ISSN 2542-1468, Лесной вестник / Forestry Bulletin, 2020. Т. 24. № 5. С. 116–121. © МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2020

УДК 004.942 DOI: 10.18698/2542-1468-2020-5-116-121

ПРИМЕНЕНИЕ НЕЧЕТКИХ МНОЖЕСТВ ВТОРОГО ТИПА И *Z*-ЧИСЕЛ ДЛЯ ФОРМАЛИЗАЦИИ ГРУППОВОЙ ЭКСПЕРТНОЙ ИНФОРМАЦИИ

О.М. Полещук

МГТУ им. Н.Э. Баумана (Мытищинский филиал), 141005, Московская обл., г. Мытищи, ул. 1-я Институтская, д. 1

poleshchuk@mgul.ac.ru

Разработаны две модели формализации групповой экспертной информации на основе нечетких множеств второго типа и *Z*-чисел. Построение нечетких множеств второго типа и компонент *Z*-чисел осуществляется с помощью полных ортогональных семантических пространств. Построение семантических пространств осуществляется с использованием статистической информации или информации, полученной в результате прямого опроса экспертов. Входной информацией для модели на основе нечетких множеств второго типа являются лингвистические оценки объектов. Входной информацией для модели на основе *Z*-чисел являются лингвистические оценки объектов и достоверность этих оценок. Разработанные модели расширяют возможности обработки экспертной информации, позволяют сохранять заложенные в данных индивидуальные особенности экспертных критериев и при этом корректно обрабатывать присущие этим данным разные типы неопределенности.

Ключевые слова: нечеткие множества второго типа, *Z*-число, *Z*-информация, экспертная оценка, формализация

Ссылка для цитирования: Полещук О.М. Применение нечетких множеств второго типа и *Z*-чисел для формализации групповой экспертной информации // Лесной вестник / Forestry Bulletin, 2020. Т. 24. № 5. С. 116–121. DOI: 10.18698/2542-1468-2020-5-116-121

Обработка экспертной информации традиционно является нетривиальной проблемой, поскольку учитываются субъективная составляющая этой информации, особенности мыслительной деятельности человека, его опыт и заложенные в информации разные типы неопределенности, такие, как нечеткость и случайность [1].

Развитие теории нечетких множеств дало новые возможности для обработки экспертной информации и принятия решений в проблемных областях [2–7].

Согласно работе [2] лингвистической переменной называется пятерка

$$\{X, T(X), U, V, S\},$$

где X — название переменной;

$T(X)=\{X_i, i=\overline{1,m}\}$ — терм-множество переменной X;

V — синтаксическое правило, порождающее названия значений лингвистической переменной X;

S — семантическое правило, которое ставит в соответствие каждой нечеткой переменной с названием из $T(X)$ нечеткое подмножество универсального множества U.

Семантическим пространством называется лингвистическая переменная с фиксированным терм-множеством [2].

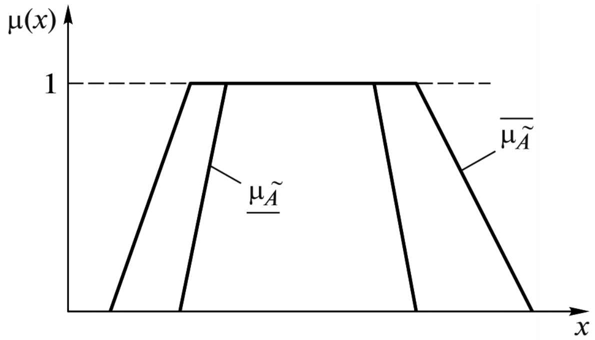
Лингвистические переменные, функции принадлежности $\mu_l(x), l=\overline{1,m}$ которых, удовлетворяют сформулированным ниже требованиям (1–4), получили название полных ортогональных семантических пространств [5]:

1. Для каждого понятия $X_l, l=\overline{1,m}$ существует $\hat{U}_l \neq \varnothing$, где $\hat{U}_l=\{x\in U : \mu_l(x)=1\}$ есть точка или отрезок.
2. Пусть $\hat{U}_l=\{x\in U : \mu_l(x)=1\}$, тогда $\mu_l(x), l=\overline{1,m}$ не убывает слева от $\hat{U}_l$ и не возрастает справа от $\hat{U}_l$.
3. $\mu_l(x), l=\overline{1,m}$ имеют не более двух точек разрыва первого рода.
4. Для каждого $x\in U$ $\sum_{l=1}^{m}\mu_l(x)=1.$

На данный момент разработано достаточно методов, формализующих экспертную информацию, поступающую от единичного эксперта, на основе полных ортогональных семантических пространств [8, 9]. Формализуя групповую экспертную информацию, важно сохранить ценную составляющую критерия каждого эксперта, построить не усредненный критерий, а собрать разброс экспертных мнений.

Помочь в этом могут нечеткие множества второго типа [10]. Отличие этих множеств от обычных нечетких множеств (которые называют нечеткими множествами первого типа) состоит в том, что значениями их функций принадлежности являются не числа из отрезка [0, 1], а нечеткие множества из этого отрезка. Оперировать с нечеткими множествами второго типа достаточно сложно, поэтому для решения практических задач используют их частный случай — интервальные нечеткие множества второго типа, значениями функций принадлежности которых являются отрезки.

Интервальные нечеткие множества второго типа традиционно определяются верхней $\overline{\mu}_{\tilde{A}}$ (UMF) и нижней $\underline{\mu}_{\tilde{A}}$ функциями принадлежности (LMF) (рисунок).



Интервальное нечеткое множество второго типа $\tilde{A}$ с LMF $\underline{\mu}_{\tilde{A}}$ и UMF $\overline{\mu}_{\tilde{A}}$
Interval fuzzy set of the second type $\tilde{A}$ with LMF $\underline{\mu}_{\tilde{A}}$ and UMF $\overline{\mu}_{\tilde{A}}$

Однако модели формализации групповой экспертной информации на основе интервальных нечетких множеств второго типа отсутствуют, возможно, по причине сложного оперирования.

Существенной проблемой задач обработки экспертной информации долгие годы являлось отсутствие методов оценки надежности (достоверности) данных, поступающих от экспертов. С появлением понятия *Z*-числа, определенным профессором Лотфи Заде в 2011 г., этот пробел был ликвидирован [11].

Z-числом называется упорядоченная пара нечетких чисел $Z = \left(\tilde{A}, \tilde{R}\right)$, где $\tilde{A}$ — нечеткое число с функцией принадлежности $\mu_{\tilde{A}}\left(x\right): X \to \left[0,1\right]$, которое является нечетким расширением значений действительной переменной *X*, а $\tilde{R}$ — нечеткое число с функцией принадлежности $\mu_{\tilde{R}}\left(x\right): \left[0,1\right] \to \left[0,1\right]$, которое является нечетким расширением значений меры надежности первой компоненты $\tilde{A}$, такой, как достоверность, уровень доверия, вероятность, возможность [11].

С 2011 г. авторы работ [12–23] внесли значительный вклад в развитие теоретических основ *Z*-чисел и их применения для решения актуальных практических задач.

В работе [12] было предложено оперировать *Z*-числами на основе их уровневых множеств, в работе [13] было предложено использовать Z-числа для формализации приближенных рассуждений. В работе [14] рассматривалась проблема принятия решений с помощью конвертации *Z*-чисел в обычные числа с целью их дальнейшего ранжирования. Исследователей не устроил подобный подход по причине потери части исходной информации, поэтому был предложен новый подход к ранжированию *Z*-чисел с использованием расширения ожидаемой функции полезности [19]. Этот подход основан на прямом оперировании *Z*-числами, что является достаточно сложной процедурой, которая к тому же не обеспечивает получение аналитического вида функции принадлежности результата операции. Подход к оперированию *Z*-числами при условии, что вторая компонента является нечетким расширением значений вероятности предложен в работах [17, 22]. В работе [18] при том же условии разработана модель формализации информации группы экспертов на основе *t*-нормы and *t*-конормы [1]. Работы [15, 16, 20] посвящены поддержке принятия решений в условиях *Z*-информации (информации, содержащей *Z*-числа). В работе [21] для решения задачи по выбору наилучшей альтернативы использована мера Жаккара.

Учитывая актуальность формализации групповой экспертной информации, но практическое отсутствие моделей на основе интервальных нечетких множеств второго типа и *Z*-чисел, в настоящей работе разработано две модели, частично ликвидирующие этот пробел.

Модель формализации групповой экспертной информации на основе интервальных нечетких множеств второго типа

Предположим, что для оценивания некоторой характеристики эксперты используют вербальную шкалу с уровнями $X_l, l = \overline{1,m}$. Каждому уровню поставим в соответствие нечеткие числа с функциями принадлежности $\mu_l\left(x\right), l = \overline{1,m}$, которые на универсальном множестве [0, 1] являются *T*-числами или нормальными треугольными числами [1]. Эти числа в совокупности образуют полное ортогональное семантическое пространство, которое назовем экспертным критерием. Опишем построение функций принадлежности в соответствии с методом, представленным в работе [8].

Обозначим относительные числа объектов, отнесенные экспертом к уровню $X_l, l = \overline{1,m}$, соответственно через $a_l, l = \overline{1,m}$, $\sum_{l=1}^{m} a_l = 1$. Построение функции принадлежности $\mu_l\left(x\right), l = \overline{1,m}$ осуществляется таким образом, что площадь фигуры, ограниченной графиком функции $\mu_l\left(x\right), l = \overline{1,m}$ и осью абсцисс, была равна $a_l, l = \overline{1,m}$. Например, если a_1 = 0,1; a_2 = 0,5; a_3 = 0,4, то $\mu_1(x)$ = (0, 0,05, 0, 0,1), $\mu_2(x)$ = (0,15, 0,4, 0,1, 0,4), $\mu_3(x)$ = (0,8, 1, 0,4, 0).

Первые два параметра функций принадлежности — абсциссы соответственно крайней левой и крайней правой точек интервала толерантности (на котором значения функций принадлежности равно единице), вторые два параметра — соответственно левый и правый коэффициенты нечеткости (на которых значения функции принадлежности изменяются от нуля до единицы).

Рассмотрим построенные k экспертных критериев (полных ортогональных семантических пространств) с функциями принадлежности $\mu_{il}(x)=\left(a_1^{il},a_2^{il},a_L^{il},a_R^{il}\right)$, $i=\overline{1,k}$, $l=\overline{1,m}$. В работе [7] на основе этих критериев определяем обобщенный групповой критерий в виде полного ортогонального семантического пространства с функциями принадлежности $\mu_l(x)=\left(a_1^l,a_2^l,a_L^l,a_R^l\right), l=\overline{1,m}$ из условия:

$$F=\sum_{l=1}^{m}\sum_{i=1}^{k}\omega_i\left[\left(a_1^{il}-a_1^l\right)^2+\left(a_2^{il}-a_2^l\right)^2\right]+$$
$$+\sum_{l=1}^{m}\sum_{i=1}^{k}\omega_i\left[\left(a_L^{il}-a_L^l\right)^2+\left(a_R^{il}-a_R^l\right)^2\right]\to\min.$$

Решение оптимизационной задачи позволяет получить следующие результаты:

$$a_1^l=\sum_{i=1}^{k}\omega_i a_1^{il},\qquad a_2^l=\sum_{i=1}^{k}\omega_i a_2^{il},\qquad a_L^l=\sum_{i=1}^{k}\omega_i a_L^{il},$$
$$a_R^l=\sum_{i=1}^{k}\omega_i a_R^{il}, l=\overline{1,m}.$$

Рассмотрим параметры функций принадлежности $a_1^{il}, a_2^{il}, i=\overline{1,k},\ l=\overline{1,m}$.

Вычислим $s_{1l}^2=\dfrac{1}{k-1}\sum_{i=1}^{k}\left(a_1^{il}-a_1^l\right)^2$ и $s_{2l}^2=\dfrac{1}{k-1}\sum_{i=1}^{k}\left(a_2^{il}-a_2^l\right)$, $l=\overline{1,m}$. Для параметров обобщенного экспертного критерия $\hat{a}_1^l$, $\hat{a}_2^l, l=\overline{1,m}$ построим доверительные интервалы, используя распределение Стьюдента:

$$\sum_{i=1}^{k}\omega_i a_1^{il}-\frac{s_{1l}\Delta_{k-1,\alpha}}{\sqrt{k}}\le\hat{a}_1^l\le\sum_{i=1}^{k}\omega_i a_1^{il}+\frac{s_{1l}\Delta_{k-1,\alpha}}{\sqrt{k}},$$
$$\sum_{i=1}^{k}\omega_i a_2^{il}-\frac{s_{2l}\Delta_{k-1,\alpha}}{\sqrt{k}}\le\hat{a}_2^l\le\sum_{i=1}^{k}\omega_i a_2^{il}+\frac{s_{2l}\Delta_{k-1,\alpha}}{\sqrt{k}},$$

$l=\overline{1,m}$, где $\Delta_{k-1,\alpha}$ находится из таблицы для вероятностей $P\left(\left|t_{k-1}\right|>\Delta_{k-1,\alpha}\right)=\alpha$ распределения Стьюдента t_{k-1}.

В результате такого построения формализованная групповая экспертная информация представляется в виде лингвистической переменной, значениями которой являются интервальные нечеткие множества второго типа, верхние $\overline{f_l(x)}$ и нижние $\underline{f_l(x)}$ функции принадлежности которых, соответственно задаются параметрами:

$$\overline{f_l(x)}=\left(\sum_{i=1}^{k}\omega_i a_1^{il}-\frac{s_{1l}\Delta_{k-1,\alpha}}{\sqrt{k}},\sum_{i=1}^{k}\omega_i a_2^{il}+\frac{s_{2l}\Delta_{k-1,\alpha}}{\sqrt{k}},\sum_{i=1}^{k}\omega_i a_L^{il},\sum_{i=1}^{k}\omega_i a_R^{il}\right), l=\overline{1,m},$$

$$\underline{f_l(x)}=\left(\sum_{i=1}^{k}\omega_i a_1^{il}+\frac{s_{1l}\Delta_{k-1,\alpha}}{\sqrt{k}},\sum_{i=1}^{k}\omega_i a_2^{il}-\frac{s_{2l}\Delta_{k-1,\alpha}}{\sqrt{k}},\sum_{i=1}^{k}\omega_i a_L^{il},\sum_{i=1}^{k}\omega_i a_R^{il}\right), l=\overline{1,m}.$$

Если $\sum_{i=1}^{k}\omega_i a_1^{il}+\dfrac{s_{1l}\Delta_{k-1,\alpha}}{\sqrt{k}}>\sum_{i=1}^{k}\omega_i a_2^{il}$, то

$$\overline{f_l(x)}=\left(\sum_{i=1}^{k}\omega_i a_1^{il}-\frac{s_{1l}\Delta_{k-1,\alpha}}{\sqrt{k}},\sum_{i=1}^{k}\omega_i a_2^{il}+\frac{s_{2l}\Delta_{k-1,\alpha}}{\sqrt{k}},\sum_{i=1}^{k}\omega_i a_L^{il},\sum_{i=1}^{k}\omega_i a_R^{il}\right), l=\overline{1,m},$$

$$\underline{f_l(x)}=\left(\sum_{i=1}^{k}\omega_i a_1^{il},\sum_{i=1}^{k}\omega_i a_2^{il}-\frac{s_{2l}\Delta_{k-1,\alpha}}{\sqrt{k}},\sum_{i=1}^{k}\omega_i a_L^{il},\sum_{i=1}^{k}\omega_i a_R^{il}\right), l=\overline{1,m}.$$

Если $\sum_{i=1}^{k}\omega_i a_2^{il}-\dfrac{s_{2l}\Delta_{k-1,\alpha}}{\sqrt{k}}<\sum_{i=1}^{k}\omega_i a_1^{il}$, то

$$\overline{f_l(x)}=\left(\sum_{i=1}^{k}\omega_i a_1^{il}-\frac{s_{1l}\Delta_{k-1,\alpha}}{\sqrt{k}},\sum_{i=1}^{k}\omega_i a_2^{il}+\frac{s_{2l}\Delta_{k-1,\alpha}}{\sqrt{k}},\sum_{i=1}^{k}\omega_i a_L^{il},\sum_{i=1}^{k}\omega_i a_R^{il}\right), l=\overline{1,m},$$

$$\underline{f_l(x)}=\left(\sum_{i=1}^{k}\omega_i a_1^{il}+\frac{s_{1l}\Delta_{k-1,\alpha}}{\sqrt{k}},\sum_{i=1}^{k}\omega_i a_2^{il},\sum_{i=1}^{k}\omega_i a_L^{il},\sum_{i=1}^{k}\omega_i a_R^{il}\right), l=\overline{1,m}.$$

Если $\sum_{i=1}^{k}\omega_i a_1^{il}+\dfrac{s_{1l}\Delta_{k-1,\alpha}}{\sqrt{k}}>\sum_{i=1}^{k}\omega_i a_2^{il}$,

а $\sum_{i=1}^{k}\omega_i a_2^{il}-\dfrac{s_{2l}\Delta_{k-1,\alpha}}{\sqrt{k}}<\sum_{i=1}^{k}\omega_i a_1^{il}$, то

$$\overline{f_l(x)}=\left(\sum_{i=1}^{k}\omega_i a_1^{il}-\frac{s_{1l}\Delta_{k-1,\alpha}}{\sqrt{k}},\sum_{i=1}^{k}\omega_i a_2^{il}+\frac{s_{2l}\Delta_{k-1,\alpha}}{\sqrt{k}},\sum_{i=1}^{k}\omega_i a_L^{il},\sum_{i=1}^{k}\omega_i a_R^{il}\right), l=\overline{1,m},$$

$$\underline{f_l(x)}=\left(\sum_{i=1}^{k}\omega_i a_1^{il},\sum_{i=1}^{k}\omega_i a_2^{il},\sum_{i=1}^{k}\omega_i a_L^{il},\sum_{i=1}^{k}\omega_i a_R^{il}\right),$$
$$l=\overline{1,m}.$$

Для верхней функции принадлежности первого терма первый параметр полагается равным нулю, а для верхней функции принадлежности последнего терма второй параметр полагается равным единице.

Формализованная групповая экспертная информация, представленная лингвистической переменной со значениями в виде интервальных нечетких множеств второго типа, позволяет сохранить индивидуальные экспертные критерии, учесть их отличия и получить интервальную оценку уверенности в принятом решении.

Модель формализации групповой экспертной информации на основе *Z*-чисел

Рассмотрим модель прямого опроса экспертов для построения их критериев оценки некоторой характеристики [8, 9]. При опросе эксперту предлагается определить типичные для термов $X_l, l=\overline{1,m}$ интервалы $\left(x_l^1, x_l^2\right), l=\overline{1,m}$, т. е. интервалы, для всех точек которых функции принадлежности соответствующих термов равны единице. Для некоторых термов типичными могут быть точки (по одной для каждого терма), а не интервалы. Универсальным множеством для построения функций принадлежности выбирается отрезок [0, 1]. Если характеристика количественная, то область ее значений путем несложных арифметических операций отображается в отрезок [0, 1].

Тогда $\mu_1(x)=\left(0, x_1^2, 0, \dfrac{x_2^1-x_1^2}{2}\right)$,

$$\mu_l(x)=\left(x_l^1,\ x_l^2,\ \frac{x_l^1-x_{l-1}^2}{2},\ \frac{x_{l+1}^1-x_l^2}{2}\right),$$

$$\mu_m(x)=\left(x_m^1, 1, \frac{x_m^1-x_{m-1}^2}{2}, 0\right),\ l=\overline{2,m-1}.$$

В результате опроса построим k экспертных критериев с функциями принадлежности $\mu_{il}(x)=\left(a_1^{il}, a_2^{il}, a_L^{il}, a_R^{il}\right),\ i=\overline{1,k},\ l=\overline{1,m}$, которым соответствуют нечеткие числа $\tilde{A}_{il},\ i=\overline{1,k}$, $l=\overline{1,m}$.

В дополнение к проведенному опросу относительно типичных для термов интервалов экспертам предлагается оценить достоверность предоставляемой ими информации, используя шкалу «Малодостоверно», «Не очень достоверно», «Достоверно», «Очень достоверно», «Полностью достоверно».

После этого строится полное ортогональное семантическое пространство с названием «Достоверность информации» и термами: «Малодостоверно», «Не очень достоверно», «Достоверно», «Очень достоверно», «Полностью достоверно» с функциями принадлежности соответственно $\mu_p,\ p=\overline{1,5}$:

$\mu_1 = (0, 0, 0{,}25)$, $\mu_2 = (0{,}25, 0{,}25, 0{,}25)$, $\mu_3 = (0{,}5, 0{,}25, 0{,}25)$, $\mu_4 = (0{,}75, 0{,}25, 0{,}25)$, $\mu_5 = (1, 0{,}25, 0)$.

Нечеткие числа, соответствующие этим функциям принадлежности, обозначаем через $\tilde{R}_j,\ j=\overline{1,5}$.

Таким образом, исходя из полученных при опросе экспертов данных, имеем *Z*-информацию для каждого эксперта в виде: $Z_{il}=\left(\tilde{A}_{il}, \tilde{R}_{il}\right),\ i=\overline{1,k}$, $l=\overline{1,m}$, где $\tilde{R}_{il},\ i=\overline{1,k}, l=\overline{1,m}$ — нечеткое число с функцией принадлежности $\eta_{il}(x)=\left(r_1^{il}, r_2^{il}, r_L^{il}, r_R^{il}\right),\ i=\overline{1,k},\ \ l=\overline{1,m}$, которое равно одному из чисел $\tilde{R}_i,\ i=\overline{1,5}$.

Групповой экспертный критерий представляем в виде совокупности *Z*-чисел $Z_l=\left(\tilde{A}_l, \tilde{R}_l\right), l=\overline{1,m}$, где нечеткие числа $\tilde{A}_l, l=\overline{1,m}$ имеют функции принадлежности соответственно

$$\mu_l(x)=\left(\sum_{i=1}^{k}\omega_i a_1^{il}, \sum_{i=1}^{k}\omega_i a_2^{il}, \sum_{i=1}^{k}\omega_i a_L^{il}, \sum_{i=1}^{k}\omega_i a_R^{il}\right),$$

$l=\overline{1,m}$, а нечеткие числа $\tilde{R}_l, l=\overline{1,m}$ имеют функции принадлежности соответственно

$$\eta_l(x)=\left(r_1^l, r_2^l, r_L^l, r_R^l\right),$$

где $r_1^l=\max_i\left(r_1^{il}\right), r_2^l=\max_i\left(r_2^{il}\right), r_L^l=\max_i\left(r_L^{il}\right)$,

$$r_R^l=\max_i\left(r_R^{il}\right),\ l=\overline{1,m}\ [24].$$

Выводы

Для обработки нечеткости высокого порядка были разработаны нечеткие множества второго типа и *Z*-числа, использованные в настоящей работе для построения моделей формализации групповой экспертной информации. Компоненты *Z*-чисел и интервальные нечеткие множества второго типа строятся с использованием семантических пространств, обладающих свойствами полноты и ортогональности.

Нечеткие множества второго типа позволили найти не усредненный групповой критерий, а собрать отличия, особенности каждого экспертного подхода. Для каждой точечной оценки выявлена возможность построения аналога доверительного интервала, формализующего степень уверенности группы экспертов в ее правильности.

С помощью *Z*-чисел расширены возможности нечетких множеств второго типа при условии наличия дополнительной экспертной информации относительности достоверности предоставляемых данных.

В совокупности обе разработанные модели — модель формализации групповой экспертной информации на основе интервальных нечетких множеств второго типа и модель формализации групповой экспертной информации на основе *Z*-чисел значительно дополняют аппарат обработки экспертной информации и позволяют не только корректно оперировать данными, но и оценить меру ответственности экспертов относительно решений, которые принимаются на основе предоставляемой ими информации.

Список литературы / Reference

[1] Poleshchuk O., Komarov E. Expert Fuzzy Information Processing. Studies in Fuzziness and Soft Computing, 2011, no. 268, pp. 1–239.
[2] Zadeh L.A. Fuzzy logic and approximate reasoning. Synthese, 1975, no. 80, pp. 407–428.
[3] Hwang C.L., Lin N.J. Group decision making under multiple criteria. Berlin: Springer, 1987, 400 p.
[4] Borisov A.N., Krumberg O.A., Fedorov I.P. Decision making on the basis of fuzzy models: Examples of use. Riga: Zinatne, 1990, 184 p.
[5] Ryjov A.P. The Concept of a Full Orthogonal Semantic Scope and the Measuring of Semantic Uncertainty. Fifth International Conference Information Processing and Management of Uncertainty in Knowledge-Based Systems, Paris, France, 1994, pp. 33–34.
[6] Ryjov A.P. Fuzzy Linguistic Scales: Definition, Properties and Applications. Studies in Fuzziness and Soft Computing, 2003, no. 127, pp. 12–17.
[7] Poleshchuk O.M. Creation of linguistic scales for expert evaluation of parameters of complex objects based on semantic scopes. International Russian Automation Conference (RusAutoCon–2018), Sochi, Russia, 2018, pp. 1–6.
[8] Poleshchuk O., Komarov E. The determination of rating points of objects with qualitative characteristics and their usage in decision making problems. International J. Computational and Mathematical Sciences, 2009, no. 3(7), pp. 360–364.
[9] Poleshchuk O., Komarov E. The determination of rating points of objects and groups of objects with qualitative characteristics. Annual Conference of the North American Fuzzy Information Processing Society – NAFIPS'2009, Cincinnati, USA, 2009, p. 5156416.
[10] Liu F., Mendel J.M. Encoding words into interval Type-2 fuzzy sets using an interval approach. IEEE Trans. Fuzzy Systems, 2008, no. 16(6), pp. 187–201.
[11] Zadeh L.A. A note on *Z*-numbers. Inf. Sci., 2011, no. 181, pp. 2923–2932.
[12] Dutta P., Boruah H., Ali T. Fuzzy arithmetic with and without α-cut method: A comparative study. International J. latest trends in computing, 2011, no. 2(1), pp. 99–107.
[13] Yager R.R. On *Z*-valuations using Zadeh's *Z*-numbers. International J. Intelligent Systems, 2012, no. 27(3), pp. 259–278.
[14] Kang B., Wei D., Li Y., Deng Y. Decision making using *Z*-numbers under uncertain environment. J. Information and Computational Science, 2012, no. 8(7), pp. 2807–2814.
[15] Aliev R.A., Zeinalova L.M. Decision-making under *Z*-information. Human-centric decision-making models for social sciences, Berlin, Springer-Verlag, 2013, pp. 233–252.
[16] Gardashova L.A. Application of Operational Approaches to Solving Decision Making Problem Using Z-Numbers. Applied Mathematics, 2014, no. 5(9), pp. 1323–1334.
[17] Aliev R.A., Alizadeh A.V., Huseynov O.H. The arithmetic of discrete Z-numbers. Inform. Sciences, 2015, no. 290(1), pp. 134–155.
[18] Aliev R.K., Huseynov O.H., Aliyeva K.R. Aggregation of an expert group opinion under *Z*-information. Proceedings of the Eighth International Conference on Soft Computing, Computing with Words and Perceptions in System Analysis, Decision and Control, Antalya, Turkey, 2015, pp.115–124.
[19] Aliyev R.R., Talal Mraizid D.A., Huseynov O.H. Expected utility based decision making under *Z*-information and its application. Computational Intelligence and Neuroscience, 2015, no. 3, p. 364512.
[20] Sharghi P., Jabbarova K. Hierarchical decision making on port selection in *Z*-environment. Proceedings of the Eighth International Conference on Soft Computing, Computing with Words and Perceptions in System Analysis, Decision and Control, Antalya, Turkey, 2015, pp. 93–104.
[21] Aliyev R.R. Similarity based multi-attribute decision making under *Z*-information. Proceedings of the Eighth International Conference on Soft Computing, Computing with Words and Perceptions in System Analysis, Decision and Control, Antalya, Turkey, 2015, pp. 33–39.
[22] Aliev R.A., Huseynov O.H., Zeinalova L.M. The arithmetic of continuous *Z*-numbers. Inform. Sciences, 2016, no. 373, pp. 441–460.
[23] Poleshchuk O.M. Novel approach to multicriteria decision making under *Z*-information. International Russian Automation Conference, RusAutoCon–2019, Sochi, Russia, 2019, pp. 8867607–8867612.
[24] Wang, F., Mao, J. Approach to multicriteria group decision making with *Z*-numbers based on Topsis and Power Aggregation Operators. Mathematical problems in Engineering, 2019, no. 2, pp. 1–18.

Сведения об авторе

Полещук Ольга Митрофановна — д-р техн. наук, профессор, зав. кафедрой «Высшая математика и физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана (Мытищинский филиал), poleshchuk@mgul.ac.ru

Поступила в редакцию 23.05.2020.

Принята к публикации 15.06.2020.

USING OF TYPE-II FUZZY SETS AND *Z*-NUMBERS FOR EXPERT GROUP INFORMATION FORMALIZATION

O.M. Poleshchuk

BMSTU (Mytishchi branch), 1, 1st Institutskaya st., 141005, Mytishchi, Moscow reg., Russia

poleshchuk@mgul.ac.ru

Two models of formalizing group expert information based on fuzzy sets of the second type and *Z*-numbers have been developed. The construction of fuzzy sets of the second type and components of *Z*-numbers is carried out using full orthogonal semantic spaces. The construction of semantic spaces is carried out using statistical information or information obtained as a result of a direct survey of experts. The input information for the model based on fuzzy sets of the second type are linguistic estimates of objects. The input information for the model based on *Z*-numbers are linguistic estimates of objects and the reliability of these estimates. The developed models expand the possibilities of processing expert information, allow preserving the individual characteristics of expert criteria embedded in the data, and at the same time correctly process different types of uncertainty inherent in this data.
Keywords: type-II fuzzy sets, *Z*-number, *Z*-information, expert estimate, formalization

Suggested citation: Poleshchuk O.M. *Primenenie nechetkikh mnozhestv vtorogo tipa i Z-chisel dlya formalizatsii gruppovoy ekspertnoy informatsii* [Using of type-ii fuzzy sets and *Z*-numbers for expert group information formalization]. Lesnoy vestnik / Forestry Bulletin, 2020, vol. 24, no. 5, pp. 116–121.
DOI: 10.18698/2542-1468-2020-5-116-121

Author's information

Poleshchuk Ol'ga Mitrofanovna — Dr. Sci. (Tech.), Professor, Head of Higher Mathematics and Physics Department of BMSTU (Mytishchi branch), poleshchuk@mgul.ac.ru

Received 23.05.2020.
Accepted for publication 15.06.2020.