

ЦИФРОВАЯ ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ НЕЧЕТКИХ МНОЖЕСТВ

О.М. Полещук, Н.Г. Поярков, Е.В. Замятин

МГТУ им. Н.Э. Баумана (Мытищинский филиал), 141005, Московская обл., г. Мытищи, ул. 1-я Институтская, д. 1
polshchuk@mgul.ac.ru

Разработан подход к цифровой обработке сигналов на основе интервальных нечетких множеств второго типа, который является оправданным, поскольку без учета неопределенности типа нечеткости возникает проблема при классификации сигналов по условным признакам. Построена функция принадлежности входного отсчета, соответствующего постоянному уровню сигнала, не как кусочно-постоянная с числовыми значениями, а в виде функции принадлежности с интервальными значениями, что позволяет сократить потери исходной информации.

Ключевые слова: цифровая обработка сигналов, фильтр нижних частот, нечеткие множества, нечеткая кластеризация

Ссылка для цитирования: Полещук О.М., Поярков Н.Г., Замятин Е.В. Цифровая обработка сигналов на основе теории нечетких множеств // Лесной вестник / Forestry Bulletin, 2020. Т. 24. № 1. С. 98–102.
DOI: 10.18698/2542-1468-2020-1-98-102

Появление первого цифрового коррелятора, изготовленного Г. Синглтоном в 1949 г., послужило началом зарождения такого значащего на сегодняшний день научного направления, как цифровая обработка сигналов.

За последние 70 лет достигнут большой прогресс не только в разработке и производстве микропроцессорной техники, но и в алгоритмах обработки сигналов. Согласно работе [1] термин «обработка сигналов» означает область науки, которая занимается анализом физических процессов, изменяющихся во времени.

Цель работы

Цель работы — разработка подхода к цифровой обработке сигналов на основе интервальных нечетких множеств второго типа.

Материалы и методы

В результате широкого применения цифровой обработки сигналов в различных отраслях науки и народного хозяйства, разработано множество фильтров [2], которые решают разнообразные задачи. Проектирование параметров фильтров осуществляется на основе априорной информации — условных признаков, которые можно подразделить на несколько групп. Но различия между группами бывают настолько незначительными, что форма или вид нестационарного сигнала определяются с погрешностью. Тогда классификация сигнала по условным признакам осуществляется на основе нечеткой кластеризации.

Нечетким множеством A первого типа называют пару

$$(U, \mu_A(u)),$$

где U — универсальное множество;

$\mu_A(u)$ — функция, определенная на множестве U и принимающая значение на отрезке $[0, 1]$.

Функцию $\mu_A(u)$ называют функцией принадлежности [3, 8].

Кластеризация — это объединение объектов в группы (кластеры) на основе схожести признаков одной группы и отличий между другими группами. Нечеткие методы кластеризации позволяют одному и тому же объекту принадлежать нескольким кластерам, но с разной степенью принадлежности.

Впервые в работе [4] был предложен цифровой фильтр обработки сигналов на основе нечеткой кластеризации. Данный фильтр получил название нечеткого фильтра.

Положим, что зашумленный сигнал x_n получен в момент времени n как сумма желаемого сигнала d_n и белого гаусового шума. Когда желаемая сигнальная последовательность $\{d_{n-N}, d_{n-N+1}, \dots, d_{n+N}\}$ принимает форму постоянного сигнала, d_n оценивается как среднее значение x_{n-k} для $-N < k < N$. Когда требуемая сигнальная последовательность представляет собой импульсный сигнал, состоящий из импульсов разной амплитуды, d_n оценивается путем усреднения x_{n-k} для $k \in K_n$, где значения d_{n-k} такое же, как у d_n . Оценку d_n в этих двух случаях можно выразить как y_n с помощью уравнения:

$$y_n = \frac{\sum_{k=-N}^N u(x_{n-k})x_{n-k}}{\sum_{k=-N}^N u(x_{n-k})}, \quad (1)$$

где $u(x_{n-k})$ — коэффициент, который принимает значение 1, если x_{n-k} принадлежит входной последовательности постоянного сигнала, которая также включает x_n , или 0, если x_{n-k} не принадлежит входной последовательности постоянного сигнала.

Значение $u(x_{n-k})$ можно легко вычислить: $u(x_{n-k})$ принимает значение 1, если разность $|x_{n-k} - x_n|$ достаточно мала, и 0, если разность $|x_{n-k} - x_n|$ достаточно велика. Однако если значение сигнала изменяется неоднозначно (рис. 1), коэффициент $u(x_{n-k})$ довольно трудно подобрать, поскольку некоторые разности $|x_{n-k} - x_n|$ недостаточно велики или малы.

Если форму сигнала нельзя классифицировать как постоянную или импульсную, авторы работы [5] было предложили использовать функцию принадлежности $\mu(x_{n-k}) \in [0, 1]$. Таким образом, дисперсию ошибки можно представить в виде:

$$D = \sum_{k=-N}^N \mu(x_{n-k})(x_{n-k} - y_n)^2 \quad (2)$$

где $\mu(x_{n-k})$ — функция принадлежности, которая представляет, в какой степени входной отсчет x_{n-k} соответствует постоянному уровню сигнала, соответствующему x_n .

Основные понятия

С учетом последних преобразований выражение (1) можно представить как:

$$y_n = \frac{\sum_{k=-N}^N \mu(x_{n-k})x_{n-k}}{\sum_{k=-N}^N \mu(x_{n-k})} \quad (3)$$

В теории нечетких множеств выражение (3) соответствует центру (репрезентативной точке) группы сигналов, классифицированных по нечеткой кластеризации. Используя такую нечеткую кластеризацию, можно получить оценку сигналов с учетом неоднозначных изменений сигнала.

Одним из важных вопросов теории нечетких множеств является построение функций принадлежности. В работе [4] предложили использовать ступенчатую аппроксимацию (рис. 2).

Функция принадлежности $\mu(x_{n-k})$ в диапазоне $\epsilon_j \leq x_{n-k} < \epsilon_{j+1}$ выражается как μ_j . Значение функции принадлежности можно получить с помощью градиентного метода минимизации среднеквадратичной ошибки.

$$\mu(n+1) = \mu_j(n) + \alpha X(n, j)(d_n - y_n), \quad (4)$$

где $\mu(n+1)$ — значение, полученное при обработке n -го отсчета;

α — константа, определяющая скорость сближения сигнала y_n к оптимальному значению;

$$X(n, j) = \frac{\sum_{k \in K(j)} x_{n-k} + N(j)y_n}{\sum \mu_j}, \quad (5)$$

где $K(j)$ — множество элементов k , которые удовлетворяют условию $\epsilon_j \leq x_{n-k} < \epsilon_{j+1}$;

$N(j)$ — количество элементов множества $K(j)$.

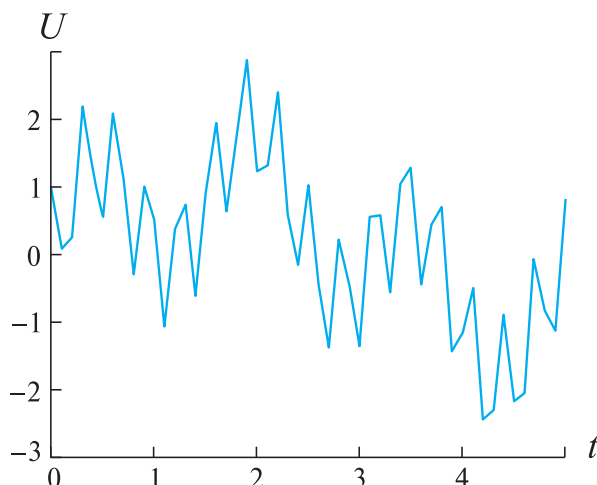


Рис. 1. Неоднозначный сигнал
Fig. 1. Indoubt signal

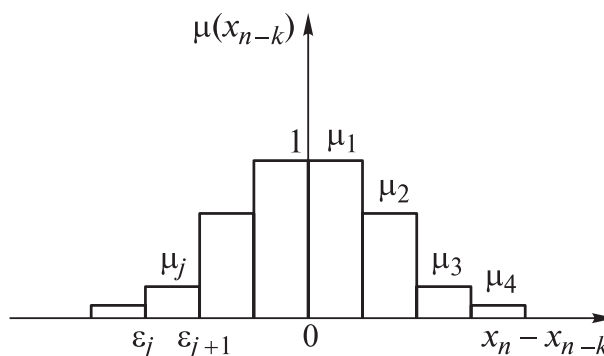


Рис. 2. Ступенчатая аппроксимация функции принадлежности
Fig. 2. Step approximation of membership function

Как один из параметров функции принадлежности можно рассматривать значение переменной k . Если k близко к n , то вероятность возникновения скачка между двумя соседними отсчетами невелика, если же k далеко от n , то скачки между отсчетами могут существовать.

Для обозначения цифрового фильтра, использующего нечеткую кластеризацию, и переменной k в работе [5] предложили аббревиатуру SF-TF, т. е. Signal Fuzzy — Time Fuzzy — нечеткая кластеризация значений сигнала и нечеткая кластеризация положения отсчетов сигнала во времени.

$$y_n = \frac{\sum_{k=-N}^N \mu(x_{n-k}, k)x_{n-k}}{\sum_{k=-N}^N \mu(x_{n-k}, k)} \quad (6)$$

Использование разностей первого порядка позволяет оценить нарастание или спад сигнала, но не учитывает выпуклость/вогнутость. В работе [6] выдвинуто предложение исполь-

зовать разности второго порядка для оценки изменения формы сигнала относительно выпуклости или вогнутости. Таким образом, реализацию фильтра (6) можно выразить с помощью уравнения:

$$y_n = \frac{\sum_{k=-N}^N \mu(x_{n-k}, k, b) x_{n-k}}{\sum_{k=-N}^N (x_{n-k}, k, b)}, \quad (7)$$

где b — параметр, характеризующий выпуклость/вогнутость сигнала.

Постановка задачи и ее решение

Применение нечетких множеств первого порядка давно не устраивало исследователей, поскольку возрастал риск ошибки при неправильном определении числовых значений их функций принадлежности. Для решения этой проблемы были определены нечеткие множества второго типа [7].

Нечетким множеством второго типа называется пара $\{x, \mu_{\tilde{A}}(x)\}$, $x \in X$, где значения функции принадлежности $\mu_{\tilde{A}}(x)$ являются нечеткими множествами первого типа.

Отличие этих множеств от обычных нечетких множеств (которые называют нечеткими множествами первого типа) состоит в том, что значениями их функций принадлежности являются не числа из отрезка $[0, 1]$, а нечеткие множества из этого отрезка. Поэтому нечеткие множества второго типа называют неопределенностью неопределенности [8]. Частным случаем нечетких множеств второго типа, широко используемых в практических приложениях, являются интервальные нечеткие множества второго типа [9, 10].

В общем виде интервальное нечеткое множество второго типа определяется нижней (LMF) и верхней (UMF) функциями принадлежности, которые обозначаются соответственно через $\underline{\mu}_{\tilde{A}}$ и $\overline{\mu}_{\tilde{A}}$ (рис. 3), $\underline{\mu}_{\tilde{A}} = (a_1^L, a_2^L, a_l^L, a_r^L)$, $\overline{\mu}_{\tilde{A}} = (a_1^U, a_2^U, a_l^U, a_r^U)$.

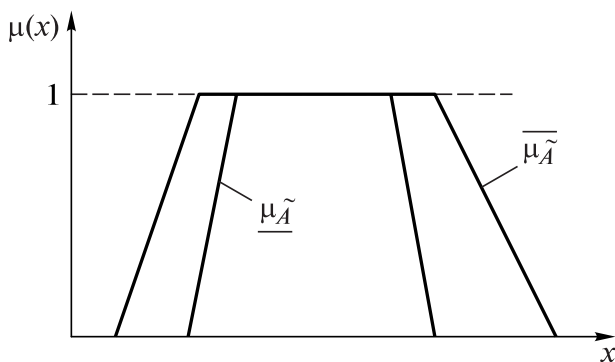


Рис. 3. Интервальное нечеткое множество \tilde{A} с $\underline{\mu}_{\tilde{A}}$ LMF и $\overline{\mu}_{\tilde{A}}$ UMF

Fig. 3. Interval fuzzy set \tilde{A} with $\underline{\mu}_{\tilde{A}}$ LMF and $\overline{\mu}_{\tilde{A}}$ UMF

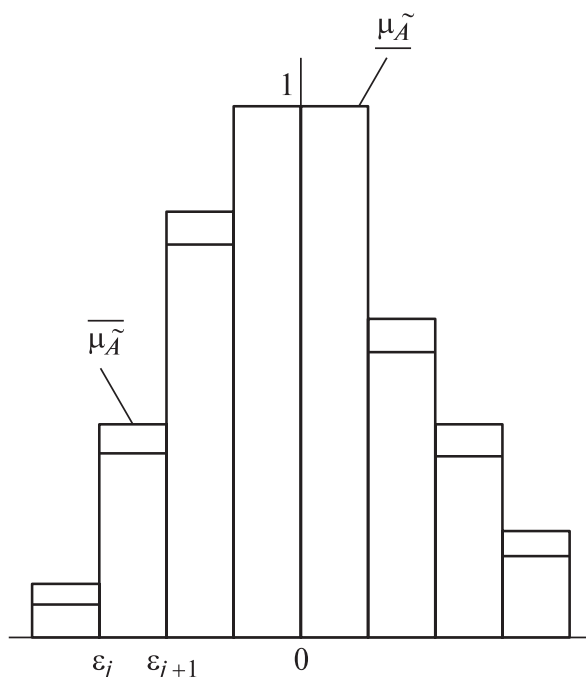


Рис. 4. Аппроксимация функции принадлежности нечеткими множествами второго типа

Fig. 4. Approximation of the membership function by the second type fuzzy sets

Первые два параметра в скобках являются соответственно левой и правой вершинами верхнего основания трапеции, а последние два параметра являются соответственно длинами левого и правого крыльев трапеции.

Отличие этих множеств от нечетких множеств первого типа состоит в том, что значениями их функций принадлежности являются не числа, а интервалы. Это позволяет снизить риск ошибки и не потерять часть исходной информации.

В связи с этим предлагается нечеткое множество, которое представляет, в какой степени входной отсчет x_{n-k} соответствует постоянному уровню сигнала x_n , не в виде нечеткого множества первого типа, как показано на рис. 2, а в виде интервального нечеткого множества второго типа, как показано на рис. 4.

Такое представление является объективно оправданным, поскольку в полученной серии измерений значения функции принадлежности могут меняться и соответственно не быть точечным числовым значением.

В этом случае в формуле (7) значения $\mu(x_{n-k})$ будут являться серединами интервала значений функции принадлежности:

$$\mu(x_{n-k}) = \frac{\overline{\mu}_{\tilde{A}}(x_{n-k}) + \underline{\mu}_{\tilde{A}}(x_{n-k})}{2}, \quad (8)$$

что позволит не потерять часть исходной информации.

Формула (7) приобретает вид

$$y_n = \frac{\sum_{k=-N}^N (\overline{\mu_A}(x_{n-k}, k, b) + \underline{\mu_A}(x_{n-k}, k, b)) x_{n-k}}{\sum_{k=-N}^N (\overline{\mu_A}(x_{n-k}, k, b) + \underline{\mu_A}(x_{n-k}, k, b))}. \quad (9)$$

Тестирование на практических данных показало преимущество предложенного подхода к цифровой фильтрации сигналов на основе интервальных нечетких множеств второго типа, но, несомненно, сам подход требует дальнейших доработок и исследований в связи с отсутствием опубликованных работ по данному актуальному направлению.

Выводы

Разработанный подход к цифровой обработке сигналов на основе интервальных нечетких множеств второго типа является оправданным, поскольку без учета неопределенности типа нечеткости возникает проблема с классификацией сигналов по условным признакам. Функция принадлежности входного отсчета, соответствующего постоянному уровню сигнала, строится не кусочно-постоянной с числовыми значениями (то есть функцией принадлежности нечеткого множества первого типа), а в виде функции принадлежности, значениями которой являются интервалы (то есть функции принадлежности интервального нечеткого множества второго типа). Подобное представление позволяет сократить потери исходной информации. Распознавание конечных результатов происходит на основе метода центра тяжести. Тестирование на практических данных показало преимущество предложенного подхода, но, несомненно, сам подход требует дальнейших доработок и исследований.

Список литературы

- [1] Лайонс Р. Цифровая обработка сигналов. М.: Бинном-Пресс, 2006. 656 с.
- [2] Джиган В.И. Адаптивная фильтрация сигналов: теория и алгоритмы. М.: Техносфера, 2013. С. 505–520.
- [3] Poleshchuk O., Komarov E. Expert Fuzzy Information Processing // Studies in Fuzziness and Soft Computing, 2011, v. 268, pp. 1–239.
- [4] Arakawa K., Arakawa Y. Digital signal processing using fuzzy clustering // Special Issue on Hakone Digital Signal

- Processing Symposium. IEICE Transactions, 1991, v. E74 (11), pp. 3554–3558.
- [5] Arakawa K., Arakawa Y. Digital signal processing using fuzzy clustering for nonstationary signal // Proceedings of international Fuzzy Engineering Symposium. Fuzzy Engineering toward. Human Friendly Systems, 1991, v. 2, pp. 877–888.
- [6] Вешкурцев Ю.М., Бычков Е.Д., Титов Д.А. Цифровой фильтр на основе теории нечетких множеств с адаптивно изменяемыми функциями принадлежности // Известия вузов России. Сер. Радиоэлектроника, 2007. Вып. 2. С. 43–50.
- [7] Liu F., Mendel J.M. Encoding words into interval type-2 fuzzy sets using an interval approach // IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2008, v. 16, no. 6, pp. 1503–1521.
- [8] Poleshchuk O., Komarov E. A fuzzy linear regression model for interval type-2 fuzzy sets // Annual Conference of the North American Fuzzy Information Processing Society — NAFIPS'2012, Berkeley, California, August 6–8, 2012. DOI: 10.1109/NAFIPS.2012.6290970.
- [9] Полещук О.М., Комаров Е.Г. Формализация групповой экспертной информации на основе интервальных нечетких множеств второго типа // Тр. XVII Междунар. конф. по мягким вычислениям и измерениям (SCM'2014), Санкт-Петербург, 21–23 мая 2014. С.-Петербург: СПбГУИТУ, 2014. С. 38–41.
- [10] Darwish A., Poleshchuk O., Komarov E. A new fuzzy linear regression model for a special case of interval type-2 fuzzy sets // Applied Mathematics & Information Sciences, 2016, v. 10, no. 3, pp. 1209–1214. DOI: 10.18576/amis/100340
- [11] Уидроу Б., Стирнз С. Адаптивная обработка сигналов. М.: Радио и связь, 1989. 440 с.
- [12] Widrow B., Glover-Jr. J.R., McCool J.M. Adaptive Noise Cancelling: Principles and Applications // IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Processing, 1975, v. 63, no. 12, pp. 1692–1716.
- [13] Гольденберг Л. М., Матюшкин Б. Д., Поляк М. Н. Цифровая обработка сигналов. М.: Радио и связь, 1990. 256 с.
- [14] Аверкин А.Н., Батыршин И.З., Блишун А.Ф. Нечеткие множества в моделях управления и искусственного интеллекта / под ред. Д.А. Поспелова. М.: Наука, 1986. 312 с.
- [15] Rajala S.A., De Figueiredo R.J.P. Adaptive nonlinear image restoration by a modified Kalman filtering approach // IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Processing, 1981, v. ASSP-29, pp. 1033–1042.
- [16] Harashima H., Odajima K., Shishkui Y., Miyakawa H. e-separating nonlinear digital filter and its applications // Trans. IECE Japan, 1982, v. J65-A, no. 4, pp. 297–304.
- [17] Pomalaza-Raez C.A., McGillem C.D. An adaptive, nonlinear edge-preserving filter // IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Processing, 1984, v. ASSP-32, no. 3, pp. 571–576.
- [18] Van Trees H.L. Detection, Estimation, and Modulation Theory. N.Y.; London: John Wiley and Sons, p. 3358.
- [19] Bezdek J.C. Partition structure: a tutorial // Analysis of Fuzzy Information, 1987, v. III, pp. 81–108.
- [20] Widrow B., Glover J.R., McCool J.M., Kaunitz J., Williams C.S., Heam R.H., Zeidler J.R., Dong E., Goodlin R.C. Adaptive Noise Cancelling: Principles and Applications // IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Processing, 1975, v. 63, no. 12, pp. 1692–1716.

Сведения об авторах

Полещук Ольга Митрофановна — д-р техн. наук, профессор, зав. кафедрой «Высшая математика и физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана (Мытищинский филиал), poleshchuk@mgul.ac.ru

Полярков Николай Геннадьевич — канд. техн. наук, декан Космического факультета МГТУ им. Н.Э. Баумана, (Мытищинский филиал), poarkov@mgul.ac.ru

Замятин Евгений Валерьевич — аспирант кафедры «Высшая математика и физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана (Мытищинский филиал)

Поступила в редакцию 12.11.2019.

Принята к публикации 18.12.2019.

DIGITAL SIGNAL PROCESSING BASED ON FUZZY SET THEORY

O.M. Poleshchuk, N.G. Poyarkov, E.V. Zamyatin

BMSTU (Mytishchi branch), 1, 1st Institutskaya st., 141005, Mytishchi, Moscow reg., Russia

poleshchuk@mgul.ac.ru

The paper proposes an approach to digital signal processing based on interval fuzzy sets of the second type. The approach is justified, because without taking into account the uncertainty of the type of fuzziness, there is a problem with the classification of signals by conditional features. The membership function of the input reference corresponding to the constant signal level is constructed not piecewise constant with numerical values, but as a membership function with interval values, which allows to reduce the loss of initial information.

Keywords: digital signal processing, low-pass filter, fuzzy sets, fuzzy clustering.

Suggested citation: Poleshchuk O.M., Poyarkov N.G., Zamyatin E.V. *Tsifrovaya obrabotka signalov na osnove teorii nechetkikh mnozhestv* [Digital signal processing based on fuzzy set theory]. *Lesnoy vestnik / Forestry Bulletin*, 2020, vol. 24, no. 1, pp. 98–102. DOI: 10.18698/2542-1468-2020-1-98-102

References

- [1] Layons R. *Tsifrovaya obrabotka signalov* [Digital signal processing]. Moscow: Binom-Press, 2006, 656 p.
- [2] Dzhigan V.I. *Adaptivnaya fil'tratsiya signalov: teoriya i algoritmy* [Adaptive signal filtering: theory and algorithms]. Moscow: Tekhnosfera, 2013, pp. 505–520.
- [3] Poleshchuk O., Komarov E. Expert Fuzzy Information Processing. *Studies in Fuzziness and Soft Computing*, 2011, v. 268, pp. 1–239.
- [4] Arakawa K., Arakawa Y. Digital signal processing using fuzzy clustering. Special Issue on Hakone Digital Signal Processing Symposium. *IEICE Transactions*, 1991, v. E74 (11), pp. 3554–3558.
- [5] Arakawa K., Arakawa Y. Digital signal processing using fuzzy clustering for nonstationary signal. *Proceedings of international Fuzzy Engineering Symposium. Fuzzy Engineering toward. Human Friendly Systems*, 1991, v. 2, pp. 877–888.
- [6] Veshkurtsev Yu.M., Bychkov E.D., Titov D.A. *Tsifrovoy fil'tr na osnove teorii nechetkikh mnozhestv s adaptivno izmenyaemymi funktsiyami prinadlezhnosti* [A digital filter based on the theory of fuzzy sets with adaptively variable membership functions] *Izvestiya vuzov Rossii. Radioelektronika* [News of Russian Universities. Radioelectronics], 2007, iss. 2, pp. 43–50.
- [7] Liu F., Mendel J.M. Encoding words into interval type-2 fuzzy sets using an interval approach. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2008, v. 16, no. 6, pp. 1503–1521.
- [8] Poleshchuk O., Komarov E. A fuzzy linear regression model for interval type-2 fuzzy sets. Annual Conference of the North American Fuzzy Information Processing Society – NAFIPS'2012, Berkeley, California, August 6–8, 2012. DOI: 10.1109/NAFIPS.2012.6290970.
- [9] Poleshchuk O.M., Komarov E.G. *Formalizatsiya gruppovoy ekspertnoy informatsii na osnove interval'nykh nechetkikh mnozhestv vtorogo tipa* [Formalization of group expert information based on interval fuzzy sets of the second type]. *Trudy XVII Mezhdunarodnoy konferentsii po myagkim vychisleniyam i izmereniyam (SCM'2014)* [Proceedings of the XVII International Conference on Soft Computing and Measurements (SCM'2014)], St. Petersburg, 2014, pp. 38–41.
- [10] Darwish A., Poleshchuk O., Komarov E. A new fuzzy linear regression model for a special case of interval type-2 fuzzy sets. *Applied Mathematics & Information Sciences*, 2016, v. 10, no. 3, pp. 1209–1214. DOI:10.18576/amis/100340
- [11] Uidrou B., Stirnz S. *Adaptivnaya obrabotka signalov* [Adaptive signal processing]. Moscow: Radio i svyaz', 1989, 440 p.
- [12] Widrow B., Glover-Jr. J.R., McCool J.M. Adaptive Noise Cancelling: Principles and Applications. *IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Processing*, 1975, v. 63, no. 12, pp. 1692–1716.
- [13] Gol'denberg L. M., Matyushkin B. D., Polyak M. N. *Tsifrovaya obrabotka signalov* [Digital signal processing]. Moscow: Radio i svyaz', 1990, 256 p.
- [14] Averkin A.N., Batyrrshin I.Z., Blishun A.F. *Nechetkie mnozhestva v modelyakh upravleniya i iskusstvennogo intellekta* [Fuzzy sets in control and artificial intelligence models]. Ed. D.A. Pospelov. Moscow: Nauka, 1986, 312 p.
- [15] Rajala S.A., De Figueiredo R.J.P. Adaptive nonlinear image restoration by a modified Kalman filtering approach. *IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Processing*, 1981, v. ASSP-29, pp. 1033–1042.
- [16] Harashima H., Odajima K., Shishkui Y., Miyakawa H. ε -separating nonlinear digital filter and its applications. *Trans. IECE Japan*, 1982, v. J65-A, no. 4, pp. 297–304.
- [17] Pomalaza-Raez C.A., McGillem C.D. An adaptive, nonlinear edge-preserving filter. *IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Processing*, 1984, v. ASSP-32, no. 3, pp. 571–576.
- [18] Van Trees H.L. *Detection, Estimation, and Modulation Theory*. New York, London: John Wiley and Sons, p. 3358.
- [19] Bezdek J.C. Partition structure: a tutorial. *Analysis of Fuzzy Information*, 1987, v. III, pp. 81–108.
- [20] Widrow B., Glover J.R., McCool J.M., Kaunitz J., Williams C.S., Hearn R.H., Zeidler J.R., Dong E., Goodlin R.C. Adaptive Noise Cancelling: Principles and Applications. *IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Processing*, 1975, v. 63, no. 12, pp. 1692–1716.

Authors' information

Poleshchuk Ol'ga Mitrofanovna — Dr. Sci. (Tech.), Professor, Head of Higher Mathematics and Physics Department of the BMSTU (Mytishchi branch), poleshchuk@mgul.ac.ru

Poyarkov Nikolay Gennad'evich — Cand. Sci. (Tech.), Head of Space Department of the BMSTU (Mytishchi branch), poyarkov@mgul.ac.ru

Zamyatin Evgeniy Valer'evich — Postgraduate of the BMSTU (Mytishchi branch)

Received 12.11.2019.

Accepted for publication 18.12.2019.