

## КЛАСТЕРНЫЙ АНАЛИЗ ЭКСПЕРТНОЙ ИНФОРМАЦИИ НА ОСНОВЕ $Z$ -ЧИСЕЛ

О.М. Полещук

МГТУ им. Н.Э. Баумана (Мытищинский филиал), 141005, Московская обл., г. Мытищи, ул. 1-я Институтская, д. 1  
polshchuk@mgul.ac.ru

Разработана модель кластерного анализа экспертных критериев оценки качественных (нечисловых) характеристик с определенным уровнем надежности. Для формализации индивидуальных критериев использованы  $Z$ -числа, представляющие собой упорядоченные пары обычных нечетких чисел. Первое число является оценкой характеристики, а второе число ее надежностью. Определены агрегирующие показатели для  $Z$ -чисел и их первых компонент на основе  $\alpha$ -уровневых множеств нечетких чисел. Агрегирующие показатели использованы для определения индексов попарного различия экспертных критериев и индексов попарного сходства. На основе индексов попарного сходства экспертных критериев определено нечеткое бинарное отношение сходства на множестве всех критериев. Нечеткое отношение подобия на множестве критериев построено с использованием транзитивного замыкания нечеткого отношения сходства. Построенное нечеткое отношение подобия разложено на отношения эквивалентности. В зависимости от уровней значений нечеткого отношения подобия все индивидуальные экспертные критерии разбиты на кластеры подобных критериев с  $\alpha$ -уровнями надежности.

**Ключевые слова:**  $Z$ -число,  $Z$ -информация, надежность

**Ссылка для цитирования:** Полещук О.М. Кластерный анализ экспертной информации на основе  $Z$ -чисел // Лесной вестник / Forestry Bulletin, 2022. Т. 26. № 1. С. 143–148. DOI: 10.18698/2542-1468-2022-1-143-148

Метод, используемый для группировки подобных данных в кластеры, называется кластеризацией. Кластерный анализ индивидуальных экспертных критериев оценки нечисловых характеристик является необходимым математическим аппаратом для решения задач по выявлению подобных критериев, формированию экспертных комиссий, построению группового экспертного критерия и многих других задач с активным участием экспертов.

С развитием теории нечетких множеств появилась возможность формализации экспертных критериев на основе лингвистических переменных и полных ортогональных семантических пространств [1–7].

Для кластеризации нечетких данных часто используется хорошо известный алгоритм нечеткой кластеризации  $c$ -средних ( $c$ -means) [8]. В работе [9] этот алгоритм комбинируется с генетическим алгоритмом. В работах [10–11] алгоритм нечеткой кластеризации  $c$ -средних улучшен за счет минимизации целевой функции с использованием алгоритма оптимизации роя частиц [12]. Использование алгоритма оптимизации роя частиц для нечеткой информации обсуждается в работах [13–16].

Для решения практических задач большой интерес представляет кластерный анализ экспертной информации на основе нечетких отношений и особенно транзитивных нечетких отношений [17, 18].

Транзитивные отношения обладают множеством удобных свойств и предоставляют возможность разбивать множество на непересекающиеся классы (кластеры) — подобия. Однако реальные результаты экспертных опросов зачастую не обладают свойством транзитивности.

Для решения практических задач нечеткого кластерного анализа экспертной информации заслуживает внимания преобразование исходного нетранзитивного отношения в транзитивное. Такое преобразование обеспечивается операцией транзитивного замыкания [19–21], в частности, предложена [19] процедура кластеризации, основанная на транзитивном замыкании отношения подобия, полученного в результате опроса экспертов. Кластерный анализ в условиях нечеткой информации и традиционный кластерный анализ обсуждаются в [22–25].

После определения  $Z$ -числа в 2011 г. проф. Лотфи Заде [26], возникла необходимость в разработке методов кластерного анализа  $Z$ -информации (информации с  $Z$ -числами).

Алгоритм нечеткой кластеризации объединяет преобразование  $Z$ -чисел в нечеткие числа и алгоритм нечеткой кластеризации  $c$ -средних [27]. В работе [28] проблема бимодальной кластеризации сформулирована в терминах построения  $Z$ -кластеров, а также в ней исследованы основы бимодальной кластеризации и предложен комплексный метод решения. Кроме того, предложен подход, основанный на доказанной в [29] связи между нечеткими множествами второго типа и  $Z$ -числами.

Учитывая недостаточность существующих методов кластерного анализа  $Z$ -информации, необходима их дальнейшая разработка.

## Цель работы

Цель работы — разработка метода кластеризации экспертных критериев оценки качественных характеристик в условиях  $Z$ -информации, представленной полными ортогональными семантическими пространствами с определенным уровнем надежности. Разработка такого метода позволит уменьшить субъективный фактор и риски ошибок в задачах принятия решений.

## Основные понятия и определения

Лингвистической переменной называется пятерка [2] —  $\{X, T(X), U, V, S\}$ ,

где  $X$  — название переменной;

$T(X) = \{X_i, i = \overline{1, m}\}$  — терм-множество переменной  $X$ ;

$V$  — синтаксическое правило, порождающее названия значений лингвистической переменной  $X$ ;

$S$  — семантическое правило, которое ставит в соответствие каждой нечеткой переменной с названием из  $T(X)$  нечеткое подмножество универсального множества  $U$ .

Семантическим пространством называется лингвистическая переменная с фиксированным терм-множеством [2].

Лингвистические переменные, функции принадлежности  $\mu_l(x)$ ,  $l = \overline{1, m}$  которых удовлетворяют сформулированным ниже требованиям, получили название полных ортогональных семантических пространств [5].

1. Для каждого понятия  $X_l$ ,  $l = \overline{1, m}$  существует  $\hat{U}_l \neq \emptyset$ , где  $\hat{U}_l = \{x \in U : \mu_l(x) = 1\}$  — точка или отрезок.

2. Пусть  $\hat{U}_l = \{x \in U : \mu_l(x) = 1\}$ , тогда  $\mu_l(x)$ ,  $l = \overline{1, m}$  не убывает слева от  $\hat{U}_l$  и не возрастает справа от  $\hat{U}_l$ .

3.  $\mu_l(x)$ ,  $l = \overline{1, m}$  имеют не более двух точек разрыва первого рода.

4. Для каждого  $x \in U$   $\sum_{l=1}^m \mu_l(x) = 1$ .

$Z$ -числом называется упорядоченная пара нечетких чисел  $Z = (\tilde{A}, \tilde{R})$ , где  $\tilde{A}$  — нечеткое число с функцией принадлежности  $\mu_A(x) : X \rightarrow [0, 1]$ , которое является нечетким расширением значений действительной переменной  $X$ , а  $\tilde{R}$  — нечеткое число с функцией принадлежности  $\mu_R(x) : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ , которое является нечетким расширением значений меры надежности первой компоненты  $\tilde{A}$ , такой, как достоверность, уровень доверия, вероятность, возможность [26].

Для нечеткого числа

$$\tilde{B} = (b_1, b_2, b_L, b_R)$$

определен агрегирующий отрезок  $[\beta_1, \beta_2]$  и агрегирующий показатель  $\vartheta$  [30]:

$$\beta_1 = b_1 - \frac{1}{6}b_L, \quad \beta_2 = b_2 + \frac{1}{6}b_R, \quad (1)$$

$$\vartheta = \frac{b_1 + b_2}{2} + \frac{(b_R - b_L)}{12}. \quad (2)$$

Определим, используя выражения (1) и (2), агрегирующий отрезок  $[\beta_Z^1, \beta_Z^2]$  и агрегирующий показатель  $\beta_Z$  для  $Z$ -числа

$$Z = (\tilde{A}, \tilde{R}), \quad \tilde{A} = (a_1, a_2, a_L, a_R), \quad \tilde{R} = (r_1, r_2, r_L, r_R):$$

$$\beta_Z^1 = r_1 \left( a_1 - \frac{1}{6}a_L \right) - r_L \left( \frac{1}{6}a_1 - \frac{1}{12}a_L \right),$$

$$\beta_Z^2 = r_2 \left( a_2 + \frac{1}{6}a_R \right) + r_R \left( \frac{1}{6}a_2 + \frac{1}{12}a_R \right),$$

$$\beta_Z = \frac{1}{2} \left( r_1 \left( a_1 - \frac{1}{6}a_L \right) - r_L \left( \frac{1}{6}a_1 - \frac{1}{12}a_L \right) \right) + \frac{1}{2} \left( r_2 \left( a_2 + \frac{1}{6}a_R \right) + r_R \left( \frac{1}{6}a_2 + \frac{1}{12}a_R \right) \right). \quad (3)$$

Определим расстояние между  $Z$ -числами  $Z_1 = (\tilde{A}_1, \tilde{R}_1)$ ,  $Z_2 = (\tilde{A}_2, \tilde{R}_2)$  с агрегирующими показателями  $\beta_{Z_1}, \beta_{Z_2}$  и агрегирующими показателями  $\vartheta_1, \vartheta_2$  чисел  $\tilde{A}_1, \tilde{A}_2$ :

$$d(Z_1, Z_2) = \sqrt{(\beta_{Z_1} - \beta_{Z_2})^2 + (\vartheta_1 - \vartheta_2)^2}. \quad (4)$$

Расстояние между  $Z$ -числами в следующем разделе будет использоваться для определения индексов различия и сходства экспертных критериев оценки качественных характеристик.

## Постановка задачи и ее решение

Предположим, что  $n$  экспертов оценивают некоторую качественную (нечисловую) характеристику и используют шкалу с лингвистическими уровнями (значениями)  $B_j$ ,  $l = \overline{1, m}$ .

В целях уменьшения рисков ошибок при принятии решений на основе поступающей от экспертов информации эксперты предоставляют свои данные с определенными уровнями надежности (уверенности), а для оценки этих уровней используют шкалу с лингвистическими значениями  $R_j$ ,  $j = \overline{1, k}$ .

Для формализации используемых шкал используются методы на основе полных ортогональных семантических пространств [7, 23].

Пусть результаты оценки  $i$ -го эксперта представлены полным ортогональным семантическим пространством  $B_i, i = \overline{1, n}$  с нечеткими значениями  $\tilde{B}_{il} = (b_{il}^1, b_{il}^2, b_{il}^L, b_{il}^R), l = \overline{1, m}, i = \overline{1, n}$ . Шкала для оценки надежности результатов формализуется также в виде полного ортогонального семантического пространства  $R$  с нечеткими значениями  $\tilde{R}_j = (r_j^1, r_j^2, r_j^L, r_j^R), j = \overline{1, k}$ .

Критерий оценки  $Z_i, i = \overline{1, n}$   $i$ -го эксперта представляется в виде множества  $Z$ -чисел —  $Z_i = ((\tilde{B}_{il}, \tilde{R}_{il}), l = \overline{1, m}), i = \overline{1, n}$ , где нечеткое число

$\tilde{R}_{il} = (r_{il}^1, r_{il}^2, r_{il}^L, r_{il}^R), l = \overline{1, m}, i = \overline{1, n}$  равно одному из нечетких чисел  $\tilde{R}_j = (r_j^1, r_j^2, r_j^L, r_j^R), j = \overline{1, k}$ .

Обозначим агрегирующие показатели для  $(\tilde{B}_{il}, \tilde{R}_{il}), \tilde{B}_{il}, l = \overline{1, m}, i = \overline{1, n}$  через  $\beta_{il}, b_{il}, l = \overline{1, m}, i = \overline{1, n}$ .

Используя агрегирующие показатели, определим расстояние  $d(Z_i, Z_j)$  между критериями оценки  $i$ -го  $j$ -го экспертов

$$d(Z_i, Z_j) = \frac{1}{m} \sum_{l=1}^m \sqrt{(\beta_{il} - \beta_{jl})^2 + (b_{il} - b_{jl})^2}, \quad (5)$$

$$i = \overline{1, n}, j = \overline{1, n}.$$

Пусть  $d_{\max} = \max_{i,j} d(Z_i, Z_j), i = \overline{1, n}, j = \overline{1, n}$ .

Тогда индекс различия критериев двух экспертов определим следующим образом

$$\delta_{ij} = \frac{d(Z_i, Z_j)}{d_{\max}}, i = \overline{1, n}, j = \overline{1, n}. \quad (6)$$

Используя выражение (6), определим индекс сходства критериев двух экспертов

$$\rho_{ij} = 1 - \delta_{ij}, i = \overline{1, n}, j = \overline{1, n}. \quad (7)$$

Тогда нечеткое множество  $\tilde{\Psi}$  с функцией принадлежности  $\mu_{\tilde{\Psi}}(Z_i, Z_j) = \rho_{ij}$  определяет нечеткое бинарное отношение сходства на множестве экспертных критериев  $Z_i = ((\tilde{B}_{il}, \tilde{R}_{il}), l = \overline{1, m}), i = \overline{1, n}$ . Докажем, что это действительно так, проверив для  $\tilde{\Psi}$  свойства симметричности и рефлексивности.

Покажем, что

$$\mu_{\tilde{\Psi}}(Z_i, Z_j) = \mu_{\tilde{\Psi}}(Z_j, Z_i), i = \overline{1, n}, j = \overline{1, n}:$$

$$\begin{aligned} \mu_{\tilde{\Psi}}(Z_i, Z_j) &= \rho_{ij} = 1 - \delta_{ij} = \\ &= 1 - \frac{\frac{1}{m} \sum_{l=1}^m \sqrt{(\beta_{il} - \beta_{jl})^2 + (b_{il} - b_{jl})^2}}{d_{\max}} = \\ &= 1 - \frac{\frac{1}{m} \sum_{l=1}^m \sqrt{(\beta_{jl} - \beta_{il})^2 + (b_{jl} - b_{il})^2}}{d_{\max}} = \\ &= 1 - \delta_{ji} = \rho_{ji} = \mu_{\tilde{\Psi}}(Z_j, Z_i). \end{aligned} \quad (8)$$

Свойство симметричности  $\tilde{\Psi}$  доказано.

Докажем свойство рефлексивности, то есть, что  $\mu_{\tilde{\Psi}}(Z_i, Z_i) = 1, i = \overline{1, n}$

$$\begin{aligned} \mu_{\tilde{\Psi}}(Z_i, Z_i) &= \rho_{ii} = 1 - \delta_{ii} = \\ &= 1 - \frac{\frac{1}{m} \sum_{l=1}^m \sqrt{(\beta_{il} - \beta_{il})^2 + (b_{il} - b_{il})^2}}{d_{\max}} = 1. \end{aligned} \quad (9)$$

Свойство рефлексивности для  $\tilde{\Psi}$  доказано. Таким образом, нечеткое множество  $\tilde{\Psi}$  с функцией принадлежности  $\mu_{\tilde{\Psi}}(Z_i, Z_j) = \rho_{ij}$  действительно определяет нечеткое бинарное отношение сходства на множестве экспертных критериев  $Z_i = ((\tilde{B}_{il}, \tilde{R}_{il}), l = \overline{1, m}), i = \overline{1, n}$ .

Основная проблема при построении отношения подобия состоит в том, что в общем случае  $\tilde{\Psi}$  не является транзитивным отношением, то есть в общем случае не выполняется, что  $\mu_{\tilde{\Psi}}(Z_i, Z_j) \geq \max_{Z_l} \min \{ \mu_{\tilde{\Psi}}(Z_i, Z_l), \mu_{\tilde{\Psi}}(Z_l, Z_j) \}, i = \overline{1, n}, j = \overline{1, n}, l = \overline{1, n}$ . Сделать  $\tilde{\Psi}$  транзитивным нечетким бинарным отношением подобия можно на основе объединения композиций  $\tilde{\Psi}$  с собой, т. е.  $\tilde{\Psi} = \tilde{\Psi} \circ \tilde{\Psi} [1]$ .

Экспертные критерии  $Z_1, Z_2, \dots, Z_p, p \leq n$  будем считать подобными с уровнем доверия  $\alpha \in (0, 1)$ , если  $\mu_{\tilde{\Psi}}(Z_i, Z_j) \geq \alpha$  для всех  $Z_i, Z_j, i = \overline{1, p}, j = \overline{1, p}$ .

Тогда  $\tilde{\Psi}$  можно представить следующим образом:  $\tilde{\Psi} = \max \{ \alpha \Psi_{\alpha} \}, 0 < \alpha \leq 1$ , где  $\Psi_{\alpha}$  является отношением эквивалентности в смысле обычной теории множеств.

Разработанная модель кластерного анализа  $Z$ -информации позволяет анализировать экспертные критерии оценки качественных (нечисловых) характеристик с определенным уровнем надежности, формализованные с помощью  $Z$ -чисел, также разбивать множество критериев на кластеры подобных. Возможность кластерного анализа экспертных критериев уменьшает не только субъективную составляющую в оценках экспертов, но и риски ошибок в процедурах принятия решений.

## Выводы

Поскольку проблема кластерного анализа нечеткой информации, заданной с определенным уровнем достоверности ( $Z$ -информации), актуальна и требует решения, то в статье разработан метод кластеризации экспертных критериев оценки качественных характеристик в условиях  $Z$ -информации, представленной полными ортогональными семантическими пространствами.

Экспертные критерии представлены множествами  $Z$ -чисел. Число элементов этих множеств совпадает с числом уровней лингвистических шкал, используемых для оценки характеристик.

Формализации уровней шкал, а также уровней шкалы для оценки достоверности экспертной информации являются значениями полных ортогональных семантических пространств.

Определены индексы различия и сходства двух экспертных критериев на основе расстояния между ними. Используя индекс сходства, построено нечеткое бинарное отношение сходства на множестве экспертных критериев. С помощью транзитивного замыкания нечеткого бинарного отношения сходства построено нечеткое бинарное отношение подобия, которое можно разложить на отношения эквивалентности в смысле обычной теории множеств. Это позволяет анализировать экспертные критерии с конкретным уровнем надежности и определять кластеры подобных критериев.

Возможность такого анализа актуальна для решения задач, в которых доступна только экспертная информация, а от ее достоверности существенно зависят конечные результаты и принимаемые на их основе решения.

## Список литературы

- [1] Poleshchuk O., Komarov E. Expert Fuzzy Information Processing // *Studies in Fuzziness and Soft Computing*, 2011, v. 268, pp. 1–239.
- [2] Zadeh L.A. Fuzzy logic and approximate reasoning // *Synthese*, 1975, v. 80, pp. 407–428.
- [3] Hwang C.L., Lin N.J. Group decision making under multiple criteria. Berlin: Springer, 1987, 400 p.
- [4] Borisov A.N., Krumberg O.A., Fedorov I.P. Decision making on the basis of fuzzy models: Examples of use. Riga: Zinatne, 1990, 184 p.
- [5] Ryjov A.P. The Concept of a Full Orthogonal Semantic Scope and the Measuring of Semantic Uncertainty // *Fifth International Conference Information Processing and Management of Uncertainty in Knowledge-Based Systems*, Berlin, 8–11 June, 1994. Berlin, 1994, pp. 33–34.
- [6] Ryjov A. Fuzzy Linguistic Scales: Definition, Properties and Applications. Eds Reznik L., Kreinovich V. *Soft Computing in Measurement and Information Acquisition // Studies in Fuzziness and Soft Computing*, 2003, v. 127, pp. 21–27.
- [7] Poleshchuk O.M. Creation of linguistic scales for expert evaluation of parameters of complex objects based on semantic scopes // *International Russian Automation Conference (RusAutoCon-2018)*, Sochi, 6–10 September 2018. Munchen, 2018, pp. 1–6.
- [8] Bezdek J.C. Selected applications in classifier design // *Pattern recognition with fuzzy objective function algorithms*, 1981, v. 2, pp. 203–239.
- [9] Bezdek J.C., Hathaway R.J. Optimization of fuzzy clustering criteria using genetic algorithm // *Proceedings of the IEEE Conference on Evolutionary Computation*, Vienna, 21–26 December, 1994. Vienna, 1994, v. 2, pp. 589–594.
- [10] Runkler T.A., Katz C. Fuzzy clustering by particle swarm optimization // *Proceedings of the IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, Oslo, 1–4 November, 2006. Berlin, 2006, pp. 34–41.
- [11] Liu H.C., Yih J.M., Wu D.B., Liu S.W. Fuzzy  $c$ -mean clustering algorithms based on Picard iteration and particle swarm optimization // *Proceedings of the International Workshop on Geoscience and Remote Sensing (ETT and GRS-2008)*, Paris, 2008, pp. 75–84.
- [12] Kennedy J., Eberhart R.C. Particle swarm optimization // *Proceedings of the IEEE International Joint Conference on Neural Networks*, New York, 2–6 July, 1995. New York, 1995, v. 4, pp. 1942–1948.
- [13] Mehdizadeh E., Tavakkoli Moghaddam R. Fuzzy particle swarm optimization algorithm for a supplier clustering problem // *J. of Industrial Engineering*, 2008, v. 1, pp. 17–24.
- [14] Melin P., Olivas F., Castillo O., Valdez F., Soria J., Valdez M. Optimal design of fuzzy classification systems using PSO with dynamic parameter adaptation through fuzzy logic // *Expert Systems with Applications*, 2013, v. 40, no. 8, pp. 3196–3206.
- [15] Chen M., Ludwig A. Particle swarm optimization based fuzzy clustering approach to identify optimal number of clusters // *J. of Artificial Intelligence and Soft Computing Research*, 2014, v. 4, no. 1, pp. 43–56.
- [16] Phyo O., Chaw E. Comparative Study of Fuzzy PSO (FPSO) Clustering Algorithm and Fuzzy C-Means (FCM) Clustering Algorithm // *National J. of Parallel and Soft Computing*, 2019, v. 1, no. 1, pp. 62–67.
- [17] Ruspini E.H. A new approach to clustering // *Information and Control*, 1969, v. 15, pp. 22–32.
- [18] Ruspini E.H. Numerical methods for fuzzy clustering // *Information Sciences*, 1970, v. 2, pp. 319–350.
- [19] Tamura S., Higuchi S., Tanaka, K.: Pattern classification based on fuzzy relations // *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, 1971, v. 1, pp. 61–66.
- [20] Zadeh L.A. Similarity relations and fuzzy orderings // *Information Sciences*, 1971, v. 3, pp. 177–200.
- [21] Dunn J.C. A fuzzy relative of the ISODATA process and its use in detecting compact well-separated clusters // *J. of Cybernetics*, 1973, v. 3, pp. 32–57.
- [22] Ruspini E.H. Recent developments in fuzzy clustering // *Fuzzy Set and Possibility Theory*. N.Y.: Pergamon Press, 1982, pp. 133–146.
- [23] Poleshchuk O., Komarov E. The determination of rating points of objects with qualitative characteristics and their usage in decision making problems // *International J. of Computational and Mathematical Sciences*, 2009, v. 3, no. 7, pp. 360–364.
- [24] Darwish A., Poleshchuk O. New models for monitoring and clustering of the state of plant species based on semantic spaces // *J. of Intelligent and Fuzzy Systems*, 2014, v. 3, no. 26, pp. 1089–1094.
- [25] Poleshchuk O.M., Komarov E.G., Darwish A. Assessment of the state of plant species in urban environment based on fuzzy information of the expert group // *Proceedings of the XX IEEE International Conference on Soft Computing and Measurements (SCM-2017)*, Saint Petersburg, 23–25 May, 2017. Saint Petersburg, 2017, pp. 651–654.
- [26] Zadeh L.A. A Note on Z-numbers // *Information Sciences*, 2011, v. 14, no. 181, pp. 2923–2932.
- [27] Jamal M., Khalif K., Mohamad S. The implementation of Z-numbers in fuzzy clustering algorithm for wellness of chronic kidney disease patients // *J. of Physics: Conference Series*, 2018, v. 1366, pp. 201–209.
- [28] Aliev R.A., Pedrycz W., Guirimov B.G., Huseynov O.H. Clustering method for production of Z-numbers based if-then rules // *Information Sciences*, 2020, v. 520, pp. 155–176.
- [29] Aliev R., Guirimov B.: Z-number clustering based on general Type-II fuzzy sets // *Advances in Intelligent Systems and Computing*, 2018, v. 896, pp. 270–278.
- [30] Poleshchuk O.M. Object monitoring under Z-information based on rating points // *Advances in Intelligent Systems and Computing*, 2021, v. 1197, pp. 1191–1198. DOI:10.1007/978-3-030-51156-2\_139.

## Сведения об авторе

**Полещук Ольга Митрофановна** — д-р техн. наук, профессор, зав. кафедрой «Высшая математика и физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана (Мытищинский филиал), poleshchuk@mgul.ac.ru

Поступила в редакцию 20.09.2021.  
Одобрено после рецензирования 21.09.2021.  
Принята к публикации 06.12.2021.

## CLUSTER ANALYSIS OF EXPERT INFORMATION BASED ON Z-NUMBERS

**O.M. Poleshchuk**

BMSTU (Mytishchi branch), 1, 1st Institutskaya st., 141005, Mytishchi, Moscow reg., Russia

poleshchuk@mgul.ac.ru

The paper developed a model of cluster analysis of expert criteria for assessing qualitative (non-numerical) characteristics with a certain level of reliability. To formalize individual criteria,  $Z$ -numbers are used, which are ordered pairs of ordinary fuzzy numbers. The first number is an estimate of the characteristic, and the second number is its reliability. For  $Z$ -numbers and their first components the aggregating indicators was defined based on  $\alpha$ -cuts of fuzzy numbers. Aggregating indicators are used to determine the pairwise difference indexes of expert criteria and pairwise similarity indexes. Based on pairwise similarity indexes of expert criteria, a fuzzy binary relation of analogy is determined on the set of all criteria. A fuzzy similarity relation on a set of criteria is built using the transitive closure of a fuzzy relation of analogy. The constructed fuzzy similarity relation is decomposed into equivalence relations. Depending on the levels of values of the fuzzy similarity relation, all individual expert criteria are divided into clusters of similar criteria with  $\alpha$ -levels of reliability.

**Keywords:**  $Z$ -number, expert criterion, reliability

**Suggested citation:** Poleshchuk O.M. *Klasternyy analiz ekspertnoy informatsii na osnove Z-chisel* [Cluster analysis of expert information based on  $Z$ -numbers]. *Lesnoy vestnik / Forestry Bulletin*, 2022, vol. 26, no. 1, pp. 143–148. DOI: 10.18698/2542-1468-2022-1-143-148

## References

- [1] Poleshchuk O., Komarov E. Expert Fuzzy Information Processing // *Studies in Fuzziness and Soft Computing*, 2011, v. 268, pp. 1–239.
- [2] Zadeh L.A. Fuzzy logic and approximate reasoning // *Synthese*, 1975, v. 80, pp. 407–428.
- [3] Hwang C.L., Lin N.J. Group decision making under multiple criteria. Berlin: Springer, 1987, 400 p.
- [4] Borisov A.N., Krumberg O.A., Fedorov I.P. Decision making on the basis of fuzzy models: Examples of use. Riga: Zinatne, 1990, 184 p.
- [5] Ryjov A.P. The Concept of a Full Orthogonal Semantic Scope and the Measuring of Semantic Uncertainty // *Fifth International Conference Information Processing and Management of Uncertainty in Knowledge-Based Systems*, Berlin, 8-11 June 1994. Berlin, 1994, pp. 33–34.
- [6] Ryjov A. Fuzzy Linguistic Scales: Definition, Properties and Applications. Eds Reznik L., Kreinovich V. *Soft Computing in Measurement and Information Acquisition* // *Studies in Fuzziness and Soft Computing*, 2003, v. 127, pp. 21–27.
- [7] Poleshchuk O.M. Creation of linguistic scales for expert evaluation of parameters of complex objects based on semantic scopes // *International Russian Automation Conference (RusAutoCon -2018)*, Sochi, 6-10 September 2018. Munchen, 2018, pp. 1–6.
- [8] Bezdek J.C. Selected applications in classifier design // *Pattern recognition with fuzzy objective function algorithms*, 1981, v. 2, pp. 203–239.
- [9] Bezdek J.C., Hathaway R.J. Optimization of fuzzy clustering criteria using genetic algorithm // *Proceedings of the IEEE Conference on Evolutionary Computation*, Vienna, 21-26 December 1994. – Vienna, 1994, v. 2, pp. 589–594.
- [10] Runkler T.A., Katz C. Fuzzy clustering by particle swarm optimization // *Proceedings of the IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, Oslo, 1–4 November, 2006. Berlin, 2006, pp. 34–41.
- [11] Liu H.C., Yih J.M., Wu D.B., Liu S.W. Fuzzy c-mean clustering algorithms based on Picard iteration and particle swarm optimization // *Proceedings of the International Workshop on Geoscience and Remote Sensing (ETT and GRS-2008)*, Paris, 2008, pp. 75–84.
- [12] Kennedy J., Eberhart R.C. Particle swarm optimization // *Proceedings of the IEEE International Joint Conference on Neural Networks*, New York, 2–6 July, 1995. New York, 1995, v. 4, pp. 1942–1948.
- [13] Mehdizadeh E., Tavakkoli Moghaddam R. Fuzzy particle swarm optimization algorithm for a supplier clustering problem // *J. of Industrial Engineering*, 2008, v. 1, pp. 17–24.
- [14] Melin P., Olivas F., Castillo O., Valdez F., Soria J., Valdez M. Optimal design of fuzzy classification systems using PSO with dynamic parameter adaptation through fuzzy logic // *Expert Systems with Applications*, 2013, v. 40, no. 8, pp. 3196–3206.

- [15] Chen M., Ludwig A. Particle swarm optimization based fuzzy clustering approach to identify optimal number of clusters // *J. of Artificial Intelligence and Soft Computing Research*, 2014, v. 4, no. 1, pp. 43–56.
- [16] Phyo O., Chaw E. Comparative Study of Fuzzy PSO (FPSO) Clustering Algorithm and Fuzzy C-Means (FCM) Clustering Algorithm // *National J. of Parallel and Soft Computing*, 2019, v. 1, no. 1, pp. 62–67.
- [17] Ruspini E.H. A new approach to clustering // *Information and Control*, 1969, v. 15, pp. 22–32.
- [18] Ruspini E.H. Numerical methods for fuzzy clustering // *Information Sciences*, 1970, v. 2, pp. 319–350.
- [19] Tamura S., Higuchi S., Tanaka, K.: Pattern classification based on fuzzy relations // *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, 1971, v. 1, pp. 61–66.
- [20] Zadeh L.A. Similarity relations and fuzzy orderings // *Information Sciences*, 1971, v. 3, pp. 177–200.
- [21] Dunn J.C. A fuzzy relative of the ISODATA process and its use in detecting compact well-separated clusters // *J. of Cybernetics*, 1973, v. 3, pp. 32–57.
- [22] Ruspini E.H. Recent developments in fuzzy clustering // *Fuzzy Set and Possibility Theory*. N.Y.: Pergamon Press, 1982, pp. 133–146.
- [23] Poleshchuk O., Komarov E. The determination of rating points of objects with qualitative characteristics and their usage in decision making problems // *International J. of Computational and Mathematical Sciences*, 2009, v. 3, no. 7, pp. 360–364.
- [24] Darwish A., Poleshchuk O. New models for monitoring and clustering of the state of plant species based on semantic spaces // *J. of Intelligent and Fuzzy Systems*, 2014, v. 3, no. 26, pp. 1089–1094.
- [25] Poleshchuk O.M., Komarov E.G., Darwish A. Assessment of the state of plant species in urban environment based on fuzzy information of the expert group // *Proceedings of the XX IEEE International Conference on Soft Computing and Measurements, (SCM-2017)*, Saint Petersburg, 23–25 May, 2017. Saint Petersburg, 2017, pp. 651–654.
- [26] Zadeh L.A. A Note on Z-numbers // *Information Sciences*, 2011, v. 14, no. 181, pp. 2923–2932.
- [27] Jamal M., Khalif K., Mohamad S. The implementation of Z-numbers in fuzzy clustering algorithm for wellness of chronic kidney disease patients // *J. of Physics: Conference Series*, 2018, v. 1366, pp. 201–209..
- [28] Aliev R.A., Pedrycz W., Guirimov B.G., Huseynov O.H. Clustering method for production of Z-numbers based if-then rules // *Information Sciences*, 2020, v. 520, pp. 155–176.
- [29] Aliev R., Guirimov B.: Z-number clustering based on general Type-II fuzzy sets // *Advances in Intelligent Systems and Computing*, 2018, v. 896, pp. 270–278.
- [30] Poleshchuk O.M. Object monitoring under Z-information based on rating points // *Advances in Intelligent Systems and Computing*, 2021, v. 1197, pp. 1191–1198. DOI:10.1007/978-3-030-51156-2\_139.

## Author's information

**Poleshchuk Ol'ga Mitrofanovna** — Dr. Sci. (Tech.), Professor, Head of Higher Mathematics and Physics Department of BMSTU (Mytishchi branch), poleshchuk@mgul.ac.ru

Received 20.09.2021.

Approved after review 21.09.2021.

Accepted for publication 06.12.2021.