich — Engineer of the 1st category of the TsNIIMash, polivnikov.v@gmail.com

Malashin Aleksey Anatol'evich ✉ — Dr. Sci. (Tech.), Professor of the BMSTU (Mytishchi branch), malashin@mgul.ac.ru

Received 08.11.2021.

Approved after review 16.02.2022.

Accepted for publication 04.04.2022.

Вклад авторов: все авторы в равной доле участвовали в написании статьи

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов

Authors' Contribution: All authors contributed equally to the writing of the article

The authors declare that there is no conflict of interest