

## ОЦЕНКА СОСТОЯНИЙ ГРУПП ОБЪЕКТОВ НА ОСНОВЕ ЛИНГВИСТИЧЕСКИХ Z-ЧИСЕЛ

О.М. Полещук

МГТУ им. Н.Э. Баумана (Мытищинский филиал), 141005, Московская обл., г. Мытищи, ул. 1-я Институтская, д. 1

poleshchuk@mgul.ac.ru

Разработана модель оценки состояний групп объектов в условиях Z-информации на основе лингвистических Z-чисел, представляющих собой упорядоченные пары обычных нечетких чисел. Каждое из пары чисел является значением лингвистической переменной. Первое нечеткое число является оценкой состояния, второе число надежностью этой оценки. Состояния групп объектов формализованы в виде совокупностей лингвистических Z-чисел. Число элементов этих совокупностей равно числу элементов используемой шкалы. Оценки состояний групп объектов найдены с помощью сравнительного анализа с идеальным состоянием, для чего определено расстояние между двумя совокупностями лингвистических Z-чисел.

**Ключевые слова:** Z-число, Z-информация, надежность

**Ссылка для цитирования:** Полещук О.М. Оценка состояний групп объектов на основе лингвистических Z-чисел // Лесной вестник / Forestry Bulletin, 2022. Т. 26. № 2. С. 131–134.

DOI: 10.18698/2542-1468-2022-2-131-134

До определения Z-числа профессором Лотфи Заде [1], достоверность поступающей информации оценивали с помощью методов теории вероятностей, которые, как известно, были разработаны для обработки неопределенности случайного характера [2]. Попытки оценки достоверности субъективной информации, поступающей от экспертов, не были успешными, поскольку доминирующей составляющей неопределенности была не случайность, а нечеткость по причине использования экспертами нечетких понятий и определений типа «существенно больше», «небольшая вероятность», «низкая эффективность», «не очень уверен» и т. д. Поэтому возникла необходимость не только формализовать нечеткие высказывания экспертов, но и оценить их достоверность. Возможность формализовать нечеткие понятия и высказывания появилась после определения профессором Лотфи Заде нечеткого множества и лингвистической переменной [3]. С тех пор прошло 46 лет, ознаменовавшихся бурным развитием теории нечетких множеств прежде чем в 2011 г. было введено понятие Z-числа, давшего новые возможности для обработки нечеткой информации с учетом ее достоверности.

Для обработки Z-информации (информации с Z-числами) был разработан математический аппарат, включающий в себя операции над Z-числами, их ранжирование, расстояние между Z-числами и нечеткий кластерный анализ.

С 2011 г. начались разработки различных подходов к операциям над Z-числами. В частности, в

работах [4, 5] представлены разработки операций на основе вероятностных распределений, в работах [6, 7] разработки на основе агрегирующих показателей компонент Z-чисел.

Были также предложены подходы к ранжированию Z-чисел: в работе [8] ранжирование предлагается проводить на основе сравнительного анализа обеих компонент, в работе [9] — на основе расширения функции ожидаемой полезности.

Для определения расстояния между Z-числами исследователями [10] были использованы взвешенные первые компоненты Z-чисел с помощью дефаззификации вторых компонент. Авторы работы [8] определили расстояние между Z-числами на основе обеих компонент и взвешенных первых компонент. В работе [7] для определения расстояния использованы агрегирующие сегменты Z-чисел. Подобный подход позволил сохранить больше информации об исходных данных, чем при использовании их точечных агрегирующих показателей.

Все теоретические разработки открыли новые возможности для обработки нечеткой информации и решения практических задач в проблемных областях при активном участии экспертов.

Определение рейтинговых оценок объектов в условиях нечеткой информации является актуальной задачей, имеющей ряд практических приложений (в образовании, экологии, экономике и т. д.). Подходы к определению рейтинговых оценок объектов в условиях Z-информации изложены в работах [11–13]. Однако до сих пор не разработан ни один подход к определению оценок групп объектов в условиях Z-информации.

## Цель работы

Цель работы — разработка модели оценки состояний групп объектов в условиях нечеткой информации с учетом ее достоверности.

## Основные понятия и определения

Согласно работе [3], лингвистической переменной называется пятерка

$$\{X, T(X), U, V, S\},$$

где  $X$  — переменная;

$T(X) = \{X_l, l = \overline{1, m}\}$  — терм-множество переменной  $X$ ;

$V$  — синтаксическое правило, порождающее названия значений лингвистической переменной  $X$ ;

$S$  — семантическое правило, которое ставит в соответствие каждой нечеткой переменной с названием из  $T(X)$  нечеткое подмножество универсального множества  $U$ .

В настоящей работе рассматриваются лингвистические переменные с универсальным множеством  $U = [0, 1]$ , функции принадлежности  $\mu_l(x), l = \overline{1, m}$  которых, удовлетворяют следующим свойствам 1–4:

1) для каждого понятия  $X_l, l = \overline{1, m}$  существует множество  $\hat{U}_l \neq \emptyset$ , где  $\hat{U}_l = \{x \in U : \mu_l(x) = 1\}$  есть точка или отрезок;

2) пусть  $\hat{U}_l = \{x \in U : \mu_l(x) = 1\}$ , тогда  $\mu_l(x), l = \overline{1, m}$  не убывает слева от  $\hat{U}_l$  и не возрастает справа от  $\hat{U}_l$ ;

3) функции  $\mu_l(x), l = \overline{1, m}$  имеют не более двух точек разрыва первого рода;

4) для каждого  $x \in U$   $\sum_{l=1}^m \mu_l(x) = 1$ .

В работе [2] представлен метод, разработанный для формализации состояний групп объектов, который основан на частотном подходе и геометрических вероятностях. Если, например, оценивается группа из  $K$  объектов, среди которых  $k_l, l = \overline{1, m}$  объектов оценены  $l$ -м уровнем  $A_l, l = \overline{1, m}$  используемой для оценки шкалы, то в соответствии с уровнем  $A_l, l = \overline{1, m}$  ставится нечеткое число  $\tilde{A}_l, l = \overline{1, m}$ . Функция принадлежности нечеткого числа  $\tilde{A}_l, l = \overline{1, m}$  строится таким образом, что площадь фигуры (трапеции или треугольника), ограниченной графиком этой функции, равна  $\frac{k_l}{K}, l = \overline{1, m}$ .

Точки пересечения могут иметь только соседние функции принадлежности. Функция принадлежности  $\mu_B(x)$  нечеткого числа  $\tilde{B}$  определяется четырьмя параметрами  $\mu_B(x) = (b_1, b_2, b_L, b_R)$  или  $\tilde{B} = (b_1, b_2, b_L, b_R)$ , если нечеткое число является трапециевидальным (графиком функции является трапеция). Первыми двумя параметрами являются

абсциссы левой и правой вершин верхнего основания трапеции, а двумя последними — длины левого и правого крыльев трапеции. Функция принадлежности  $\mu_B(x)$  нечеткого числа  $\tilde{B}$  определяется тремя параметрами  $\mu_B(x) = (b, b_L, b_R)$  или  $\tilde{B} = (b, b_L, b_R)$ , если нечеткое число является треугольным (графиком функции является треугольник): первый параметр — абсцисса вершины треугольника, а два последних — длины левого и правого крыльев треугольника.

$Z$ -числом называется упорядоченная пара нечетких чисел  $Z = (\tilde{A}, \tilde{R})$ , где  $\tilde{A}$  — нечеткое число с функцией принадлежности  $\mu_A(x) : X \rightarrow [0, 1]$ , которое представляет собой нечеткое расширение значений действительной переменной  $X$ , а  $\tilde{R}$  — нечеткое число с функцией принадлежности  $\mu_R(x) : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ , которое является нечетким расширением значений меры надежности первой компоненты  $\tilde{A}$ , такой, как достоверность, уровень доверия, вероятность, возможность [1].

Лингвистическим  $Z$ -числом  $Z = (\tilde{A}, \tilde{R})$  называется  $Z$ -число, компоненты которого  $\tilde{A}$  и  $\tilde{R}$  являются значениями лингвистических переменных.

В работе [14] для нечеткого числа  $\tilde{B} = (b_1, b_2, b_L, b_R)$  определена взвешенная точка

$$a = \frac{b_1 + b_2}{2} + \frac{1}{12}(b_R - b_L).$$

На основе взвешенных точек компонент  $Z$ -чисел в этой же работе определено расстояние между двумя  $Z$ -числами.

Пусть  $Z_1 = (\tilde{A}_1, \tilde{R}_1), Z_2 = (\tilde{A}_2, \tilde{R}_2), a_1, a_2, r_1, r_2$  — взвешенные точки нечетких чисел соответственно  $\tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \tilde{R}_1, \tilde{R}_2$ , тогда расстояние между  $Z_1, Z_2$  определено следующим образом:

$$d(Z_1, Z_2) = \sqrt{(a_1 - a_2)^2 + (r_1 - r_2)^2}. \quad (1)$$

Расстояние из формулы (1) между двумя  $Z$ -числами будет использовано в следующем разделе для определения расстояния между состояниями групп объектов.

## Постановка задачи и ее решение

Предположим, что эксперт оценивает некоторую качественную (нечисловую) характеристику у  $n$  групп объектов и для этого использует шкалу с лингвистическими уровнями (значениями)  $A_l, l = \overline{1, m}$ . Для оценки достоверности экспертной информации используется шкала с лингвистическими значениями  $R_j, j = \overline{1, k}$ .

Для формализации используемых шкал используются методы [2] на основе лингвистических переменных. Согласно этим методам, состояние  $i$ -й группы объектов  $i = \overline{1, n}$  представим в виде лингвистической переменной со значениями  $\tilde{A}_{il}, l = \overline{1, m}, i = \overline{1, n}$ , формализующими уровни

шкалы  $A_l, l = \overline{1, m}$ . Достоверность экспертной информации представим в виде лингвистической переменной со значениями  $\tilde{R}_j, j = \overline{1, k}$ , формализующими уровни шкалы  $R_j, j = \overline{1, k}$ . Состояние  $i$ -й группы объектов с учетом достоверности экспертной информации представим в виде множества  $m$   $Z$ -чисел  $Z_{il} = (A_{il}, \tilde{R}_{il}), l = \overline{1, m}, i = \overline{1, n}$ , где каждое из нечетких чисел  $\tilde{R}_{il}, l = \overline{1, m}, i = \overline{1, n}$  равно одному из нечетких чисел  $\tilde{R}_j, j = \overline{1, k}$ . Если эксперт оценивает  $P$  объектов  $i$ -й группы уровнем  $A_l, l = \overline{1, m}$  с достоверностью  $\tilde{R}_{ipl} = (r_{ipl1}, r_{ipl2}, r_{ipl3}), i = \overline{1, n}, p = \overline{1, P}, l = \overline{1, m}$ , где нечеткое число  $\tilde{R}_{ipl}, i = \overline{1, n}, p = \overline{1, P}, l = \overline{1, m}$  равно одному из чисел  $\tilde{R}_j, j = \overline{1, k}$ , то  $r_{i1} = \max_p(r_{ipl1}), r_{i2} = \max_p(r_{ipl2}), r_{i3} = \max_p(r_{ipl3})$ .

Определяем идеальное состояние групп объектов (лучшее из возможных состояний) в виде множества  $m$   $Z$ -чисел  $(\tilde{A}_l^{id}, \tilde{R}_l^{id}), l = \overline{1, m}$ , где  $\tilde{A}_l^{id} = (0, 0, 0), l = \overline{1, m-1}, \tilde{A}_m^{id} = (0, 1, 0, 0), \tilde{R}_l^{id} = \tilde{R}_m, l = \overline{1, m}$ .

Определяем наихудшее состояние групп объектов (худшее из возможных состояний) в виде множества  $m$   $Z$ -чисел  $(\tilde{A}_l^w, \tilde{R}_l^w), l = \overline{1, m}$ , где  $\tilde{A}_1^w = (0, 1, 0, 0), \tilde{A}_l^w = (0, 1, 0, 0), l = \overline{2, m}, \tilde{R}_l^w = \tilde{R}_1, l = \overline{1, m}$ .

Взвешенные точки нечетких чисел  $\tilde{A}_{il}, \tilde{R}_{il}, l = \overline{1, m}, i = \overline{1, n}$  обозначаем соответственно через  $a_{il}, r_{il}, l = \overline{1, m}, i = \overline{1, n}$  и взвешенные точки нечетких чисел  $\tilde{A}_l^{id}, \tilde{R}_l^{id}, l = \overline{1, m}$  соответственно через  $a_l^{id}, r_l^{id}, l = \overline{1, m}$ . Тогда расстояние между состоянием  $i$ -й группы объектов и идеальным состоянием определяем следующим образом:

$$\rho_i = \sqrt{\sum_{l=1}^m [(a_{il} - a_l^{id})^2 + (r_{il} - r_l^{id})^2]}. \quad (2)$$

Минимальное расстояние  $\rho_i, i = \overline{1, n}$  равно нулю, в этом случае состояние  $i$ -й группы объектов совпадает с идеальным состоянием  $(\tilde{A}_l^{id}, \tilde{R}_l^{id}), l = \overline{1, m}$ . Максимальное расстояние обозначаем через

$$d_{\max} = \sqrt{\sum_{l=1}^m [(a_l^w - a_l^{id})^2 + (r_l^w - r_l^{id})^2]}. \quad (3)$$

При максимальном расстоянии состояние  $i$ -й группы объектов совпадает с наихудшим состоянием  $(\tilde{A}_l^w, \tilde{R}_l^w), l = \overline{1, m}$ .

Используя формулы (2) и (3), оценку состояния  $i$ -й группы объектов определяем следующим образом:

$$d_i = 1 - \frac{\rho_i}{d_{\max}}, i = \overline{1, n}. \quad (4)$$

Чем больше оценка (4), тем лучше состояние группы объектов. Если  $d_i = 1$ , то  $i$ -я группа объектов имеет идеальное состояние. Если  $d_i = 0$ , то  $i$ -я группа объектов имеет наихудшее состояние.

## Выводы

Представленная модель оценки состояний групп объектов в условиях  $Z$ -информации открывает новые возможности для обработки экспертной информации с учетом ее достоверности.

Состояния групп объектов представляются в виде совокупностей лингвистических  $Z$ -чисел, компонентами которых являются нечеткие значения лингвистических переменных, формализующие используемые шкалы для оценки состояния групп и для оценки достоверности этих оценок.

Модель актуальна при оценке состояний видов растений в условиях больших городов и при выявлении наиболее устойчивых для включения их в план озеленения, а также при оценке показателей студентов разных направлений подготовки и их востребованности на рынке труда для определения контрольных цифр приема, при мониторинге функционирования различных марок автомобилей и бытовой техники, применима для решения задач различных областей деятельности человека с учетом достоверности экспертной информации.

## Список литературы / References

- [1] Zadeh L.A. A Note on Z-numbers. Inform. Sciences, 2011, v. 14, no. 181, pp. 2923–2932.
- [2] Poleshchuk O., Komarov E. Expert Fuzzy Information Processing. Studies in Fuzziness and Soft Computing, 2011, v. 268, pp. 1–239.
- [3] Zadeh L.A. The Concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning. Inform. Sciences, 1975, v. 8, pp. 199–249.
- [4] Aliev R.A., Alizadeh A.V., Huseynov O.H. The arithmetic of discrete Z-Numbers. Inform. Sciences, 2015, v. 1(290), pp. 134–155.
- [5] Aliev R.A., Huseynov O.H., Zeinalova L.M. The arithmetic of continuous Z-Numbers. Inform. Sciences, 2016, v. 373, pp. 441–460.
- [6] Dutta P., Boruah H., Ali T. Fuzzy arithmetic with and without alpha-cut method: A comparative study. J. of Information and Computational Science, 2011, v. 1(2), pp. 99–107.
- [7] Poleshchuk O.M. Novel approach to multicriteria decision making under Z-information. Proceedings of the Int. Russian Automation Conf. (RusAutoCon-2019), Sochi, 8–11 September, 2019. Munich, Springer, 2019. P. 8867607. DOI: 10.1109/RUSAUTOCON.2019.8867607
- [8] Wang F., Mao J. Approach to multicriteria group decision making with Z-numbers based on Topsis and Power Aggregation Operators. Mathematical problems in Engineering, 2019, v. 3, pp. 1–18.
- [9] Aliyev R.R., Talal Mraizid D. A., Huseynov O.H. Expected utility based decision making under Z-information and its application. Computational Intelligence and Neuroscience, 2015, v. 3, p. 364512.
- [10] Kang B., Wei D., Li Y., Deng Y. A method of converting Z-number to classical fuzzy number. J. of Information and Computational Science, 2012, v. 9(3), pp. 703–709.
- [11] Полещук О.М. Модель принятия решений на основе  $Z$ -информации // Информационные технологии, 2020. № 11. С. 625–630. DOI:10.17587/it.26.625-630

- Poleshchuk O.M. *Model' prinyatiya resheniy na osnove Z-informatsii* [Decision-making model based on Z-information]. *Informatsionnye tekhnologii* [Information technologies], 2020, no. 11, pp. 625–630. DOI: 10.17587/it.26.625-630
- [12] Poleshchuk O.M. Object monitoring under Z-information based on rating points. *Advances in Intelligent Systems and Computing*, 2021, v. 1197, pp. 1191–1198. DOI: 10.1007/978-3-030-51156-2\_139
- [13] Poleshchuk O.M. Recognition of the state of objects under the initial Z-information. *Lecture Notes in Electrical Engineering*, 2021, v. 729, pp. 404–412. DOI: 10.1007/978-3-030-71119-1\_40
- [14] Poleshchuk O.M. Monitoring Stability of Plant Species to Harmful Urban Environment Under Z-information. *Lecture Notes in Networks and Systems*, 2022, v. 308, pp. 863–870.

## Сведения об авторе

**Полещук Ольга Митрофановна** — д-р техн. наук, профессор, зав. кафедрой «Высшая математика и физика», МГТУ им. Н.Э. Баумана (Мытищинский филиал), poleshchuk@mgul.ac.ru

Поступила в редакцию 10.10.2021.

Одобрено после рецензирования 15.11.2021.

Принята к публикации 02.12.2021.

## GROUPS OF OBJECTS STATE ASSESSMENT BASED ON LINGUISTIC Z-NUMBERS

**O.M. Poleshchuk**

BMSTU (Mytishchi branch), 1, 1st Institutskaya st., 141005, Mytishchi, Moscow reg., Russia

poleshchuk@mgul.ac.ru

The paper developed a model for assessing the states of groups of objects in terms of Z-information based on linguistic Z-numbers, which are ordered pairs of ordinary fuzzy numbers. Each of a pair of numbers is the value of a linguistic variable. The first fuzzy number is an estimate of the state the second is the reliability of this estimate. The states of groups of objects are formalized in the form of sets of linguistic Z-numbers. The number of elements of these sets is equal to the number of elements of the scale used. Estimates of the states of groups of objects were found using a comparative analysis with an ideal state, for which a distance between two sets of linguistic Z-numbers was determined.

**Keywords:** Z-number, expert criterion, reliability

**Suggested citation:** Poleshchuk O.M. *Otsenka sostoyaniy grupp ob'ektov na osnove lingvisticheskikh Z-chisel* [Groups of objects state assessment based on linguistic Z-numbers]. *Lesnoy vestnik / Forestry Bulletin*, 2022, vol. 26, no. 2, pp. 131–134. DOI: 10.18698/2542-1468-2022-2-131-134

## Author's information

**Poleshchuk Ol'ga Mitrofanovna** — Dr. Sci. (Tech.), Professor, Head of Higher Mathematics and Physics Department of BMSTU (Mytishchi branch), poleshchuk@mgul.ac.ru

Received 10.10.2021.

Approved after review 15.11.2021.

Accepted for publication 02.12.2021.